ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

ISSN: 2225-4293

2019. Том 8. № 2 (32)

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ. 2019. Т. 8. № 2 (32)

Научно-технологический центр уникального
приборостроения Российской академии наук

Учредители: Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Кравченко Виктор Филиппович, Пустовойт Владислав Иванович

Издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

Журнал зарегистрирован 15 февраля 2000 г. Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовой информации

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1685

Физические Основы Приборостроения

2019. Том 8. № 2 (32)

doi: 10.25210/jfop-1902

ISSN 2225-4293

Журнал «Физические основы приборостроения» включен:

- В **Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)**.
- В **список журналов базы данных Russian Science Citation Index (RSCI)** на платформе **Web of Science**.

• В **Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук**.

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Пустовойт В.И., гл. редактор, академик РАН, д.ф.-м.н., проф.
Кравченко В.Ф., зам. гл. редактора, д.ф.-м.н., проф.
Боголюбов А.Н., д.ф.-м.н., проф.
Боритко С.В., д.ф.-м.н., проф.
Быков А.А., д.ф.-м.н.
Булатов М.Ф., д.ф.-м.н., проф.
Виноградов Е.А., член-корр. РАН, д.ф.-м.н., проф.
Гуляев Ю.В., академик РАН, д.ф.-м.н., проф.
Дианов Е.М., академик РАН, д.ф.-м.н., проф.
Дмитриев А.С., д.ф.-м.н., проф.
Компанец О.Н., д.ф.-м.н., проф.
Крохин О.Н., академик РАН, д.ф.-м.н., проф.
Крюковский А.С., д.ф.-м.н., проф.
Кутуза Б.Г., д.ф.-м.н., проф.
Лукин Д.С., д.ф.-м.н., проф.
Мазур М.М., д.т.н.
Морозов А.Н., д.ф.-м.н., проф.
Назаров Л.Е., д.ф.-м.н.
Панич А.Е., д.т.н., проф.
Панич А.А., д.т.н., проф.
Пожар В.Э., д.ф.-м.н.
Садовничий В.А., академик РАН, д.ф.-м.н., проф.
Самохин А.Б., д.ф.-м.н., проф.
Сидняев Н.И., д.т.н., проф.
Синявский Г.П., д.ф.-м.н., проф.
Татаренко Н.И., д.ф.-м.н.
Федоров И.Б., академик РАН, д.т.н., проф.

ЗАРУБЕЖНЫЕ ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

Буц В.А., д.ф.-м.н., проф. (Украина)
Волосюк В.К., д.т.н., проф. (Украина)
Загородний А.Г., академик НАН Украины, иностранный член РАН, д.ф.-м.н., профессор (Украина)
Кобаяши К., проф. (Япония)
Кураев А.А., д.ф.-м.н., проф. (Беларусь)
Луценко В.И., д.ф.-м.н., (Украина)
Мартirosян Р.М., академик НАН Республики Армения, иностранный член РАН, д.ф.-м.н., проф. (Республика Армения)
Мележик П.Н., академик НАН Украины, д.ф.-м.н., проф. (Украина)
Миттра Р., проф. (США)
Павликов В.В., д.т.н., (Украина)
Перес-Меана Э., проф. (Мексика)
Пономарев В.И., д.т.н., проф. (Мексика)
Ра Д., проф. (Корея)
Фисун А.И., д.ф.-м.н., проф. (Украина)
Хашимото М., проф. (Япония)
Яковенко В.М., академик НАН Украины, д.ф.-м.н., проф. (Украина)

EDITORIAL BOARD

Pustovoyt, V.I., Editor-in-Chief, Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Kravchenko, V.F., Deputy Editor-in-Chief, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Bogolyubov, A.N., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Boritko, S.V., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Bykov, A.A., Dr. Sci. (Phys.- Math.)
Bulatov, M.F., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Vinogradov, E.A., Corresponding Member of RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Gulyaev, Yu.V., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Dianov, E.M., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Dmitriev, A.S., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Kompanets, O.N., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Krohin, O.N., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Krukovsky, A.S., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Kutuza, B.U., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Lukin, D.S., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Mazur, M. M., Dr. Sci. (Techn.)
Morozov, A. N., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Nazarov, L.E., Dr. Sci. (Phys.- Math.)
Panich, A.E., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Panich, A.A., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Pozhar, V.E., Dr. Sci. (Phys.- Math.)
Sadovnichiy, V.A., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Samokhin, A.B., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Sidnyayev, N.I., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Synyavskiy, G.P., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof.
Tatarenko, N.I., Dr. Sci. (Phys.- Math.)
Fedorov, I.B., Academician of RAS, Dr. Sci. (Techn.), Prof.

FOREIGN EDITORIAL BOARD MEMBERS

Buts, V.A., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof. (Ukraine)
Volosyuk, V. K., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Ukraine)
Zagorodny, A.G., Academician NAS of Ukraine, Foreign Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof. (Ukraine)
Kobayashi, K., Prof. (Japan)
Kuraev, A.A., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof. (Belarus)
Lutsenko, V.I., Dr. Sci. (Phys.- Math.) (Ukraine)
Martirosyan, R.M., Academician of NAS of Republic of Armenia, Foreign Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof. (Republic of Armenia)
Melezhik, P.N., Academician of NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof. (Ukraine)
Mittra, R., Prof. (USA)
Pavlikov, V.V., Dr. Sci. (Techn.) (Ukraine)
Perez-Meana, H., Prof. (Mexico)
Ponomaryov, V.I., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Mexico)
Ra, J-W., Prof. (Korea)
Fisun, A. I., Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof. (Ukraine)
Hashimoto, M., Prof. (Japan)
Yakovenko, V.M., Academician NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.- Math.), Prof. (Ukraine)

СОДЕРЖАНИЕ

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

К 80-ЛЕТИЮ
ВИКТОРА ФИЛИППОВИЧА КРАВЧЕНКО

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ СВЧ ДИАПАЗОНА

Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Матвеев В.В.
Безмагнитные мощные электронные приборы СВЧ

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Кравченко В.Ф., Пономарев В.И.,
Рэйес-Рэйес Р., Рэндон-Гонзалес Э.М.
Компьютерная система диагностики для классификации
легочных структур на основе изображений
многосрезовой компьютерной томографии

МЕТОДЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ И РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Лаговский Б.А., Самохин А.Б., Трипати М.Р.
Сверхразрешение при радиолокационном
обнаружении групповых целей

Абакумова А.Ю., Горбунов Ю.Н.
Рандомизация неинформативных параметров сигналов
в радиоканалах систем связи и локации

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Боголюбов А.Н., Могилевский И.Е., Ровенко В.В.
Математическое моделирование волноведущих систем
с металло-диэлектрическими ребрами

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ИСКУССТВЕННЫХ СРЕД И СТРУКТУР

Бондаренко В.Ф., Ерофеев В.Т., Урбанович А.И.
Моделирование экранирования электромагнитного
излучения экранами с пространственной дисперсией,
содержащими сферические частицы

ИНФОРМАЦИЯ

Поздравление с присуждением
Государственной премии Российской Федерации
в области науки и технологий
академика РАН Владислава Ивановича Пустовойта

Рубрики журнала

Правила оформления рукописей

CONTENTS

OUR HERO OF THE DAY

TO THE 80TH ANNIVERSARY
OF VICTOR FILIPPOVICH KRAVCHENKO

MICROWAVE RANGE DEVICES AND METHODS OF PHYSICS AND TECHNIQUES

Kravchenko, V.F., Kurayev, A.A., and Matveyenko, V.V.
Nonmagnetic Powerful Electronic UHF Devices

INFORMATION-MEASURING SYSTEM

Kravchenko, V.F., Ponomaryov, V.I.,
Reyes-Reyes, R., and Rendon-Gonzalez, E.M.
Computer-Aided Diagnosis System
for Lung Nodule Classification Using Computer
Tomography Scan Images

METHODS OF RADAR AND RADIOMETRIC MEASUREMENTS

Lagovsky, B.A., Samokhin, A.B., and Tripathy, M.R.
Superresolution for Radar Detection
of Group Targets

Abakumova, A.Y., Gorbunov, Y.N.
Randomization of Receiving, Processing and Forming Signals
in Radio Channels of Communications and Location Systems

MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES

Bogolyubov, A.N., Mogilevskiy, I.E., and Rovenko, V.V.
Mathematical Modeling of Waveguide Systems
with Metal-Dielectric Wedges

ELECTRODYNAMICS OF ARTIFICIAL MATERIALS AND STRUCTURES

Bondarenko, V.F., Erofeenko, V.T., and Urbanovich, A.I.
The Modeling of Screening of Electromagnetic Radiation
by Means of Screens of Space Dispersion Material,
Containing Spheroidal Particles

INFORMATION

Congratulations on the Award of the State Prize
of the Russian Federation in the Field
of Science and Technology
Academician of RAS Vladislav Ivanovich Pustovoyt

Journal Headings

Rules for the Preparation of Manuscripts

doi: 10.25210/jfop-1902

К 80-ЛЕТИЮ ВИКТОРА ФИЛИППОВИЧА КРАВЧЕНКО

Виктор Филиппович Кравченко — Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории 325 Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук.

В. Ф. Кравченко родился 5 октября 1939 года в г. Харькове в семье рабочего. Свою трудовую деятельность начал в 1957 г. с должности слесаря-монтажника кафедры теории авиадвигателей Харьковского высшего инженерно-военного авиационного училища. После успешного окончания в 1963 г. радиофизического факультета Харьковского госуниверситета им. А. М. Горького рекомендован Ученым советом факультета для поступления в аспирантуру и оставлен для работы ассистентом на кафедре радиоизмерений. С 1964 г. по 1967 г. — аспирант кафедры радиофизики ХИГМАВТ (ныне ХНУРЭ им. М. К. Янгеля). С 1968 г. — кандидат физико-математических наук. С 1969 г. по 1972 г. старший преподаватель, доцент кафедры теоретической и математической физики инженерно-физического факультета ХПИ им. В. И. Ленина. С 1972 г. по 1978 г. — начальник

отдела теоретической и математической физики Харьковского государственного НИИ метрологии. С 1978 г. по 1982 г. — начальник лаборатории Харьковского приборостроительного завода им. Т. Г. Шевченко. В 1982 г. Министерством общего машиностроения СССР переведен на работу в НПО точных приборов (г. Москва), где по 1993 г. работал в должностях начальника сектора и Ученого секретаря института. С 1986 г. — доктор физико-математических наук, а с 1989 г. профессор. В 2005 г. присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки РФ».

В 1993 г. переведен на должность ведущего научного сотрудника ИРЭ РАН. С 1996 года главный научный сотрудник лаборатории 138, а с 2002 г. — 325.

В. Ф. Кравченко — крупный специалист в области системного анализа современных информационных технологий, прикладной математики и информатики, вычислительных методов, цифровой обработки сигналов и изображений, радиофизики. Автор и соавтор 28 монографий, более 975 научных работ, 11 изобретений. Им создана научная школа: подготовлено 11 докторов и 18 кандидатов наук.

В. Ф. Кравченко — заместитель главного редактора журнала «**Физические основы приборостроения**», Editor-in-Chief of the «**Journal of Measurement Science and Instrumentation**» (China), член редколлегии журнала «**Радиофизика и электроника**» (НАН Украины), член редколлегии журнала «**Telecommunications and Radio Engineering**» (Begell House inc, USA), член докторских Ученых советов НТЦ УП РАН и ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН. В течение более 30 лет ведет активную научно-педагогическую деятельность на кафедре «Высшая математика» ФН-1 МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Большому кругу специалистов, как в России, так и за рубежом, известны его оригинальные работы по развитию и обобщению метода R-функций, нашедшего широкое применение при расчете различных физических полей для объектов сложной формы.

В. Ф. Кравченко разработана и внедрена в бортовые и наземные системы специального назначения методология построения математических моделей, алгоритмов, относящихся к вопросам обработки пространственно-временных полей (ПВП), построению радиотехнических и радиометрических систем для их обработки. Проведен цикл исследований по влиянию статистически неоднородной среды распространения на качественные показатели измерительных радиосистем, оптимизацию обработки сигналов с учетом этого влияния, обработки физических полей в системах дистанционного зондирования подстилающих поверхностей (ПП) на основе анализа радиолокационной и радиометрической информации при определении электродинамических параметров, а также пространственных характеристик среды распространения. Эти результаты изложены в монографиях: «Дистанционное зондирование неоднородных сред». М.: Машиностроение, 1991, «Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях». М.: Физматлит, 2007, «Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации». М.: Физматлит, 2008, «Рассеяние радиоволн морем и обнаружение объектов на его фоне». М.: Физматлит, 2015. «Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники». М.: Техносфера, 2018.

В. Ф. Кравченко развил и впервые применил математический аппарат атомарных функций (АФ) к построению новых весовых функций (окон) для цифровой обработки сигналов, изображений и радиополей, а также сумел найти решение совместного использования теории АФ и теоретико-числовых методов. Новый гибридный метод является существенным шагом вперед по сравнению с традиционными методами и может рассматриваться в качестве общей теории цифровой обработки. Он впервые применил теорию АФ к решению задач физической электроники, анализа и синтеза антенн, включая фрактальные антенны. Полученные результаты изложены в монографиях: «Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям». М.: Радиотехника, 2003, «Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн». М.: Сайнс-Пресс, 2005, «Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях». М.: Физматлит, 2006, «Bispectral Methods of Signal Processing. Applications in Radar, Telecommunications and Digital Image Restoration». Berlin: Walter de Gruyter, 2015. «Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники». М.: Техносфера, 2018. «Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами». М.: Техносфера, 2019.

Предложенный им новый тип эквивалентных граничных условий позволил существенно расширить круг научных проблем, возникающих при решении краевых задач электродинамики сверхпроводящих структур. По данному направлению в течение 1988–2002 гг. им впервые опубликован в журналах «Доклады академии наук», «Радиотехника и электроника», «Электромагнитные волны и электронные системы», «Радиотехника» оригинальный цикл работ, который не имеет аналогов как в России, так и за рубежом. Результаты отражены в монографии «Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений». М.: Физматлит, 2006, «Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов». М.: Физматлит, 2011.

Таким образом, к основным научным достижениям учёного следует отнести:

- впервые решены на основе теории R-функций для областей сложной формы краевые задачи электродинамики, теплопроводности, акустики; исследованы и решены проблемы, связанные с построением координатных последовательностей для основных вариационных и проекционных методов, краевых условий различных типов и областей сложной формы;
- впервые с помощью R-функций созданы автоматизированные системы программирования для решения краевых задач, расчета и оптимизации различных физических полей конструктивно-компоновочных схем космических аппаратов и их составных частей;

- впервые с помощью нового типа эквивалентных граничных условий (задачи третьего рода) решен новый класс внутренних и внешних задач электродинамики сверхпроводящих структур;
- построена теория сверхпроводящих резонаторов, позволившая разработать эффективные методы по уточнению фундаментальной физической константы скорости света;
- исследованы новые физические модели электродинамических и тепловых полей, позволяющие решать задачи радиолокационного и радиотеплового картографирования с помощью космических систем;
- разработаны и обоснованы новые математические методы моделирования физических процессов в задачах дистанционного зондирования Земли;
- впервые, на основе атомарных функций, построена теория цифровой обработки одномерных и многомерных сигналов различной физической природы; установлена связь между теоретико-числовыми методами и теорией атомарных функций; синтезированы новые классы одномерных и многомерных весовых функций (окон);
- впервые на основе атомарных функций обобщены ряды Котельникова, а также рассмотрена теория Стренга-Фикса, полиномы Левитана; построен и обоснован новый класс WA-систем функций;
- впервые решены задачи анализа и синтеза антенн на основе теории атомарных функций;
- впервые предложен новый класс атомарно-фрактальных функций, позволивший построить теорию фрактальных антенных решеток;
- впервые, на основе теории атомарных функций, решены задачи оптимального управления и оптимизации физических параметров широкого класса приборов физической электроники.

Научные достижения Виктора Филипповича Кравченко отражены в его монографиях:

1. Кравченко В.Ф. Спецтема. Монография // Изд-во МО СССР, 1982.
2. Кравченко В.Ф. Спецтема. Монография // Изд-во МО СССР, 1983.
3. Гончаренко А. А., Кравченко В. Ф., Пономарев В. И. Дистанционное зондирование неоднородных сред. М.: Машиностроение, 1991. 255 с. ISBN 5-217-01326-5
4. Зелкин Е. Г., Кравченко В. Ф. Современные методы аппроксимации в теории антенн. Книга 1. Задачи синтеза антенн и новые методы их решения. М.: Радиотехника, 2002. 72 с. ISBN 5-93108-027-8
5. Кравченко В.Ф., Масюк В.М. Современные методы аппроксимации в теории антенн. Книга 3. Новый класс фрактальных функций в задачах анализа и синтеза антенн. М.: Радиотехника, 2002. 72 с. ISBN 5-93108-021-X
6. Зелкин Е. Г., Кравченко В. Ф. Современные методы аппроксимации в теории антенн. Книга 2. Синтез антенн на основе атомарных функций. М.: Радиотехника, 2003. 72 с. ISBN: 5-93108-024-4
7. Кравченко В.Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. М.: Радиотехника. 2003. 512 с. ISBN 5-93108-019-8
8. Кравченко В.Ф., Басараб М.А. Булева алгебра и методы аппроксимации в краевых задачах электродинамики. М.: Физматлит, 2004. 307с. ISBN 5-94052-079-0
9. Басараб М.А., Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф., Яковлев В.П. Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уиттекера-Котельникова-Шеннона. М.: Радиотехника, 2004. 72 с. ISBN 5-93108-064-3
10. Зелкин Е. Г., Кравченко В. Ф., Гусевский В.И. Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн. М.: Сайнс-Пресс, 2005. 512 с. ISBN 5-94818-027-1
11. Басараб М.А., Кравченко В.Ф., Матвеев В.А. Математическое моделирование физических процессов в гироскопии. М.: Радиотехника, 2005. 176 с. ISBN 5-88070-072-0
12. Татаренко Н.И., Кравченко В.Ф. Автоэмиссионные наноструктуры и приборы на их основе. М.: Физматлит, 2006. 192 с. ISBN 5-9221-0695-3

13. Кравченко В.Ф., Несененко Г.А., Пустовойт В.И. Асимптотики Пуанкаре решений нелинейных сингулярно возмущенных задач нестационарного тепло- и массопереноса. М.: Физматлит, 2006. 419 с. ISBN 5-94052-115-0
14. Кравченко В.Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. М.: Физматлит, 2006. 271 с. ISBN 5-9221-0704-6
15. Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. М.: Физматлит, 2006. 416 с. ISBN 5-9221-0752-6
16. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях. Под ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит, 2007. 544 с. ISBN 978-5-9221-0871-3
17. Басараб М.А., Кравченко В.Ф., Матвеев В.А. Методы моделирования и цифровая обработка сигналов в гироскопии. М.: Физматлит, 2007. 248 с. ISBN 978-5-9221-0809-6
18. Волосюк В.К., Кравченко В.Ф. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации. Под. ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит, 2008. 704 с. ISBN 978-5-9221-0895-9
19. Кравченко В.Ф., Лабунько О.С., Лерер А.М., Синявский Г.П. Вычислительные методы в современной радиофизике. Под. ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит, 2009. 464 с. ISBN 978-5-9221-1099-0
20. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Дифракция электромагнитных волн на незамкнутых конических структурах. Под. ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит, 2009. 272 с. ISBN 978-5-9221-09666
21. Kravchenko, V.F., Perez-Meana, H.M., Ponomaryov, V.I. Adaptive Digital Processing of Multidimensional Signals with Applications. Moscow, Fizmatlit, 2009. 361 p. ISBN 978-5-9221-1170-6
22. Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот. В 2 т. Т.1. Стационарные процессы. Глава 1. Гирорезонансные приборы: принцип действия, нелинейная теория, достижения и перспективы. В. Ф. Кравченко, А. А. Кураев, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов. Под ред. А. А. Кураева, Д. И. Трубецкова. С. 5-81. М.: Физматлит, 2009. 288 с. ISBN 978-5-9221-10600
23. Кравченко В.Ф., Сиренко Ю.К., Сиренко К.К. Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов. М.: Физматлит, 2011. 318 с. ISBN 978-5-9221-1310-6
24. Totsky, A.V., Zelensky, A.A., Kravchenko, V.F. Bispectral Methods of Signal Processing. Applications in Radar, Telecommunications and Digital Image Restoration. Berlin: Walter de Gruyter, 2015. 210 p. ISBN 978-3-11-036888-8
25. Кравченко В.Ф., Луценко И.В., Луценко В.И. Рассеяние радиоволн морем и обнаружение объектов на его фоне. М.: Физматлит, 2015. 448 с. ISBN 978-5-9221-1613-8
26. Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В. Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами. М.: Техносфера, 2018. 182с. ISBN 978-5-94836-506-0
27. Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В. Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами. М.: Техносфера, 2019. Дополнительный тираж. 182с. ISBN 978-5-94836-506-0
28. Кравченко В.Ф., Кравченко О.В. Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники. М.: Техносфера, 2018. 696с. ISBN 978-5-94836-518-3

**Следует отметить доброжелательность и отзывчивость
Виктора Филипповича. С ним всегда приятно работать и общаться.**

**Редакция журнала, коллеги и друзья сердечно поздравляют
Юбиляра и желают ему доброго здоровья, счастья, удачи
и воплощения его новых творческих идей!**

Кравченко В.Ф. Новые синтезированные окна // Доклады академии наук. 2002. Т. 382. №2. С. 190-198.

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2002, том 382, № 2, с. 190-198

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 621.301.681.142.2

НОВЫЕ СИНТЕЗИРОВАННЫЕ ОКНА

© 2002 г. В. Ф. Кравченко

Представлено академиком Ю.В. Гуляевым 24.05.2001 г.

Поступило 25.05.2001 г.

1. ВВЕДЕНИЕ

В [1–10] рассмотрено применение атомарных функций (АФ) к задачам цифровой обработки сигналов и показана их эффективность по сравнению с классическими [11, 12]. В настоящей работе впервые представлены новые весовые функции (окна), предложенные и обоснованные В.Ф. Кравченко. Введение таких нестандартных окон является весьма актуальным решением тех проблем, которые в последние годы возникли при появлении нового класса наземных и бортовых радиолокационных станций [14], способных одновременно вести поиск и сопровождение большого числа различных целей. В связи с этим они получили название многофункциональных радиолокационных станций [15]. Произошедшие существенные технические изменения в радиолокации в связи с применением антенных решеток с фазовым и цифровым методами формирования лучей, а также современной вычислительной техники для обработки радиолокационной информации довольно слабо отражены как в отечественной, так и зарубежной литературе. Большой каталог весовых функций (окон) приведен в [11]. Как следует из [11], сконструированные окна представлены в виде произведений, сумм и сверток простых весовых функций (окон), а также в виде отдельных участков известных ранее окон. Как правило, такие окна не имеют хороших физических характеристик, а некоторые из них не удовлетворяют требованиям практики. В связи с этим большой практический интерес представляют конструкции новых весовых функций (окон), построенных на основе АФ и операций свертки и корреляции [13].

2. ОПЕРАЦИИ СВЕРТКИ И КОРРЕЛЯЦИИ

Основная идея предложенного метода заключается в следующем. С рассмотренными [4] АФ тесно связаны другие АФ, например

*Институт радиотехники и электроники
Российской Академии наук, Москва*

$$\hat{u}p(x) = \text{sup}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ixt) \times \times \prod_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(t \cdot 2^{-k})}{t \cdot 2^{-k}} \right)^2 dt, \quad (1)$$

которая есть свертка $up(x)$ с самой собой

$$\hat{u}p(x) = \text{sup}(x) = up(x) * up(x). \quad (2)$$

Значение этой функции состоит в том, что через

$$\hat{u}p(x) = \text{sup}\left(\frac{k}{2^n}\right)$$

изведений сдвигов на $\frac{k}{2^n}$ функций $up(x)$, $Fup_n(x)$ и

других АФ. Для понимания дальнейших результатов кратко изложим основные операции свертки и корреляции, основанные на результатах [13]. При построении весовых функций (окон) полезные операции, называемые свертками и позволяющие получать при помощи двух “родительских” АФ $up_1(x)$ и $up_2(x)$ третью, “дочернюю” или гибридную функцию $\hat{u}p(x)$ по правилу

$$\hat{u}p(x) = \int_{-\infty}^{\infty} up_1(\tau) up_2(x - \tau) d\tau. \quad (3)$$

Используя для операции свертки знак $*$, запишем (3) в более удобной форме:

$$\hat{u}p(x) = up_1(x) * up_2(x). \quad (4)$$

Если в (3) положить $x - \tau = y$, получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} up_2(y) up_1(x - y) dy = \hat{u}p(x).$$

Откуда следует, что операция свертки обладает свойствами коммутации, как и обычное умножение:

$$up_1(x) * up_2(x) = up_2(x) * up_1(x). \quad (5)$$

Рис. 1. а – свертка функций $u_{p1}(x)$ и $u_{p2}(x)$; б – свертка функции $\hat{u}_p(x)$ (колокол) и решетчатой функции $P(x/a)$, изображение функций; в – изображение носителей.

Просто обосновывается справедливость сочетательного свойства:

$$u_{p1}(x) * [u_{p2}(x) * u_{p3}(x)] = [u_{p1}(x) * u_{p2}(x)] * u_{p3}(x).$$

На рис. 1а показана свертка функций $u_{p1}(x)$ и $u_{p2}(x)$. Способ получения “дочерней” функции $\hat{u}_p(x)$ ($\text{sup}(x)$) из “родительских” функций $u_{p1}(x)$ и $u_{p2}(x)$ показывает, что она имеет “родительские” признаки, заключающиеся в том, что носитель имеет расширение. В пределе свертка функции $\hat{u}_p(x)$ с дельта-функцией, носитель которой равен 0, не изменяет этой функции:

$$\begin{aligned} \hat{u}_p(x) * \delta(x) &= \delta(x) * \hat{u}_p(x) = \hat{u}_p(x), \\ \hat{u}_p(x) * \delta(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_p(x) \delta(x-\tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_p(\tau) \delta(\tau-x) d\tau = \hat{u}_p(x), \end{aligned} \quad (6)$$

где первый интеграл – свертка, а второй – выборочное свойство дельта-функции. Для смещенных из начала координат функций имеем

$$\hat{u}_p(x-x_1) * \delta(x-x_2) = \hat{u}_p(x-(x_1+x_2)). \quad (7)$$

Свертка “хорошей” $\hat{u}_p(x)$ с единичной функцией $I(x)$, имеющей носитель $\text{supp} I(x) = [-\infty, \infty]$, дает единичную функцию, нормированную на величину площади под $\hat{u}_p(x)$ функцией:

$$\hat{u}_p(x) * I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_p(\tau) I(x-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_p(\tau) d\tau. \quad (8)$$

Для приложений основным является случай свертки функции $\hat{u}_p(x)$ с решетчатой функцией

$$\hat{u}_p(x) * P\left(\frac{x}{a}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{u}_p(x-na). \quad (9)$$

Рис. 2. Свертка и корреляция: а – свертка, б – корреляция, в – протяженность области автокорреляции, равная $d - |x|$.

На рис. 1б, 1в показана решетчатая функция, которая повторила функцию $\hat{u}_p(x)$ в местах расположения дельта-функции. Кроме интегральной операции свертки, имеется еще одна операция такого же типа, позволяющая получить из двух функций третью, называемая корреляцией (или кросс-корреляцией):

$$\hat{u}_p(x) = u_{p1}(x) * \bar{u}_{p2}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{p1}^*(\tau) u_{p2}(x + \tau) d\tau. \quad (10)$$

Здесь звездочка в индексе означает комплексное сопряжение. Из (10) следует, что в отличие от свертки функции $u_{p1}(x)$ и $u_{p2}(x)$ не коммутируют. Однако частным случаем операции $*$ является вариант, называемый автокорреляцией, когда $u_{p1}(x) \equiv u_{p2}(x)$. В случае, если $u_{p1}^*(x) = u_{p2}(x)$ (функция $u_{p1}(x)$ реальная), имеем

$$\begin{aligned} \hat{u}_p(x) &= u_{p1}(x) * \bar{u}_{p2}(x) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} u_{p1}(\tau) u_{p2}(x + \tau) d\tau = u_{p1}(x) * u_{p2}(-x). \end{aligned} \quad (11)$$

Следовательно, автокорреляция реальной функции может быть заменена сверткой исходной функции с функцией, полученной из первой путем инвертирования. Когда существует корреляция финитной функции $\hat{u}_p(x)$, носитель которой d , то протяженность области корреляции при заданном сдвиге x равна разности $d - x$ (рис. 2в).

Функция корреляции $\hat{u}_p(x)$ будет записана в виде

$$\begin{aligned} \hat{u}_p(x) &= u_{p1}(x) * \bar{u}_{p2}(x) = \\ &= (d - x) \langle u_{p1}^*(\tau) u_{p2}(x + \tau) \rangle, \end{aligned}$$

где среднее значение вычисляется по области корреляции. Когда задается множество величин $\{x_i\}$, $i = 1, 2, \dots, R$, автокорреляция определяется из

$$\hat{u}_p(n) = \sum_{j=1}^{R-n} x_{n+j} x_j = (R - n) \langle x_{n+j} x_j \rangle.$$

С учетом (4), (11) для функции $u_{p1}^*(x) = u_{p1}(x)$ получим

$$\begin{aligned} \hat{u}_p(x) &= u_{p1}(x) * \bar{u}_{p1}(x) = u_{p1}(x) * u_{p1}(-x) = \\ &= u_{p1}(-x) * u_{p1}(x) = \hat{u}_p(-x). \end{aligned}$$

НОВЫЕ СИНТЕЗИРОВАННЫЕ ОКНА

193

Таблица 1. Основные физические параметры новых синтезированных окон Кравченко и классических окон

Окно	Эквивалентная шумовая полоса, бин	Корреляция перекрывающихся участков (50% перекрытия), %	Паразитная АМ, дБ	Макс. потери преобразования, дБ	Макс. уровень спада боковых лепестков, дБ	Скорость спада боковых лепестков, дБ/октава	Полоса по уровню 6,0 дБ, бин	Когерентное усиление
Кравченко								
К	2.34	0.8	0.6	4.3	-47	-∞	3.05	0.31
К ₁	2.9	0.06	0.4	5	-69.8	-∞	3.82	0.25
К ₂	3.35	0.004	0.3	5.55	-93.2	-∞	4.45	0.21
К ₃	3.75	$2.9 \cdot 10^{-4}$	0.24	5.98	-116.4	-∞	4.90	0.19
К ₄	4.11	$2.1 \cdot 10^{-5}$	0.2	6.34	-139.8	-∞	5.41	0.17
К _{Э₂}	1.89	4.95	0.9	3.67	-34	-∞	2.51	0.5
К _{Э₃}	2.14	2.1	1.35	4.66	-51	-∞	2.05	0.5
К _{Э₄}	2.35	0.9	1.8	5.5	-68	-∞	1.78	0.5
К _{Э₆}	2.73	0.7	2.7	7.1	-102	-∞	1.5	0.5
Кайзера–Бесселя								
a = 3.0	1.8	7.4	1.02	3.56	-69	-6	2.39	0.4
a = 3.5	1.93	4.8	0.89	3.74	-82	-6	2.57	0.37
Хемминга	1.36	23.5	1.78	3.1	-43	-6	1.81	0.54
Блэкмана–Харриса четырехчленное	2	3.8	0.83	3.85	-92	-6	2.72	0.36

Заметим, что автокорреляция действительной функции обладает свойством симметризации конечной функции. Это означает, что на выходе следует четная функция $\hat{w}(x) = \hat{w}(-x)$. Отметим, что для действительной и четной функции $\hat{w}(x)$ операции свертки и автокорреляции неразличимы. При $\hat{w}^*(x) = \hat{w}(x) = \hat{w}(-x)$ получаем, что $\hat{w}(x) * \hat{w}(x) = \hat{w}(x) * \hat{w}(x)$.

3. СИНТЕЗИРОВАНИЕ НОВЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ (ОКОН)

Проведем исследование новых синтезированных окон, основываясь на АФ при следующих параметрах: $w(nT) = 0$, $|n| > \frac{N}{2}$, N – четное, $w(nT) = w(-nT)$. Для сравнения характеристик синтезированных новых окон воспользуемся системой физических параметров, введенных в [11]. Известно, что на практике (при $T = 1$) широко используются следующие весовые функции (окна) [11, 12].

1. Кайзера–Бесселя

$$w(n) = \frac{I_0\left(\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{2n}{N-1} - 1\right)^2}\right)}{I_0(\alpha)}, \quad 0 \leq n \leq N-1,$$

где I_0 – функция Бесселя нулевого порядка, $\alpha = 2, 2.5, 3, 3.5$.

2. Хемминга

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(2\pi \frac{n}{N-1}\right), \quad 0 \leq n \leq N-1.$$

3. Блэкмана–Харриса (четырёхчленное)

$$w(n) = 0.35875 - 0.48829 \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + 0.14128 \cos\left(\frac{2\pi}{N}2n\right) - 0.01168 \cos\left(\frac{2\pi}{N}3n\right),$$

$$0 \leq n \leq N-1.$$

Используя результаты теории, рассмотрим окно К (новое синтезированное окно В.Ф. Кравченко, $w(x) * w(x)$); табл. 1, рис. 3а) и определим его физические параметры. Расчеты проводились при $N = 50$.

Рис. 3. Синтезированные окна: а, б – Кравченко (К, K_2), в, г – Кравченко–Хемминга (КХ, KH_1), д, е – Кравченко–Кайзера–Бесселя (ККБ, KKB_2), ж, з – Кравченко–Блэкмана–Харриса (КБХ, KBH_2). Слева – функция, справа – логарифм преобразования Фурье соответствующего окна; n – номер отсчета, $n \in \left[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right]$, $N = 50$ – общее число отсчетов, $\theta = \frac{2\pi}{N}$ – нормированная частота.

1. Эквивалентная шумовая полоса $k_1(K) = 50 \cdot 0.0468 = 2.34$.

2. Корреляция для 50% перекрытия $k_2(K) = \frac{3.68}{446} \cdot 100\% = 0.8\%$.

3. Паразитная АМ $k_3(K) = -10 \log \left| \frac{W(\pi/2)}{W(0)} \right|^2 = 0.6$.

4. Максимальные потери преобразования $k_4(K) = 10 \log(2.34) + 0.6 = 4.3$ дБ.

5. Максимальный уровень спада боковых лепестков равен $k_5(K) = -47$ дБ.

6. Асимптотическая скорость спада боковых лепестков $k_6(K) = -\infty$.

7. Ширина окна на уровне 6 дБ $k_7(K) = 3.05$.

НОВЫЕ СИНТЕЗИРОВАННЫЕ ОКНА

195

Рис. 3. Окончание.

8. Когерентное усиление $k_8(K) = 0.31$.

Для сравнения приведем расчетные данные для синтезированного окна K_2 ($ur(x) * ur(x) * ur(x) * ur(x)$; табл. 1, рис. 36).

9. Эквивалентная шумовая полоса $k_1(K_2) = 50 \cdot 0.0017 = 3.35$.

10. Корреляция для 50% перекрытия $k_2(K_2) = \frac{0.0125}{306} \cdot 100\% = 0.004\%$.

11. Паразитная АМ $k_3(K_2) = -10 \log \left| \frac{W(\pi/2)}{W(0)} \right|^2 = 0.3$.

12. Максимальные потери преобразования $k_4(K_2) = 10 \log(3.35) + 0.3 = 5.55$ дБ.

13. Максимальный уровень спада боковых лепестков равен $k_5(K_2) = -93.2$ дБ.

14. Асимптотическая скорость спада боковых лепестков $k_6(K_2) = -\infty$.

15. Ширина окна на уровне 6 дБ $k_7(K_2) = 4.45$.

16. Когерентное усиление $k_8(K) = 0.21$.

4. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Анализ численных результатов синтезированных весовых функций (окон) Кравченко (табл. 1) и классических окон Кайзера–Бесселя, Хемминга, Блэкмана–Харриса (четырёхчленное) показал, что по физическим параметрам они превосходят известные окна. Новые окна имеют низкую паразитную АМ, а также высокий максимальный уровень спада боковых лепестков, который существенно зависит от степени операции свертки в диапазоне от -47 дБ до -139.8 дБ. Другая группа

Таблица 2. Основные физические параметры новых синтезированных окон Кравченко–Хемминга (КХ), Кравченко–Кайзера–Бесселя (ККБ), Кравченко–Блэкмана–Харриса (КБХ)

Окно	Эквивалентная шумовая полоса, бин	Корреляция перекрывающихся участков (50% перекрытия), %	Паразитная АМ, дБ	Макс. потери преобразования, дБ	Макс. уровень спада боковых лепестков, дБ	Скорость спада боковых лепестков, дБ/октава	Полоса по уровню 6.0 дБ, бин	Когерентное усиление
КХ	2.14	2.06	0.74	4.05	-71.2	-∞	2.78	0.35
КХ ₁	2.68	0.21	0.46	4.74	-96	-∞	3.5	0.27
КХ ₂	3.17	0.016	0.17	5.1	-120	-∞	4.1	0.23
КХ ₃	3.6	0.0012	0.026	5.8	-143	-∞	4.77	0.2
ККБ	2.44	0.58	0.56	4.43	-50.2	-∞	3.2	0.29
ККБ ₁	2.97	0.042	0.38	5.1	-75.4	-∞	3.9	0.24
ККБ ₂	3.4	0.003	0.29	5.6	-100	-∞	4.45	0.21
ККБ ₃	3.81	$2.3 \cdot 10^{-4}$	0.24	6	-123.6	-∞	4.9	0.19
КБХ	2.55	0.31	0.5	4.6	-44.2	-∞	3.37	0.28
КБХ ₁	3.05	0.023	0.36	5.2	-68.7	-∞	3.97	0.25
КБХ ₂	3.46	0.0026	0.233	5.6	-115.8	-∞	5.09	0.21
КБХ ₃	3.85	$1.9 \cdot 10^{-4}$	0.23	6	-116.2	-∞	5.1	0.19

окон Кравченко составлена из сверток АФ $\Xi_n(x)$. Приведем основные физические параметры окон K_{Ξ_2} и K_{Ξ_4} (табл. 1).

17. Эквивалентная шумовая полоса $k_1(K_{\Xi_2}) = 50 \cdot 0.0178 = 1.89$, $k_1(K_{\Xi_4}) = 50 \cdot 0.047 = 2.35$.

18. Корреляция для 50% перекрытия $k_2(K_{\Xi_2}) = 4.95\%$, $k_2(K_{\Xi_4}) = 0.9\%$.

19. Паразитная АМ $k_3(K_{\Xi_2}) = -10 \log \left| \frac{W(\pi/2)}{W(0)} \right|^2 = 0.9$, $k_3(K_{\Xi_4}) = 1.8$.

20. Максимальные потери преобразования $k_4(K_{\Xi_2}) = 10 \log(1.89) + 0.9 = 3.67$ дБ, $k_4(K_{\Xi_4}) = 5.5$ дБ.

21. Максимальный уровень спада боковых лепестков равен $k_5(K_{\Xi_2}) = -34$ дБ, $k_5(K_{\Xi_4}) = -68$ дБ.

22. Асимптотическая скорость спада боковых лепестков $k_6(K_{\Xi_2}) = -\infty$, $k_6(K_{\Xi_4}) = -\infty$.

23. Ширина окна на уровне 6 дБ $k_7(K_{\Xi_2}) = 2.51$, $k_7(K_{\Xi_4}) = 1.5$.

24. Когерентное усиление $k_8(K_{\Xi_2}) = 0.5$, $k_8(K_{\Xi_4}) = 0.5$.

Отметим высокую селективность этой группы окон Кравченко: с увеличением степени операции свертки полоса пропускания по уровню 6 дБ снижается от значения 2.51 бин (окно K_{Ξ_2}) до 1.5 бин (окно K_{Ξ_4}). Последнее окно (K_{Ξ_4}), кроме хорошей селективности, обладает также высоким уровнем спада боковых лепестков (-102 дБ), низким значением корреляции перекрывающихся участков (в среднем на порядок превосходящих по этому параметру классические окна) и может применяться при фильтрации сигналов, имеющих небольшое расстояние между спектральными линиями равной интенсивности (например, в радиолокации при обнаружении группы целей). Если требуются весовые функции (окна) с очень низким значением корреляции, малым значением паразитной АМ и высоким максимальным уровнем спада боковых лепестков (до -143 дБ), можно использовать синтезированные окна Кравченко–Хемминга (КХ), Кравченко–Кайзера–Бесселя (ККБ), Кравченко–Блэкмана–Харриса (КБХ) (табл. 2, рис. 3). Все синтезированные весовые функции (окна) имеют бесконечную скорость спада боковых лепестков. Основные физические характеристики новых синтезированных окон представлены в табл. 2 и на рис. 3.

НОВЫЕ СИНТЕЗИРОВАННЫЕ ОКНА

197

С точки зрения практической применимости весовых функций (окон) интерес представляет диаграмма зависимости потерь преобразования и максимального уровня спада боковых лепестков (рис. 4). Из диаграммы следует, что наиболее качественные новые синтезированные окна расположены в ее левом нижнем углу. Такие окна имеют низкий уровень боковых лепестков, но несколько завышены значения потерь преобразования. Существенно улучшить последний параметр можно при переходе к растяжению или сжатию весовых функций (окон), используя свойства АФ. Для этого сделаем ряд некоторых математических операций: преобразуем ось x в ось t по формуле $t = \frac{T}{X}x$. Посмотрим, как при та-

ком преобразовании изменяются основные физические параметры новых синтезированных окон (табл. 3, 4). При растяжении весовых функций (окон) во временной области наблюдаются следующие физические эффекты: для всех окон сужается эквивалентная шумовая полоса, а также полоса по уровню 6 дБ; значительно уменьшаются максимальные потери преобразования. При этом следует отметить следующие недостатки: увеличивается значение корреляции перекрывающихся участков, а также ухудшается значение паразитной амплитудной модуляции. Эти эффекты возникают при постоянном максимальном уровне спада боковых лепестков. Таким образом, исследованные окна по своим физическим параметрам практически не уступают известным классическим окнам, а по некоторым значительно их превосходят.

Максимальный уровень спада боковых лепестков, дБ

Рис. 4. Диаграмма зависимости потерь преобразования и максимального уровня спада боковых лепестков для новых синтезированных окон Кравченко.

Результаты работы были доложены на Первом международном симпозиуме: "Математическое моделирование физических процессов в неоднородных средах". (Мексика. Гуахоуато. 2001. 20–22 марта) [8], а также на 4-м международном симпозиуме: "Физика и техника миллиметровых

Таблица 3. Параметры нового синтезированного окна Кравченко с учетом временных изменений

Относительное растяжение весовой функции (окна) K во временной области, %	Эквивалентная шумовая полоса, бин	Корреляция перекрывающихся участков (50% перекрытия), %	Паразитная АМ, дБ	Макс. потери преобразования, дБ	Макс. уровень спада боковых лепестков, дБ	Скорость спада боковых лепестков, дБ/октава	Полоса по уровню 6,0 дБ, бин	Когерентное усиление
0	2.34	0.8	0.6	4.3	-47	-8	3.05	0.31
5	2.22	1.42	0.67	4.13	-	-	2.92	0.32
10	2.1	2.35	0.74	3.96	-	-	2.78	0.34
15	1.98	3.72	0.83	3.8	-	-	2.61	0.36
20	1.87	5.64	0.94	3.66	-	-	2.46	0.39
25	1.75	8.24	1.07	3.5	-	-	2.3	0.41
30	1.64	11.6	1.22	3.38	-	-	2.15	0.44
35	1.52	15.7	1.42	3.24	-	-	2	0.47
40	1.42	20.5	1.67	3.2	-	-	1.83	0.51

Таблица 4. Параметры новых синтезированных окон Кравченко–Хемминга, Кравченко–Блэкмана–Харриса с учетом временных изменений

Относительное растяжение весовой функции (окна) во временной области, %	Эквивалентная шумовая полоса, бин	Корреляция перекрывающихся участков (50% перекрытия), %	Паразитная АМ, дБ	Макс. потери преобразования, дБ	Макс. уровень спада боковых лепестков, дБ	Скорость спада боковых лепестков, дБ/октава	Полоса по уровню 6.0 дБ, бин	Когерентное усиление
Окно Кравченко–Хемминга								
0	2.68	0.21	0.46	4.74	–96	–8	3.5	0.27
5	2.55	0.4	0.51	4.57	–	–	3.37	0.28
10	2.42	0.74	0.57	4.41	–	–	3.2	0.3
15	2.3	1.32	0.64	4.26	–	–	3	0.31
20	2.1	2.25	0.72	4.05	–	–	2.85	0.33
25	2.02	3.7	0.82	3.88	–	–	2.64	0.36
30	1.88	5.7	0.94	3.68	–	–	2.48	0.38
35	1.75	8.6	1.1	3.52	–	–	2.3	0.41
40	1.62	12.4	1.28	3.38	–	–	2.15	0.44
Окно Кравченко–Блэкмана–Харриса								
0	3.4	0.003	0.29	5.6	–100	–8	4.45	0.21
5	3.24	0.01	0.32	5.43	–	–	4.29	0.22
10	3.1	0.03	0.36	5.27	–	–	4.07	0.23
15	2.9	0.08	0.4	5.03	–	–	3.84	0.25
20	2.73	0.2	0.45	4.8	–	–	3.6	0.26
25	2.56	0.43	0.51	4.6	–	–	3.39	0.28
30	2.39	0.92	0.59	4.34	–	–	3.17	0.3
35	2.21	1.82	0.68	4.13	–	–	2.93	0.32
60	1.39	21.5	1.8	3.24	–	–	1.78	0.52

и субмиллиметровых волн” (2001. 4–9 июня. Украина. Харьков) [9].

Автор выражает благодарность акад. Ю.В. Гуляеву, акад. НАН Украины В.Л. Рвачеву, чл.-кр. РАН В.И. Пустовойту, а также профессорам Е.Г. Зелкину, В.А. Кашину, И.К. Лифанову, В.И. Меркулову, Х. Перес-Меана, А.А. Потопову, В.И. Пономареву, А.В. Соколову, Я.С. Шифрину за обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравченко В.Ф., Басараб М.А., Пустовойт В.И., Перес-Меана Х. // ДАН. 2001. Т. 377. № 2. С. 183–189.
2. Кравченко В.Ф., Басараб М.А., Перес-Меана Х. // РЭ. 2001. Т. 46. № 5. С. 534–552.
3. Гончаренко А.А., Кравченко В.Ф., Пономарев В.И. Дистанционное зондирование неоднородных сред. М.: Машиностроение, 1991.
4. Кравченко В.Ф., Рвачев В.А., Рвачев В.Л. // РЭ. 1995. Т. 40. № 9. С. 1385–1406.
5. Кравченко В.Ф., Рвачев В.А., Рвачев В.Л. // ДАН. 1989. Т. 306. № 1. С. 78–81.
6. Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л. // ДАН. 1995. Т. 342. № 1. С. 29–31.
7. Kravchenko V.F., Basarab M.A., Perez-Meana H. // Telecommun. and Radio Eng. 2001. V. 56. № 1. P. 3–17.
8. Kravchenko V.F., Basarab M.A., Perez-Meana H. // Proc. I Intern. Workshop on Mathematical Modeling of Physical Processes in Inhomogeneous Media. 20–22 March. 2001. Guanajuato; Gto; Mexico, 2001. P. 5–7.
9. Kravchenko V.F., Basarab M.A. Proc. IV Intern. Symp. on Physics and Engineering of Millimeter and Submillimeter Waves. 4–9 June. 2001. Kharkov, 2001.
10. Кравченко В.Ф., Басараб М.А. // Электромаг. волны и электрон. системы. 2001. Т. 6. № 4. С. 3–26.
11. Харрис Ф.Дж. // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 1. С. 60–96.
12. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. М.: Мир, 1988.
13. Соболев С.Л. Избранные вопросы теории функциональных пространств и обобщенных функций. М.: Наука, 1989.
14. Меркулов В.И., Перов А.И., Саблин В.Н и др. Радиолокационные измерители дальности и скорости. М.: Радио и связь, 1999. Т. 1.
15. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Киев: Квц, 2000.

Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Пустовойт В.И. Новый класс WA-систем функций Кравченко-Рвачева // Доклады академии наук. 2007. Т. 413. №3. С. 320-328.

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2007, том 413, № 3, с. 320–328

ИНФОРМАТИКА

УДК 519.6

НОВЫЙ КЛАСС WA-СИСТЕМ ФУНКЦИЙ КРАВЧЕНКО-РВАЧЕВА

© 2007 г. Академик Ю. В. Гуляев, В. Ф. Кравченко, академик В. И. Пустовойт

Поступило 21.11.2006 г.

В работе предложены и обоснованы конструкции нового класса WA-систем функций Кравченко-Рвачева [1, 2], построенные на основе атомарных функций (АФ), с использованием идей и результатов, изложенных в [1–7]. В первой части изложен алгоритм построения WA-систем функций, а во второй исследовано с помощью вычислительных методов новое семейство комплексных вейвлетов, основанных на АФ и обладающих рядом полезных свойств. Эти вейвлеты и их фурье-образы определяются аналитическими соотношениями.

ПОСТРОЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦИЙ КРАВЧЕНКО-РВАЧЕВА

Согласно [1–3], построение вейвлет-функции ψ определяется требованием получения большого количества коэффициентов $\langle f, \psi_{j,n} \rangle$, близких к нулю. Это зависит главным образом от регулярности функции f , количества нулевых моментов ψ и размера ее носителя. Если f – регулярная функция, а ψ имеет достаточное количество нулевых моментов, то вейвлет-коэффициенты $\langle f, \psi_{j,n} \rangle$ малы для малого масштаба 2^j . Тогда ψ имеет p нулевых моментов

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi(t) dt = 0, \quad 0 \leq k < p. \quad (1)$$

Теорема 1. Пусть ψ и ϕ – вейвлет- и масштабирующая функция, которые порождают ортогональные базисы. Если $\psi(\omega)$ и $\phi(\omega)$ p раз непрерывно дифференцируемы на частоте $\omega = 0$, то верны следующие утверждения:

вейвлет ψ имеет p нулевых моментов;

$\psi(\omega)$ и ее первые $p - 1$ производные равны нулю для $\omega = 0$;

$h(\omega)$ и ее первые $p - 1$ производные равны нулю для $\omega = \pi$.

$$\text{При любом } 0 \leq k < p \quad q_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n^k \phi(t - n) -$$

многочлен степени k .

Размер носителя. Если функция f имеет при t_0 особую точку и если t_0 находится внутри носителя

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t - 2^j n}{2^j}\right),$$

то $\langle f, \psi_{j,n} \rangle$ может достигать большего значения по амплитуде. Когда ψ имеет компактный носитель размера K , то на каждом уровне 2^j имеется K вейвлетов $\psi_{j,n}$, чьи носители включают точку t_0 . Для того чтобы уменьшить число больших коэффициентов, необходимо сократить размер носителя ψ . Тогда имеет место теорема о компактном носителе [1, 3].

Теорема 2. Масштабирующая функция ϕ имеет компактный носитель тогда и только тогда, когда h имеет компактный носитель, и носители ϕ и h эквивалентны. Если носители h и ϕ равны $[N_1, N_2]$, то носитель ψ равен $\left[\frac{N_1 - N_2 + 1}{2}, \frac{N_2 - N_1 + 1}{2}\right]$, где h – сопряженный зеркальный фильтр.

Из свойств АФ [2] следует, что значение ее фурье-спектра для $\omega = \pi$ не равно нулю. Поэтому АФ нельзя использовать в качестве $h(\omega)$ в силу неверности одному из утверждений теоремы 1. Для того чтобы условия теоремы 1 соблюдались,

$$\text{запишем } h(\omega) \text{ в виде } h(\omega) = \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\omega}{2}\right) \right)^p \cdot \tilde{\theta}(\omega).$$

Здесь $\tilde{\theta}(\omega)$ – фурье-спектр АФ. Во временной области такая функция (например, АФ $\text{up}(t)$) может быть представлена с помощью преобразования Лапласа. Основные свойства АФ $\text{up}(t)$ в задачах операционного исчисления изложены в [1, 2]. В этом случае $h(\omega)$ будет иметь p нулевых моментов для $\omega = \pi$. Такой подход позволяет использовать АФ для построения нового класса вейвлет-функций. Необходимость ортонормированности масштаби-

Институт радиотехники и электроники
Российской Академии наук, Москва
Научно-технологический центр
уникального приборостроения
Российской Академии наук, Москва

рующей функции $\varphi(x)$ приводит к выполнению специальных свойств для $h(\omega)$: $|h(\omega)|^2 + |h(\omega + \pi)|^2 = 1$. Согласно [1, 3], если 2π -периодическая функция $h(\omega)$ удовлетворяет условию о специальных свойствах,

а произведение $\frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \prod_{j=1}^{\infty} h(2^{-j}\omega)$ сходится,

то его предел $\varphi(\omega)$ принадлежит $L^2(R)$ и $\|\varphi\|_{L^2} \leq 1$.

В этом случае масштабирующая функция определяется соотношением $\varphi(\omega) = \prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} h(2^{-i}\omega)$. Опре-

делив масштабирующую функцию $\varphi(x)$, можно найти вейвлетобразующую функцию ψ . Одним из вариантов построения ψ является следующий:

$$\psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\omega}{2}} \overline{h\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right)} \varphi\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

или, что эквивалентно,

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^{n-1} h(-n-1) \varphi(x-n).$$

Тогда $\psi(x)$ и $\varphi(x)$ – функции из $L^2(R)$ с компактным носителем, удовлетворяющие уравнениям

$$\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_n \varphi(2x-n),$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n h_{-n+1} \varphi(2x-n),$$

где h_n задаются в виде

$$h(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_n e^{-in\omega}.$$

Алгоритм построения WA-систем функций Кравченко–Рвачева имеет следующий вид.

1. Преобразование спектра АФ по формуле

$$h(\omega) = \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\omega}{2}\right) \right)^p \tilde{h}(\omega).$$

2. Построение масштабирующей функции на

основании соотношения $\varphi(\omega) = \prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} h(2^{-i}\omega)$ с конечным числом членов сомножителей в произведении. Количество членов произведения должно превышать 2^p , где p – количество ненулевых моментов.

3. Построение вейвлетобразующей функции на основе АФ проводится по формуле

$$\psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\omega}{2}} \overline{h\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right)} \varphi\left(\frac{\omega}{2}\right),$$

что эквивалентно $\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^{n-1} h(-n-1) \varphi(x-n)$,

где $\bar{h}(\omega)$ – сопряженная $h(\omega)$ функция. Полученная вейвлетобразующая функция должна удовлетворять следующим условиям:

А. Нулевое среднее: $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0$. Численный эксперимент подтверждает его выполнение.

Б. Условие устойчивости: $A \leq \sum_{j=-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}(2^{-j}\omega)|^2 \leq B$.

Условие выполняется, так как функция $\psi(x)$ получена преобразованием спектра АФ, который ограничен сверху величиной $\max(\widehat{\varphi}(\omega)) = 1$ и быстро спадает к нулю. При этом не производится никаких действий по умножению АФ на величину, снимающую ограничение сверху на амплитуду спектра. Численный эксперимент подтверждает выполнение этого условия.

В. Условие ортогональности: для $\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k)$ и $\psi_{l,m}(x) = 2^{l/2} \psi(2^l x - m)$, $j, k, l, m \in \mathbb{Z}$, выполняется $\langle \psi_{j,k}, \psi_{l,m} \rangle = \delta_{j,l} \delta_{k,m}$. Численный эксперимент показывает, что построенные вейвлет-функции Кравченко–Рвачева являются ортогональными.

ПОСТРОЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ВЕЙВЛЕТОВ КРАВЧЕНКО–РВАЧЕВА

Процедура построения. Комплексные вейвлеты Кравченко–Рвачева [1] основаны на свертке АФ и множителя $\cos^p \frac{\omega}{2}$, $p \in \mathbb{N}$:

$$\hat{h}_\theta^p(\omega) = \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^p \hat{\theta}(\omega), \quad (2)$$

где $\hat{\theta}(\omega)$ – спектр АФ.

Спектр семейства комплексных вейвлетов (без учета нормировки) имеет вид

$$\hat{\psi}_\theta^p = \hat{h}_\theta^p(\omega - \pi). \quad (3)$$

Для нахождения аналитического представления вейвлетов необходимо найти обратное преобразование Фурье от выражения (3). Для этого рассмотрим обратное преобразование Фурье от $\cos^p \frac{\omega}{2}$.

Воспользуемся следующим представлением для нечетных p :

$$\cos^p \frac{\omega}{2} = \frac{1}{2^{p-1}} \left[\cos \left(p \frac{\omega}{2} \right) + C_p^1 \cos \left((p-2) \frac{\omega}{2} \right) + C_p^2 \cos \left((p-4) \frac{\omega}{2} \right) + \dots + C_p^{\frac{p-1}{2}} \cos \left(\frac{\omega}{2} \right) \right], \quad (4)$$

где $C_p^k = \frac{p!}{k!(p-k)!}$. Для четных p имеем

$$\cos^p \left(\frac{\omega}{2} \right) = \frac{1}{2^{p-1}} \left[\cos \left(p \frac{\omega}{2} \right) + C_p^1 \cos \left((p-2) \frac{\omega}{2} \right) + C_p^2 \cos \left((p-4) \frac{\omega}{2} \right) + \dots + C_p^{\frac{p-2}{2}} \cos \left(\frac{\omega}{2} \right) \right] + \frac{1}{2^p} C_p^{\frac{p}{2}}. \quad (5)$$

Известно, что

$$F^{-1} \{ \cos(a\omega) \} = \frac{\delta(t+a) + \delta(t-a)}{2}. \quad (6)$$

Тогда, согласно (4)–(6), для нечетных p

$$F^{-1} \left\{ \cos^p \left(\frac{\omega}{2} \right) \right\} = \frac{1}{2^p} \sum_{k=0}^{(p-2)/2} C_p^k \left[\delta \left(t + \frac{p-2k}{2} \right) + \delta \left(t - \frac{p-2k}{2} \right) \right], \quad (7)$$

для четных p

$$F^{-1} \left\{ \cos^p \left(\frac{\omega}{2} \right) \right\} = \frac{1}{2^p} \left[\sum_{k=0}^{(p-2)/2} C_p^k \left[\delta \left(t + \frac{p-2k}{2} \right) + \delta \left(t - \frac{p-2k}{2} \right) \right] + C_p^{\frac{p}{2}} \delta(t) \right]. \quad (8)$$

Найдем обратное преобразование Фурье выражения (2), используя (7), (8). Для четных p получаем

$$\bar{h}_\theta^p(t) = \frac{1}{2^p} \left[\sum_{k=0}^{(p-2)/2} C_p^k \left(\theta \left(t + \frac{p-2k}{2} \right) + \theta \left(t - \frac{p-2k}{2} \right) \right) + C_p^{\frac{p}{2}} \theta(t) \right]. \quad (9)$$

Аналогично для нечетных p имеем

$$\tilde{h}_\theta^p(t) = \frac{1}{2^p} \sum_{k=0}^{(p-1)/2} C_p^k \left(\theta \left(t + \frac{p-2k}{2} \right) + \theta \left(t - \frac{p-2k}{2} \right) \right). \quad (10)$$

Из (3) следует

$$\tilde{\Psi}_\theta^p(t) = e^{i\pi t} h_\theta^p(t), \quad (11)$$

$$h_\theta^p(t) = \begin{cases} \bar{h}_\theta^p(t), & p \text{ четное,} \\ \tilde{h}_\theta^p(t), & p \text{ нечетное.} \end{cases} \quad (12)$$

Следовательно, комплексные вейвлеты Кравченко–Рвачева с точностью до нормирующего множителя определяются выражениями (9)–(12). Однако для практического использования вейвлеты должны иметь единичную норму в пространстве L_2 . Определим норму функции (11). Для этого вычислим $\|h_\theta^p(t)\|$, учитывая тот факт, что сдвиг функции не влияет на норму в пространстве L_2 . После некоторых преобразований получим для четных p

$$\begin{aligned} \|\bar{h}_\theta^p(t)\| &= \frac{1}{2^p} \left(2 \sum_{k=0}^{(p-2)/2} (C_p^k)^2 \|\theta(t)\|^2 + (C_p^{p/2})^2 \|\theta(t)\|^2 + \right. \\ &+ 2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{(p-2)/2} \left(C_p^k C_p^{p/2} \theta \left(t + \frac{p-2k}{2} \right) \theta(t) \right) + \right. \\ &+ \sum_{k=0}^{(p-2)/2} \left(C_p^k C_p^{p/2} \theta \left(t - \frac{p-2k}{2} \right) \theta(t) \right) + \\ &+ \left. \sum_{i=0}^{(p-2)/2} \sum_{j=0}^{(p-2)/2} C_p^i C_p^j \theta \left(t + \frac{p-2i}{2} \right) \theta \left(t - \frac{p-2j}{2} \right) \right]^2 dt \Big)^{1/2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогично для нечетных p

$$\begin{aligned} \|\tilde{h}_\theta^p(t)\| &= \frac{1}{2^p} \left(2 \sum_{k=0}^{(p-1)/2} (C_p^k)^2 \|\theta(t)\|^2 + \right. \\ &+ 2 \sum_{i=0}^{(p-1)/2} \sum_{j=0}^{(p-1)/2} C_p^i C_p^j \theta \left(t + \frac{p-2i}{2} \right) \theta \left(t - \frac{p-2j}{2} \right) \Big)^{1/2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Сдвиг в частотной области также не влияет на L_2 -норму функции, поэтому

$$\|\tilde{\Psi}_\theta^p(t)\| = \|e^{i\pi t} h_\theta^p(t)\| = \|h_\theta^p(t)\|. \quad (15)$$

Выражение для рассматриваемого семейства вейвлетов Кравченко–Рвачева с единичной нормой имеет вид

$$\psi_{\theta}^p(t) = \frac{1}{\|h_{\theta}^p(t)\|} e^{i\pi t} h_{\theta}^p(t), \quad (16)$$

где $h_{\theta}^p(t)$ определяется (12).

Преобразование Фурье-вейвлетов (16) пишется так:

$$\hat{\psi}_{\theta}^p(\omega) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\|\hat{h}_{\theta}^p(\omega)\|} \hat{h}_{\theta}^p(\omega - \pi), \quad p \in \mathbb{N}, \quad (17)$$

где $\hat{h}_{\theta}^p(\omega)$ определяется (2).

Графики нормированных комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева и их преобразований Фурье представлены на рис. 1–3.

Обоснование. Покажем, что построенные функции (16) являются вейвлетами. Для этого они должны удовлетворять следующим условиям [4]:

$$\psi_{\theta}^p \in L_2, \quad \|\psi_{\theta}^p\| = 1; \quad (18)$$

$$2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}_{\theta}^p(a)|^2}{|a|} da = C_{\psi} < \infty. \quad (19)$$

Условие (19) при выполненном (18) эквивалентно следующему:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |t| |\psi_{\theta}^p(t)| dt < \infty; \quad (20)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\theta}^p(t) dt = 0 \text{ или, что эквивалентно,} \quad (21)$$

$$\hat{\psi}_{\theta}^p(0) = 0.$$

Из (9)–(12) следует, что рассматриваемые вейвлеты являются произведением линейной комбинации конечного числа сдвинутых АФ и непрерывной, ограниченной функции $e^{i\pi t}$. Следовательно, они сохраняют следующие свойства АФ, на которых построены непрерывность, финитность носителя и ограниченность. Данные свойства обеспечиваются выполнением условий (18) и (20) (свойство единичной нормы обеспечено описанной выше процедурой нормализации функции (11)). Таким образом, осталось показать, что для функций (16) выполнено свойство “нулевого среднего” (21). Для этого необходимо, чтобы преобразование Фурье (17) в нуле обращалось в нуль:

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_{\theta}^p(0) &= \frac{1}{\|h_{\theta}^p(t)\|} \hat{h}_{\theta}^p(-\pi) = \\ &= \frac{1}{\|h_{\theta}^p(t)\|} \left(\cos \frac{\pi}{2} \right)^p \hat{h}_{\theta}^p(-\pi) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

СВОЙСТВА КОМПЛЕКСНЫХ ВЕЙВЛЕТОВ КРАВЧЕНКО–РВАЧЕВА

Рассмотрим свойства нового семейства вейвлетов Кравченко–Рвачева.

Нулевое среднее. Как показано выше (21), (22), для комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева выполняется свойство нулевого среднего:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{\theta}^p(t) dt = 0.$$

Гладкость. Комплексные вейвлеты Кравченко–Рвачева сохраняют степень гладкости АФ, на которой построены. Действительно, вейвлеты (16) составлены (не учитывая констант) из произведения $e^{i\pi t}$, являющейся бесконечно дифференцируемой функцией, и функции $h_{\theta}^p(t)$ – суммы взвешенных сдвигов по аргументу АФ $\theta(t)$. Следовательно, для бесконечно дифференцируемых АФ комплексные вейвлеты (16) также будут бесконечно дифференцируемы.

Размер носителя. Комплексные вейвлеты Кравченко–Рвачева обладают компактным носителем, что следует из финитности АФ. Носитель вейвлетов (16) совпадает с носителем функции $h_{\theta}^p(t)$, который, в свою очередь, зависит от носителя АФ. Вид этой зависимости несложно установить, используя (9)–(11). Пусть АФ $\theta(t)$ имеет носитель $\text{supp} \theta(t) = [a, b]$, а носитель ее комплексного вейвлета

$$\text{supp} \psi_{\theta}^p(t) = \left[a - \frac{p}{2}, b + \frac{p}{2} \right]. \quad (23)$$

Из (23) следует, что с увеличением порядка вейвлета p размер его носителя увеличивается. Размеры носителей некоторых комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева представлены в табл. 1–3.

Частотное разрешение. Частотное разрешение вейвлета $\psi(t)$ – величина, обратная его частотной протяженности [4]:

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} (\omega - \eta)^2 |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega, \quad (24)$$

где $\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \omega |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega$ – частотный центр функции $\hat{\psi}(\omega)$.

Для всех рассматриваемых в данной работе вейвлетов частотный центр $\eta = \pi$. Это значение получается в результате частотного сдвига (17) соответствующих АФ, частотный центр которых расположен в нуле. Частотная протяженность некоторых комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева приводится в табл. 1–3. По этим

Рис. 1. Слева – графики комплексных вейвлетов $\psi(t)$ Кравченко–Рвачева на основе АФ $up(t)$ порядков 1–5 (пунктиром обозначена мнимая часть); справа – соответствующие фурье-преобразования $\hat{\psi}(\omega)$ вейвлетов.

Рис. 2. Слева – графики комплексных вейвлетов $\psi(t)$ Кравченко–Рвачева на основе АФ $fup_2(t)$ порядков 1–5 (пунктиром обозначена мнимая часть); справа – соответствующие фурье-преобразования $\hat{\psi}(\omega)$ вейвлетов.

Рис. 3. Слева – графики комплексных вейвлетов $\psi(t)$ Кравченко–Рвачева на основе АФ $eup(t)$ порядков 1–5 (пунктиром обозначена мнимая часть); справа – соответствующие фурье-преобразования $\hat{\psi}(\omega)$ вейвлетов.

Таблица 1. Частотная протяженность и носитель комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева $\psi_{\theta}^p(t)$ на основе АФ $up_m(t)$

p	$up_1(t)$		$up_2(t)$		$up_3(t)$		$up_4(t)$		$up_5(t)$	
	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp
1	1.78	[-1.5, 1.5]	1.56	[-1.5, 1.5]	1.33	[-1.5, 1.5]	1.19	[-1.5, 1.5]	1.17	[-1.5, 1.5]
2	1.15	[-2, 2]	0.97	[-2, 2]	0.83	[-2, 2]	0.74	[-2, 2]	0.74	[-2, 2]
3	0.85	[-2.5, 2.5]	0.71	[-2.5, 2.5]	0.60	[-2.5, 2.5]	0.54	[-2.5, 2.5]	0.54	[-2.5, 2.5]
4	0.67	[-3, 3]	0.56	[-3, 3]	0.47	[-3, 3]	0.43	[-3, 3]	0.42	[-3, 3]
5	0.56	[-3.5, 3.5]	0.46	[-3.5, 3.5]	0.39	[-3.5, 3.5]	0.35	[-3.5, 3.5]	0.35	[-3.5, 3.5]

Таблица 2. Частотная протяженность и носитель комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева $\psi_{\theta}^p(t)$ на основе АФ $fup_n(t)$

p	$fup_1(t)$		$fup_2(t)$		$fup_3(t)$		$fup_4(t)$		$fup_5(t)$	
	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp
1	1.00	[-2, 2]	0.83	[-2.5, 2.5]	0.73	[-3, 3]	0.65	[-3.5, 3.5]	0.59	[-4, 4]
2	0.65	[-2.5, 2.5]	0.57	[-3, 3]	0.53	[-3.5, 3.5]	0.49	[-4, 4]	0.45	[-4.5, 4.5]
3	0.49	[-3, 3]	0.44	[-3.5, 3.5]	0.41	[-4, 4]	0.39	[-4.5, 4.5]	0.37	[-5, 5]
4	0.39	[-3.5, 3.5]	0.36	[-4, 4]	0.34	[-4.5, 4.5]	0.32	[-5, 5]	0.31	[-5.5, 5.5]
5	0.33	[-4, 4]	0.31	[-4.5, 4.5]	0.29	[-5, 5]	0.28	[-5.5, 5.5]	0.27	[-6, 6]

Таблица 3. Частотная протяженность и носитель комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева $\psi_{\theta}^p(t)$ на основе АФ $eup_a(t)$

p	$eup_1(t)$		$eup_2(t)$		$eup_3(t)$		$eup_4(t)$		$eup_5(t)$	
	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp	σ_{ω}^2	supp
1	2.11	[-1.5, 1.5]	2.62	[-1.5, 1.5]	3.15	[-1.5, 1.5]	3.66	[-1.5, 1.5]	4.14	[-1.5, 1.5]
2	1.47	[-2, 2]	1.98	[-2, 2]	2.50	[-2, 2]	3.02	[-2, 2]	3.51	[-2, 2]
3	1.16	[-2.5, 2.5]	1.67	[-2.5, 2.5]	2.20	[-2.5, 2.5]	2.71	[-2.5, 2.5]	3.20	[-2.5, 2.5]
4	0.99	[-3, 3]	1.49	[-3, 3]	2.01	[-3, 3]	2.53	[-3, 3]	3.02	[-3, 3]
5	0.87	[-3.5, 3.5]	1.37	[-3.5, 3.5]	1.89	[-3.5, 3.5]	2.41	[-3.5, 3.5]	2.90	[-3.5, 3.5]

результатам можно заключить, что с увеличением порядка p вейвлета его частотное разрешение увеличивается. Полученные результаты соответствуют принципу неопределенности Гейзенберга.

Четность действительной и мнимой частей. Относительно комплексных функций имеет смысл рассматривать отдельно четность их действительных и мнимых частей. Построение комплексных вейвлетов Кравченко–Рвачева обеспечивает следующее их свойство:

действительная часть четных АФ является четной функцией, а мнимая часть – нечетной:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\psi_{\theta}^p(-t)) &= \operatorname{Re}(\psi_{\theta}^p(t)), \\ \operatorname{Im}(\psi_{\theta}^p(-t)) &= -\operatorname{Im}(\psi_{\theta}^p(t)) \text{ при } \theta(t) = \theta(-t). \end{aligned} \quad (25)$$

ВЫВОДЫ

Получен и обоснован новый класс WA-систем функций Кравченко–Рвачева, а также семейство комплексных вейвлетов. Исследованы их основ-

ные свойства. Установлено, что комплексные вейвлеты наследуют эти свойства от семейства АФ, на основе которых построены. Отметим, что в основной формуле (2) в качестве $\hat{\theta}(\omega)$ можно использовать спектр любой финитной функции-окна, а сдвиг спектра в соотношении (17) осуществлять на любое нечетное число, умноженное на π . Большие значения сдвига спектра могут оказаться полезными при использовании аналитического вейвлет-преобразования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. М.: Физматлит, 2006.
2. Кравченко В.Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. М.: Радиотехника, 2003.
3. Mallat S.G. A Wavelet Tour of Signal Processing. N.Y.: Acad. Press, 1999.
4. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. М.: Техносфера, 2004.
5. Новиков И.Я., Протасов В.Ю., Скопина М.А. Теория всплесков. М.: Физматлит, 2005.
6. Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф., Гусевский В.И. Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн. М.: Сайнс-пресс, 2005.
7. Кравченко В.Ф., Басараб М.А. Булева алгебра и методы аппроксимации в краевых задачах электродинамики. М.: Физматлит, 2004.

Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Пустовойт В.И. Аналитические вейвлеты Кравченко-Котельникова в цифровой обработке сигналов // Доклады академии наук. 2007. Т. 417. №4. С. 476-482.

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2007, том 417, № 4, с. 476–482

ФИЗИКА

УДК 519.6

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ КРАВЧЕНКО–КОТЕЛЬНИКОВА В ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

© 2007 г. Академик Ю. В. Гуляев, В. Ф. Кравченко, академик В. И. Пустовойт

Поступило 25.07.2007 г.

С использованием идей и результатов [1–4] в работе предложен и обоснован новый класс аналитических вейвлетов Кравченко–Котельникова, основанный на теории атомарных функций (АФ) [1]. На примере анализа цифровой обработки сверхширокополосных (СШП) сигналов показана эффективность новых вейвлетных базисов,

Вейвлет-преобразование. Прямое непрерывное вейвлет-преобразование (ВП) одномерного сигнала $f(t)$ [1–4] имеет вид

$$Wf(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \tilde{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (1)$$

где символ “ $\sim$ ” обозначает комплексное сопряжение, $\psi(t)$ – вейвлетобразующая функция, a – параметр масштабирования, b – параметр сдвига.

Обобщенные ряды Котельникова на основе АФ. Известно [1], что АФ нашли широкое применение в различных физических приложениях. На их основе [1] построены обобщенные ряды Котельникова. Теоремы, определяющие условия, при которых сигнал $s(t)$ можно точно восстановить по дискретным отсчетам, называются теоремами отсчетов [5, 8]. Они имеют дело с представлениями сигнала $s(t)$ в виде

$$s(t) \underset{t \in [T]}{\approx} \sum_k f_k(s) \phi_k(t) = s_k(t), \quad (2)$$

где $\phi_k(t)$, $k = 1, 2, \dots$, – множество сигналов (функций времени), выбранных заранее независимо от вида $s(t)$, $\{T\}$ – множество моментов времени, на котором определены $s(t)$ и $\{\phi_k(t)\}$, $k = 1, 2, \dots$. Знак “ $\approx$ ” указывает на то, что правая часть (2) не обязательно совпадает с $s(t)$ во всех точках, а лишь близка к $s(t)$ в соответствии с выбранной метри-

кой (расстоянием) $\rho[s(t), s_k(t)]$. Наиболее часто [9] встречается квадратичная метрика вида

$$\rho_{s\psi} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |s(t) - s_k(t)|^2 dt, \quad (3)$$

пропорциональная разности энергий аппроксимируемого $s(t)$ и аппроксимирующего $s_k(t)$ сигналов. В роли функций $\{\phi_k(t)\}$ обычно используются импульсы, смещенные относительно начала отсчета времени пропорционально k . Импульс $\phi_k(t)$ называют интерполирующим, если

$$(\forall k)[\phi_k(0) = 1], (\forall l = 1, 2, \dots)[\phi_k(l\Delta) = 0], \quad (4)$$

где Δ – некоторый конечный интервал времени, период отсчетов. В роли функций $f_k(t)$ для удобства реализации в большинстве случаев выступают точечные отсчеты

$$f_k(t) = s(k\Delta), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (5)$$

а вид импульсов $\{\phi_k(t)\}$ принимается одинаковым. Тогда

$$s(t) \approx \sum_k s(k\Delta) \phi_k(t - k\Delta). \quad (6)$$

Представление (6) дает точное равенство при $t = k\Delta$, а $s(t)$ в промежутках между отсчетами изменяется не слишком быстро. Тогда погрешность

$$\rho\left(s(t), \sum_k s(k\Delta) \phi(t - k\Delta)\right) \quad (7)$$

получается допустимой. Более сильное утверждение справедливо для сигналов с ограниченной полосой частот. Для них спектр

$$\hat{s}(\omega) = 0 \quad (8)$$

вне интервала $|\omega| \leq \Omega$, где $\Omega = 2\pi F$ – максимально возможная круговая частота спектра. Внутри интервала $|\omega| \leq \Omega$ спектр $\hat{s}(\omega)$ отличен от нуля по крайней мере на некотором подмножестве точек ω ненулевой меры (область, в точках которой

Институт радиотехники и электроники
Российской Академии наук, Москва
Научно-технологический центр
уникального приборостроения,
Российской Академии наук, Москва

$\hat{s}(\omega) \neq 0$, имеет ненулевую длину). Спектр сигнала $s(t)$ определяется так:

$$\hat{s}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{i\omega t} dt. \quad (9)$$

Здесь $\hat{s}(\omega)$ интегрируется в квадрате на $[-\Omega; +\Omega]$. Предполагается, что сигнал

$$s(t) = \int_{-\Omega}^{+\Omega} \hat{s}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (10)$$

обладает конечной энергией в области своего определения $-\infty < t < +\infty$

$$\int_{-\Omega}^{+\Omega} |\hat{s}(\omega)|^2 d\omega < \infty. \quad (11)$$

Сигнал $s(t)$ [1, 8] с ограниченной полосой $\hat{s}(\omega)$ представим в виде

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta) \prod_{j=1}^{\infty} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta a^{j-1}}(t - k\Delta)\right). \quad (12)$$

Выражение (12), удовлетворяя всем требованиям теоремы Котельникова, обладает лучшей сходимостью, особенно при восстановлении локальных во времени и разрывных сигналов. При вычислениях необходимо ограничиться конечным числом членов произведения в правой части (12). В этом случае имеет место точное разложение

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta) \prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta a^{j-1}}(t - k\Delta)\right), \quad (13)$$

$$a(1 + a^{-M}) > 2, \quad \Delta = \frac{\pi a(1 + a^{-M}) - 2}{\Omega a - 1}. \quad (14)$$

Минимальные значения a могут быть найдены из решения трансцендентного уравнения $a(1 + a^{-M}) = 2$. При $M = 1$ из (13) следует ряд Котельникова [1], а в пределе, когда $M \rightarrow \infty$, ряд (12).

Физический смысл обобщенного ряда Котельникова. Выражение (12), справедливое при условии (14), говорит о том, что операции дискретизации (цифрового преобразования) и восстановления сигнала взаимно обратны. Из (12) следует, что для любого задаваемого t сигнал $s(t)$ теоретически можно получить на приемном конце, если пропустить всю бесконечную последовательность $s(k\Delta)$, $k = \dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots$, через идеальный фильтр нижних частот с

частотой среза $\Omega = \frac{\pi a(1 + a^{-M}) - 2}{\Delta a - 1}$ и амплитудно-частотной характеристикой $|K(i\omega)| = \Delta$ в полосе пропускания. Теорема Котельникова характери-

зует предельные возможности канала связи. Тогда (13) следует понимать так:

$$s(t) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=-K}^K s(k\Delta) \prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta a^{j-1}}(t - k\Delta)\right) \right], \quad (15)$$

$$s_k(t; \Delta) = \sum_{k=-K}^K s(k\Delta) \prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta a^{j-1}}(t - k\Delta)\right).$$

Сходимость определяется в квадратичной метрике [9]

$$\rho(s(t); \tilde{s}(t; \Delta)) = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t) - \tilde{s}(t; \Delta)|^2 dt, \quad (16)$$

где $\tilde{s}(t; \Delta) = \lim_{k \rightarrow \infty} s_k(t; \Delta)$.

Весовая функция (окно) Кравченко–Котельникова. Согласно (6) уравнение (13) запишем в виде

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta) \Phi_{k-M}(t), \quad (17)$$

где

$$\Phi_{k-M}(t) = \prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta a^{j-1}}(t - k\Delta)\right). \quad (18)$$

Параметр a , $1 < a \leq 2$, выбирается согласно частотным свойствам сигналов [1]. Функция (18) обладает хорошими физическими параметрами. Весовая функция (окно) Кравченко–Котельникова определяется следующим выражением:

$$w_{KK}(t) = \Phi_{0-M}(t) = \prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta a^{j-1}}t\right). \quad (19)$$

На ее поведение оказывают влияние три параметра: M , a , Δ . Изменяя их, получим весовые функции Кравченко–Котельникова с различными физическими характеристиками. На рис. 1 представлены весовые функции Кравченко–Котельникова для разных значений: M , a и Δ .

Вторая производная весовой функции Кравченко–Котельникова. Рассмотрим поведение второй производной весовой функции (окна) Кравченко–Котельникова

$$w''_{KK}(t) = -\frac{d^2}{dt^2} \left(\prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta a^{j-1}}t\right) \right). \quad (20)$$

Графики этой функции для различных значений параметров M , a , Δ представлены на рис. 2.

Вейвлет-модулированные весовые функции Кравченко–Котельни-

Рис. 1. Весовые функции Кравченко–Котельникова для $M = 1$ (1), $M = 2$ (2), $M = 3$ (3) ($a = 1.2$, $\Delta = 0.2$ с) и их ЛАЧХ.

Рис. 2. Вторая производная весовых функций Кравченко–Котельникова для $M = 1, 2$ и 3 , $a = 1.2$, $\Delta = 0.2$ с их ЛАЧХ. Обозначения те же, что и на рис. 1.

кова. Согласно [3, 4], вейвлет-модулированная весовая функция определяется выражением вида

$$\psi(t) = w(t)\exp(i\eta t), \quad (21)$$

где $w(t)$ – весовая функция, η – параметр, имеющий физический смысл частоты. Весовая функция удовлетворяет условиям нормировки: $w(t) = 0$ при $|t| > 1$, $w(0) = 1$, $w(-t) = w(t)$. Основным требованием к ней при построении аналитического вейвлета является достаточно хорошая локализованность как во временной, так и в частотной областях. Если $\eta = \pi m$, где m – натуральное число, то m характеризует количество полных периодов гармонической функции, вырезанных окном $w(t)$.

Изменением параметра η можно добиться выполнения условия $\hat{\psi}(\omega) = 0$ для всех $\omega \leq 0$. Преобразование (21) не влияет на ширину носителя во временной области. Получаем аналитические вейвлеты Кравченко–Котельникова

$$\begin{aligned} \psi_{AKK}(t) &= w_{KK}(t)\exp(i\eta t) = \\ &= \prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi t}{\Delta a^{j-1}}\right)\exp(i\eta t). \end{aligned} \quad (22)$$

В (22) параметры M , a , Δ определяют основные физические характеристики (ширину функции спектральной плотности (ФСП) по уровню 3 и 6 дБ,

максимальный уровень боковых лепестков и др.). Графики этих функций приведены на рис. 3. Определенный физический интерес представляет вторая производная выражения (20), которая имеет вид

$$\begin{aligned}\Psi_{AKK}(t) &= w_{KK}''(t)\exp(i\eta t) = \\ &= \left(-\frac{d^2}{dt^2} \prod_{j=1}^M \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi t}{\Delta a^{j-1}}\right)\right)\exp(i\eta t).\end{aligned}\quad (23)$$

График функции (23) приведен на рис. 3.

Модели СШП-сигналов. Рассмотрим модели следующих СШП-сигналов [6, 7]:

$$1. y_1(t) = -\left(\operatorname{step}\left(\frac{t+0.5}{\tau}\right) - \operatorname{step}\left(\frac{t-0.5}{\tau}\right)\right)\operatorname{sign}(t);$$

$$\begin{aligned}2. y_2(t) &= (-1)^n \sin\left(\pi n \frac{t}{\tau}\right) \exp\left(-\left|\frac{t}{\tau}\right|\right) \times \\ &\times \left(\operatorname{step}\left(\frac{t}{\tau} + 1\right) - \operatorname{step}\left(\frac{t}{\tau} - 1\right)\right);\end{aligned}$$

$$3. y_3(t) = -\frac{2t}{\tau} \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right);$$

$$4. y_4(t) = -\frac{2}{\tau^2} \left(1 - \frac{2t^2}{\tau^2}\right) \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right);$$

Рис. 3. Вейвлет-модулированная весовая функция Кравченко–Котельникова, построенная для $\mu = 1$, и ее ЛАЧХ ($M = 1$, $a = 2$, $\Delta = 0.5$ с, действительная часть – сплошная линия, мнимая часть – штриховая).

$$5. y_5(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{2\tau}\right)^2\right) n! \sum_{k=0}^{[n/2]} \left(-\frac{1}{2}\right)^k \frac{(t/\tau)^{n-2k}}{(n-2k)!k!},$$

где $\operatorname{step}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0, \end{cases}$ – функция Хевисайда, а

$\operatorname{sign} t$ – функция, характеризующая знак аргумента. Физические характеристики этих функций приведены в табл. 1.

Физические характеристики СШП-сигналов. Для исследования вейвлетоб-

Таблица 1. Модельные СШП-сигналы и их физические характеристики

Номера реализаций	Модельные СШП-сигналы	μ	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9
1	$y_1(t)$, $\tau = 1$ с	1.54	0.91	1.04	0.85	1.11	-1.58	-1.41	10.01	10.01	-5.29
2	$y_1(t)$, $\tau = 1.5$ с	1.50	0.92	1.00	0.83	1.11	-1.49	-1.34	6.67	6.67	-5.28
3	$y_2(t)$, $n = 1$	1.46	0.91	1.06	0.81	1.13	-11.47	-7.81	8.06	6.28	-12.99
4	$y_2(t)$, $n = 2$	0.79	0.98	0.94	0.88	1.18	-10.18	-6.32	9.84	6.57	-8.19
5	$y_2(t)$, $n = 3$	0.52	1.02	0.88	0.82	1.18	-9.53	-5.53	10.60	6.63	-8.60
6	$y_3(t)$, $\tau = 0.3$ с	1.59	0.87	2.26	0.81	1.13	-37.58	-9.17	14.30	10.44	-49.15
7	$y_3(t)$, $\tau = 0.5$ с	1.48	0.87	1.82	0.88	1.18	-8.80	-5.58	8.74	6.49	-18.87
8	$y_4(t)$, $\tau = 0.3$ с	1.22	0.90	2.19	0.84	1.16	-32.05	-8.43	19.43	10.65	-43.44
9	$y_4(t)$, $\tau = 0.5$ с	1.20	1.00	1.11	0.83	1.17	-6.20	-4.60	12.18	6.93	-14.08
10	$y_5(t)$, $n = 1$, $\tau = 0.15$ с	1.59	0.87	2.26	0.81	1.13	-37.58	-9.17	14.30	10.44	-49.15
11	$y_5(t)$, $n = 3$, $\tau = 0.15$ с	1.77	0.85	1.39	0.89	1.09	-25.77	-10.44	11.50	8.12	-34.63
12	$y_5(t)$, $n = 5$, $\tau = 0.15$ с	1.81	0.84	1.08	0.93	1.07	-17.01	-10.40	10.20	6.98	-26.63
13	$y_5(t)$, $n = 1$, $\tau = 0.1$ с	1.59	0.86	3.28	0.85	1.15	-96.77	-8.86	21.44	15.67	-108.30
14	$y_5(t)$, $n = 3$, $\tau = 0.1$ с	1.75	0.82	2.21	0.90	1.10	-81.50	-10.37	17.25	12.17	-92.79
15	$y_5(t)$, $n = 5$, $\tau = 0.1$ с	1.83	0.85	1.69	0.93	1.06	-68.61	-11.34	15.27	10.43	-77.97
16	$y_5(t)$, $n = 7$, $\tau = 0.1$ с	1.85	0.87	1.42	0.95	1.06	-57.50	-11.65	14.02	9.32	-67.70

Таблица 2. Физические характеристики весовых функций (окон) и вейвлетов Кравченко–Котельникова

Весовые функции (окна)	M	a	Δ	η	μ	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9
$w_{KK}(t)$	1	1.2	0.20	5.00	2.00	0.00	1.13	0.98	1.04	-14.79	-12.61	27.40	14.71	-11.37
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	1	1.2	0.20	5.00	1.02	1.00	0.55	0.96	1.02	-17.16	-13.32	43.93	18.90	-11.05
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	1	1.2	0.20	5.00	1.00	1.00	0.56	0.98	1.04	-18.40	-13.55	42.09	17.36	-11.47
$w_{KK}(t)$	2	1.2	0.20	6.00	2.00	0.00	1.58	0.82	1.17	-28.55	-9.30	48.16	33.50	-24.20
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	2	1.2	0.20	6.00	1.00	1.00	0.79	0.82	1.17	-31.07	-9.27	75.74	41.43	-24.00
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	2	1.2	0.20	6.00	1.00	1.00	0.79	0.82	1.17	-32.02	-9.28	75.56	41.23	-24.24
$w_{KK}(t)$	3	1.2	0.20	6.45	2.00	0.00	1.96	0.85	1.17	-40.60	-8.78	56.22	40.70	-36.12
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	3	1.2	0.20	6.45	1.00	1.00	0.98	0.85	1.17	-43.11	-8.74	88.30	50.21	-33.11
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	3	1.2	0.20	6.45	1.00	1.00	0.98	0.85	1.17	-43.95	-8.75	88.31	50.21	-36.17
$w_{KK}(t)$	1	1.5	0.20	5.00	2.00	0.00	1.13	0.98	1.04	-14.79	-12.61	27.40	14.71	-11.37
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	1	1.5	0.20	5.00	1.02	1.00	0.55	0.96	1.02	-17.16	-13.32	43.93	18.90	-11.05
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	1	1.5	0.20	5.00	1.00	1.00	0.56	0.98	1.04	-18.40	-13.55	42.09	17.36	-11.47
$w_{KK}(t)$	2	1.5	0.20	5.82	2.00	0.00	1.48	0.84	1.14	-26.56	-10.30	44.70	31.08	-22.96
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	2	1.5	0.20	5.82	1.00	1.00	0.74	0.84	1.14	-29.89	-10.29	70.03	38.14	-23.00
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	2	1.5	0.20	5.82	1.00	1.00	0.74	0.84	1.14	-29.04	-10.27	70.43	38.58	-22.68
$w_{KK}(t)$	3	1.5	0.20	5.82	2.00	0.00	1.81	0.86	1.14	-37.41	-9.37	49.20	35.58	-33.55
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	3	1.5	0.20	5.82	1.00	1.00	0.91	0.86	1.14	-40.81	-9.34	77.25	43.86	-33.10
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	3	1.5	0.20	5.82	1.00	1.00	0.91	0.86	1.14	-39.83	-9.34	77.34	43.96	-33.50
$w_{KK}(t)$	1	2.0	0.20	5.00	2.00	0.00	1.13	0.98	1.04	-14.79	-12.61	27.40	14.71	-11.37
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	1	2.0	0.20	5.00	1.02	1.00	0.55	0.96	1.02	-17.16	-13.32	43.93	18.90	-11.05
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	1	2.0	0.20	5.00	1.00	1.00	0.56	0.98	1.04	-18.40	-13.55	42.09	17.36	-11.47
$w_{KK}(t)$	2	2.0	0.20	5.63	2.00	0.00	1.39	0.87	1.10	-24.84	-11.59	40.36	27.15	-21.50
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	2	2.0	0.20	5.63	1.00	1.00	0.69	0.87	1.10	-27.78	-11.59	63.54	33.64	-21.34
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	2	2.0	0.20	5.63	1.00	1.00	0.69	0.87	1.10	-27.56	-11.60	63.31	33.40	-21.47
$w_{KK}(t)$	3	2.0	0.20	5.63	2.00	0.00	1.55	0.87	1.10	-32.65	-11.16	42.71	29.72	-29.37
$\text{Re}(\psi_{AKK}(t))$	3	2.0	0.20	5.63	1.00	1.00	0.77	0.87	1.10	-35.56	-11.13	67.24	36.83	-29.28
$\text{Im}(\psi_{AKK}(t))$	3	2.0	0.20	5.63	1.00	1.00	0.78	0.87	1.10	-35.40	-11.13	66.98	36.54	-29.33

разующих функций и анализируемых модельных СШП-сигналов будем использовать модифицированные физические характеристики, инвариантные к изменению параметра a (см. (1)) [1, 4]: показатель широкополосности μ ; центральная частота функции спектральной плотности f_0 ; относительное положение максимума ФСП γ_1 ; относительное положение первого нуля ФСП $\gamma_2 =$

$$= \frac{v - f_m}{f_{\max} - f_{\min}}; \text{ относительная ширина ФСП по}$$

$$\text{уровню 3 дБ } \gamma_3 = \frac{f_{\max 3} - f_{\min 3}}{f_{\max} - f_{\min}}; \text{ относительная ши-}$$

$$\text{рина ФСП по уровню 6 дБ } \gamma_4 = \frac{f_{\max 6} - f_{\min 6}}{f_{\max} - f_{\min}}; \text{ поте-}$$

ри информации (в дБ), наблюдаемые при отбрасывании от ФСП компонент с частотами $f \notin [0, v]$,

γ_5 ; потери информации (в дБ), наблюдаемые при отбрасывании от ФСП компонент с частотами $f \notin [f_{\min}, f_{\max}]$, γ_6 ; когерентное усиление задается соотношением γ_7 ; эквивалентная шумовая полоса определяется γ_8 ; максимальный уровень боковых лепестков (в дБ) γ_9 .

Функционал качества выбора вейвлетного базиса для анализа СШП-сигналов. Для анализа СШП-сигналов [1, 4] введен функционал качества, позволяющий дать оценку выбора базисных вейвлет-функций. Он имеет вид

$$J(\psi, y) = \sum_{k=0}^N \left| \frac{\gamma_k^\psi - \gamma_k^y}{\gamma_k^y} \right|^2,$$

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ КРАВЧЕНКО–КОТЕЛЬНИКОВА

481

Таблица 3. Физические характеристики весовых функций (окон) и вейвлетов, построенных для второй производной функции Кравченко–Котельникова

Весовые функции (окна)	M	a	Δ	η	μ	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9
$w_{2\text{нКК}}(t)$	1	1.2	0.20	5.18	0.53	1.04	0.63	0.75	1.50	-8.94	-4.80	15.70	8.16	-10.21
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	1	1.2	0.20	5.18	1.00	1.00	0.54	0.96	1.02	-12.05	-9.16	24.82	10.19	-10.17
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	1	1.2	0.20	5.18	1.00	1.00	0.54	0.96	1.02	-10.88	-8.64	24.51	9.94	-10.21
$w_{2\text{нКК}}(t)$	2	1.2	0.20	8.54	1.08	1.08	0.58	0.86	1.12	-15.56	-9.44	34.58	17.90	-16.11
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	2	1.2	0.20	8.54	1.00	1.00	0.55	0.97	1.02	-16.80	-13.22	53.56	21.47	-16.06
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	2	1.2	0.20	8.54	1.00	1.00	0.55	0.97	1.02	-20.35	-14.20	55.07	22.69	-15.89
$w_{2\text{нКК}}(t)$	3	1.2	0.20	10.27	1.18	0.99	0.82	0.86	1.13	-26.93	-9.55	49.11	27.83	-26.28
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	3	1.2	0.20	10.27	1.00	1.00	0.62	0.95	1.04	-32.69	-13.15	76.32	33.61	-26.24
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	3	1.2	0.20	10.27	1.00	1.00	0.62	0.95	1.04	-28.19	-13.07	77.97	35.08	-26.24
$w_{2\text{нКК}}(t)$	1	1.5	0.20	5.18	0.53	1.04	0.63	0.75	1.50	-8.94	-4.80	15.70	8.16	-10.21
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	1	1.5	0.20	5.18	1.00	1.00	0.54	0.96	1.02	-12.05	-9.16	24.82	10.19	-10.17
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	1	1.5	0.20	5.18	1.00	1.00	0.54	0.96	1.02	-10.88	-8.64	24.51	9.94	-10.21
$w_{2\text{нКК}}(t)$	2	1.5	0.20	7.72	1.06	1.06	0.61	0.88	1.12	-17.21	-9.52	31.63	16.48	-15.90
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	2	1.5	0.20	7.72	1.00	1.00	0.56	0.98	1.02	-21.87	-14.28	49.03	19.80	-15.97
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	2	1.5	0.20	7.72	1.00	1.00	0.56	0.98	1.02	-18.77	-13.43	50.32	20.86	-15.70
$w_{2\text{нКК}}(t)$	3	1.5	0.20	8.54	1.13	1.02	0.81	0.84	1.15	-24.77	-9.59	40.41	22.91	-24.60
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	3	1.5	0.20	8.54	1.00	1.00	0.62	0.95	1.05	-26.10	-12.62	62.41	27.33	-24.59
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	3	1.5	0.20	8.54	1.00	1.00	0.62	0.95	1.05	-29.55	-12.71	64.50	29.19	-24.48
$w_{2\text{нКК}}(t)$	1	2.0	0.20	5.18	0.53	1.04	0.63	0.75	1.50	-8.94	-4.80	15.70	8.16	-10.21
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	1	2.0	0.20	5.18	1.00	1.00	0.54	0.96	1.02	-12.05	-9.16	24.82	10.19	-10.17
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	1	2.0	0.20	5.18	1.00	1.00	0.54	0.96	1.02	-10.88	-8.64	24.51	9.94	-10.21
$w_{2\text{нКК}}(t)$	2	2.0	0.20	6.91	1.04	1.10	0.60	0.88	1.15	-16.47	-9.39	28.39	15.03	-15.34
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	2	2.0	0.20	6.91	1.00	1.00	0.56	0.97	1.04	-18.74	-12.99	44.04	18.08	-15.34
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	2	2.0	0.20	6.91	1.00	1.00	0.57	0.97	1.04	-19.28	-13.00	45.12	18.98	-15.16
$w_{2\text{нКК}}(t)$	3	2.0	0.20	7.18	1.04	1.06	0.78	0.87	1.17	-24.95	-9.23	32.52	18.19	-22.32
$\text{Re}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	3	2.0	0.20	7.18	1.00	1.00	0.61	0.96	1.04	-28.33	-13.13	50.11	21.61	-22.37
$\text{Im}(\psi_{A2\text{ПКК}}(t))$	3	2.0	0.20	7.18	1.00	1.00	0.61	0.96	1.04	-27.26	-13.08	52.00	23.26	-22.21

Таблица 4. Значение функционала качества для модельных СШП-сигналов (1–16) и вейвлетов Кравченко–Котельникова

Параметры весовой функции			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
M	a	Δ																
1	1.2	0.2	24.47	23.35	27.77	19.24	18.41	64.19	52.82	61.06	28.64	64.19	39.16	26.01	76.13	60.99	47.09	38.24
2	1.2	0.2	8.45	6.47	8.24	3.25	1.17	46.76	36.67	42.77	8.50	46.76	28.66	19.24	64.32	52.38	40.51	31.97
3	1.2	0.2	6.61	5.34	5.16	0.44	1.28	40.83	27.60	31.89	1.44	40.83	23.53	17.70	60.10	46.77	34.69	26.76
1	1.5	0.2	24.47	23.35	27.77	19.24	18.41	64.19	52.82	61.06	28.64	64.19	39.16	26.01	76.13	60.99	47.09	38.24
2	1.5	0.2	9.50	7.73	10.27	4.81	2.76	48.36	37.77	45.02	10.89	48.36	29.10	18.80	65.11	52.67	40.45	31.80
3	1.5	0.2	5.74	4.28	5.17	0.49	0.29	42.56	29.75	35.54	3.76	42.56	23.88	16.11	61.07	47.61	35.09	26.73
1	2.0	0.2	24.47	23.35	27.77	19.24	18.41	64.19	52.82	61.06	28.64	64.19	39.16	26.01	76.13	60.99	47.09	38.24
2	2.0	0.2	11.92	10.79	13.26	7.91	5.39	51.03	41.12	48.40	14.32	51.03	30.33	19.15	66.88	53.63	40.92	32.19
3	2.0	0.2	7.49	6.00	8.62	3.50	2.20	46.51	35.45	43.87	9.26	46.51	25.96	15.66	63.52	49.76	36.85	28.14

где $\psi(t)$ – вейвлетобразующая функция, $y(t)$ – анализируемый сигнал, γ_k^ψ и γ_k^y – их физические характеристики, а N – количество сравниваемых параметров. Здесь $\gamma_0 = \mu$, $N = 4$. В случае выбора вейвлетного базиса целесообразно учитывать ряд инвариантных по отношению к масштабированию аргумента частотных характеристик (23). Оптимальному выбору базиса соответствует минимальное значение функционала качества. Анализ выражений для расчета физических параметров и функционала качества показал, что для достижения оптимальных результатов вейвлет-функция и сигнал должны иметь близкие показатели широкополосности: $\mu^\psi \approx \mu^y$. Поскольку спектр функций Кравченко–Котельникова симметричен [1, 8], то (22) для вейвлет-модулированных функций (20), (23)

$$\mu^\psi = f_{\max}^w \frac{2}{\eta}, \text{ где } f_{\max}^w - \text{максимальная частота функ-}$$

ции спектральной плотности $\hat{w}(\omega)$; $\eta = f_{\max}^w \frac{2}{\mu^\psi}$. На

практике физические параметры определяются раздельно для вещественной и мнимой частей, по-

этому $\eta \approx f_{\max}^w \frac{2}{\mu^\psi}$. Тогда (21) принимает вид $\psi(t) =$

$$= w(t) \exp\left(i \frac{2f_{\max}^w}{\mu'} t\right). \text{ Здесь } \mu' - \text{заданный показа-}$$

тель широкополосности. Функция $\psi(t)$ является вейвлетом при выполнении условия нулевого среднего. Выражение для $\psi(t)$ целесообразно при-

менять, когда $\frac{2f_{\max}^w}{\mu'} \geq f_{15}^w$, где $10 \lg[\hat{w}(f_{10}^w)] = -15$ дБ, которое определяется требованиями точности выполнения условия нулевого среднего и ча-

стотными свойствами. Если $\frac{2f_{\max}^w}{\mu'} < f_{10}^w$, то $\eta = f_{10}$,

а $\psi(t) = w(t) \exp(i f_{10}^w t)$. Таким образом, получаем вейвлет-модулированные весовые (оконые) функции, согласованные по параметру μ с СШП-сигналами.

Таким образом, проведен численный эксперимент для модельных СШП-сигналов и их физических характеристик (табл. 1), а также весовых функций (оконов) и вейвлет-модулированных функ-

ций Кравченко–Котельникова (табл. 2, 3). В табл. 4 представлены значения функционала качества для модельных СШП-сигналов и вейвлетов Кравченко–Котельникова. Аналитическое ВП Кравченко–Котельникова расширяет возможности непрерывного ВП при анализе СШП-сигналов, поскольку вместо одной физической характеристики ($|W(a, b)|$) можно анализировать сразу четыре: ($|W(a, b)|$, $\arg W(a, b)$, $\operatorname{Re} W(a, b)$, $\operatorname{Im} W(a, b)$). Показано, что вейвлеты Кравченко–Котельникова могут быть эффективными в задачах цифровой обработки СШП-сигналов. Предложена и обоснована методика согласования аналитических вейвлетов с конкретными СШП-сигналами с целью повышения качества анализа и цифровой обработки. Функционал качества по оценке эффективности вейвлетных базисов Кравченко–Котельникова позволяет определить подходящий для практики из множества существующих. Проведенный численный эксперимент и анализ физических результатов показывают возможность применения нового класса аналитических вейвлетов в различных задачах радиофизики, радиолокации, радиовидения и акустооптики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравченко В.Ф., Рвачёв В.Л. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. М.: Физматлит, 2006.
2. Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Пустовойт В.И. // ДАН. 2007. Т. 413. № 3. С. 320–328.
3. Mallat S.G. A Wavelet Tour of Signal Processing, N.Y.: Acad. Press, 1998.
4. Кравченко В.Ф., Лазоренко О.В., Черногор Л.Ф. // Успехи соврем. радиоэлектроники. 2007. № 5. С. 29–47.
5. Харкевич А.А. Спектры и анализ. М.: Изд-во ЛКИ, 2007.
6. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие. М.: Горячая линия–Телеком, 2005.
7. Ghavami M., Michael L.B., Kohno R. Ultra Wideband Signals and Systems in Communication Engineering. N.Y.: Wiley, 2004.
8. Цифровая обработка сигналов изображений в радиофизических приложениях / Под ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит, 2007.
9. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. М.: Наука, 1965.

Кравченко В.Ф., Пустовойт В.И. Некоторые оценки спектральной плотности временного ряда на основе семейства атомарных функций // Доклады академии наук. 2007. Т. 412. №5. С. 618-622.

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2007, том 412, № 5, с. 618–622

ФИЗИКА

УДК 534.26:621.391:519.62

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ВРЕМЕННОГО РЯДА НА ОСНОВЕ СЕМЕЙСТВА АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ

© 2007 г. В. Ф. Кравченко, академик В. И. Пустовойт

Поступило 20.06.2006 г.

Анализ временных рядов тесно связан с широким кругом проблем, среди которых можно выделить статистическую теорию связи, теорию регуляризации и статистический анализ временных рядов. В условиях, когда имеется большое число наблюдений и анализ данных нужен для прогноза и регуляризации, на первый план выступают спектральные методы. Особую роль при оценке спектральной плотности временного ряда играют сглаживающие функции (окна) [1–6]. При использовании любого метода оценивания спектральной плотности мощности приходится принимать множество компромиссных решений для того, чтобы по конечному количеству отсчетов данных получать статистически устойчивые спектральные оценки с максимально возможным разрешением. К таким компромиссным решениям относится выбор сглаживающих функций (окон) и физических параметров усреднения во временной и в частотных областях. Это позволяет на практике сбалансировать требования к снижению уровня боковых лепестков, выполнению эффективного усреднения по ансамблю и обеспечению приемлемого спектрального разрешения.

ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ВРЕМЕННОГО РЯДА НА ОСНОВЕ АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим оценки спектральной плотности, построенные с использованием аппарата атомарных функций (АФ) [5, 6]. Пусть $\varphi(x)$ – некоторая АФ. Если для $|x| > 1$ $\varphi(x) \neq 0$, то будем вводить некоторый множитель таким образом, чтобы носитель АФ лежал в интервале $[-1, 1]$. Таким образом, функция $k(x)$ в данном случае будет иметь вид

$$k(x) = \begin{cases} \varphi\left(\frac{N}{2}x\right), & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases} \quad (1)$$

где носитель АФ равен $\left[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right]$. Тогда согласно определению получаем

$$K(\lambda) = \frac{2}{N} F\left(\frac{2\lambda}{N}\right), \quad (2)$$

где $F(\lambda)$ – преобразование Фурье АФ.

С развитием методов БПФ основную роль при построении оценок спектральной плотности $f(\omega)$ стали играть методы [1–4] на основе периодограммы, определяемой по формуле

$$I_N(\omega_j) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{t=1}^N x(t) e^{i\omega_j t} \right|^2, \quad \omega_j = \frac{2\pi j}{N}, \quad (3)$$

$$j = 0, 1, \dots, \frac{N}{2}.$$

В равенстве (3) под $x(t)$ понимается реализация случайной стационарной последовательности $X(t)$, поэтому периодограмма $I_N(\lambda)$ является статистикой, определяемой по наблюдениям. Для оценки спектральной плотности $f(\lambda)$ данным процессом будем использовать осредненную периодограмму вида

$$f_N^*(\omega_0) = \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_N(\omega - \omega_0) I_N(\omega) d\omega, \quad (4)$$

где $\Phi_N(\omega) = A_N G(A_N \omega)$ является весовой функцией (здесь A_N характеризует ширину спектрального окна), $G(\alpha)$ – ограниченная функция с ограниченной производной вида

$$G(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(t) e^{i\alpha t} dt. \quad (5)$$

Институт радиотехники и электроники
Российской Академии наук, Москва
Научно-технологический центр
уникального приборостроения
Российской Академии наук, Москва

Поскольку в выражении (4) интеграл содержит функцию $\Phi_N(\omega)$, сильно сконцентрированную в нуле, используют статистику вида

$$f_N(\lambda) = \sum_{k=-N/2+1}^{N/2} \Phi_N(x_k) \frac{2\pi}{N} I_N(x_k + \lambda). \quad (6)$$

Для решения этой важной практической задачи, связанной с ограничением длительности сигнала, введем следующие [5] весовые функции (окна) Кравченко, построенные с помощью АФ:

$$w_1(x) = \text{up}(x), \quad w_2(x) = \frac{\text{fup}_1(3x/2)}{\text{fup}_1(0)},$$

$$w_3 = \frac{\text{fup}_5(3x/2)}{\text{fup}_5(0)},$$

$$w_4(x) = h_{3/2}(x), \quad w_5(x) = h_3(x), \quad w_6(x) = \frac{\Xi_2(x)}{\Xi_2(0)},$$

$$w_7 = \frac{\Xi_5(x)}{\Xi_5(0)}.$$

Для проведения численных экспериментов используются спектральные характеристики приведенных выше синтезированных весовых функций.

Качество полученного сигнала определяется следующими физическими параметрами:

максимальный уровень боковых лепестков (в децибелах) $b_1 = 20 \log \max_k \left| \frac{V(\omega_k)}{V(\omega_c)} \right|^2$, где $\{\omega_k\}$ – точки локальных максимумов (исключая ω_c);

b_2 – максимальный уровень осцилляций, пульсация на краю полосы пропускания (от максимума до минимума);

$b_3 = 20 \log \lim_{u \rightarrow \infty} \left| \frac{V(2\omega)}{V(\omega)} \right|^2$ – асимптотическая скорость спада боковых лепестков (в децибелах на октаву);

b_4 – ширина главного лепестка $V(\omega)$ на уровне -20 дБ.

Здесь $\log$ – десятичный логарифм.

Результаты для новых весовых функций Кравченко и прямоугольного окна приведены в табл. 1. Физический анализ полученных результатов (см. табл. 1) позволяет сделать вывод о том, что наиболее оптимальными являются весовые функции, построенные на основе семейства АФ $\text{fup}_N(x)$ ($w_2(x)$ и $w_3(x)$).

ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Рассмотрим оценку спектральной плотности при использовании прямоугольного, треугольного, параболического спектральных окон, а также

Таблица 1. Физические параметры спектра сигнала $V(\omega)$ для $BT = 10$, ограниченного во времени при использовании весовой функции (окна) на основе АФ

Весовая функция	b_1	b_2	b_3	b_4
Окно прямоугольное	-21.5	0.1234	-6	13.61
Новые весовые функции (окна) В.Ф. Кравченко				
$w_1(x)$	-28.1	0.0395	$-\infty$	13.70
$w_2(x)$	-31.7	0.0259	$-\infty$	13.34
$w_3(x)$	-43.6	0.0066	$-\infty$	13.32
$w_4(x)$	-48.6	0.0030	$-\infty$	13.46
$w_5(x)$	-23.7	0.0650	$-\infty$	14.22
$w_6(x)$	-39.1	0.0003	$-\infty$	14.20
$w_7(x)$	-75.7	0.0001	$-\infty$	14.8

спектрального окна, построенного на основе АФ. При использовании $G(\lambda)$ для каждого λ оценку $f_N^*(\lambda)$ находили согласно [4] с разной шириной спектрального окна, которую характеризует величина $\frac{1}{A_N}$. Во всех случаях $x(t)$ является реализацией нормального случайного процесса авторегрессии с дискретным временем t . Рассмотрим ряд авторегрессии 1-го порядка вида

$$X(t) = -0.9X(t-1) + \varepsilon(t),$$

где $\varepsilon(t)$ – последовательность взаимно независимых и одинаково распределенных случайных величин. Для $N = 1024$ и $A_N = 32$, 16 были вычислены оценки спектральной плотности для классических спектральных окон [1–4]:

прямоугольное окно

$$G(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & |\omega| \leq \pi, \\ 0, & |\omega| > \pi; \end{cases}$$

треугольное окно

$$G(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\pi^2} \omega + \frac{1}{\pi}, & -\pi \leq \omega \leq 0, \\ -\frac{1}{\pi^2} \omega + \frac{1}{\pi}, & 0 \leq \omega \leq \pi, \\ 0, & |\omega| > \pi; \end{cases}$$

Рис. 1. Графики периодограммы стационарного процесса $X(t)$ (а), а также оценки спектральной плотности для прямоугольного (б), треугольного (в) и параболического окон (г) для $A_N = 32$.

Рис. 2. Графики оценки спектральной плотности для функции Кравченко–Рвачева $ur(x)$ (а); $fur_n(x)$ при $n = 3$ (б), $n = 4$ (в), $n = 5$ (г); $h_\alpha(x)$ при $\alpha = 2.1$ (д), $\alpha = 2.9$ (е); $\Xi_n(x)$ при $n = 2$ (ж), $n = 3$ (з) для $A_N = 32$.

параболическое окно

$$G(\omega) = \begin{cases} -\frac{3}{4\pi^3}\omega^2 + \frac{3}{4\pi}, & |\omega| \leq \pi, \\ 0, & |\omega| > \pi. \end{cases}$$

Графики оценок приведены на рис. 1. Для $N = 1024$ и $A_N = 32$, 16 определены оценки спектральной плотности для спектральных окон, построенных на основе АФ. Рассмотрены основные АФ: $up(x)$, $fup_n(x)$, $h_\alpha(x)$, $\Xi_n(x)$. Графики оценок приведены на рис. 2. Здесь рассчитана эквивалентная ширина спектральных окон оценки спектральной

$$W_e = \frac{1}{\pi \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_N^2(x) dx}. \quad (7)$$

Значение эквивалентной ширины для различных оценок спектральной плотности получены на основании табл. 2 и приведены в табл. 3. На рис. 3 приведены графики спектральных оценок, построенных на основе классических корреляционных окон для $N = 1024$. Выясним качество оценок спектральной плотности [3] на основании неасимптотической (допредельной) формулы для среднего квадрата ошибок:

$$\begin{aligned} \varphi(\lambda_j) = & \frac{2}{\pi^2} \left[\sum_{v=0}^M \frac{K^2(v) \cos^2 v \lambda_j}{(N-v)^2} \left\{ \frac{N-v}{2} [B^2(0) + B^2(v)] + \right. \right. \\ & + \sum_{i=1}^{N-v} (N-v-i) [B^2(i) + B(i-v)B(i+v)] \left. \right\} + \\ & + 2 \sum_{0 \leq v < u < M} \sum \frac{K(v)K(u) \cos v \lambda_j \cos u \lambda_j}{(N-v)(N-u)} \times \\ & \times \left\{ \frac{N-u}{2} \sum_{i=0}^{u-v} [B(i)B(i+v-u) + \right. \\ & + B(u-i)B(i+v)] + \sum_{i=u-v+1}^N (N-v-i) \times \\ & \times [B(i)B(i+v-u) + B(i-u)B(i+v)] \left. \right\} \Bigg] (1 + \eta(\lambda_j)) + \\ & + \left(\frac{1}{\pi} \sum_{v=0}^M K(v)B(v) \left(1 - \frac{vM}{N} \right) \cos \lambda_j v \right)^2, \end{aligned}$$

где $\lambda_j = \frac{2\pi j}{N}$, $\eta(\lambda_j) = \begin{cases} 0, & \lambda \neq 0(\text{mod } \pi), \\ 1, & \lambda = 0(\text{mod } \pi), \end{cases}$ M – точка усеечения корреляционной функции, $B(u)$ – корре-

Таблица 2. Количественные характеристики спектральных окон Кравченко–Рвачева

ВФ	b	
	1	2
$up(x)$	1.629	0.530
$fup_3(x)$	1.079	0.309
$fup_4(x)$	1.200	0.427
$fup_5(x)$	1.302	0.546
$h_{1,2}(x)$	1.41923	0.594987
$h_{1,1}(x)$	1.25856	0.476367
$\Xi_2(x)$	1.080	0.310
$\Xi_3(x)$	0.993	0.224

Таблица 3. Эквивалентная ширина спектральных окон Кравченко–Рвачева оценок спектральной плотности

ВФ	W_e
$up(x)$	0.614
$fup_3(x)$	0.927
$fup_4(x)$	0.833
$fup_5(x)$	0.768
$h_{1,1}(x)$	0.795
$h_{1,2}(x)$	0.705
$\Xi_2(x)$	0.926
$\Xi_3(x)$	1.007

Таблица 4. Сравнение интегральных допредельных среднеквадратических ошибок для классических корреляционных окон и Кравченко–Рвачева

Корреляционная функция	$M = 61$	$M = 41$
Тьюки ($\alpha = 0.23$)	0.1945	0.1032
Бартлетта	0.2281	0.1621
Парзена	0.2305	0.1722
КР, $up(x)$	0.2419	0.1801
КР, $fup_3(x)$	0.1879	0.0966
КР, $fup_4(x)$	0.1912	0.1041
КР, $fup_5(x)$	0.1998	0.1127
КР, $h_{1,1}(x)$	0.2126	0.1766
КР, $h_{1,2}(x)$	0.2271	0.1831
КР, $\Xi_2(x)$	0.2117	0.1700
КР, $\Xi_3(x)$	2.0877	1.6512

Рис. 3. Графики спектральной оценки Бартлетта (а), Тьюки–Хэнинга (б), Парзена (в), на основе атомарных функций: $ur(x)$ (г), $fur_n(x)$ при $n = 3$ (д), $h_\alpha(x)$ при $\alpha = 2.1$ (е), $\Xi_n(x)$ при $n = 2$ (ж) для $N = 1024$ и $A_N = 32$.

ляционная функция, $K(u)$ – корреляционное окно. Значения для корреляционных окон Кравченко–Рвачева ($N = 512$) даны в табл. 4.

Таким образом, на основе полученных результатов можно сделать следующие выводы: применение АФ к задаче спектрального оценивания позволяет уменьшить среднеквадратическую ошибку оценки, уровень боковых лепестков для функций Кравченко–Рвачева значительно ниже, чем у классических окон. Обработка новым классом сглаживающих окон существенно снижает просачивание энергии по боковым лепесткам при незначительном ухудшении спектрального разрешения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hannan E.J.* Multiple time series. The Australian National University. N. Y.: Wiley, 1970.
2. *Brillinger D.R.* Time series. Data Analysis and Theory. Berkeley; N. Y.: Univ. California, 1975.
3. *Marle S.L.* Digital Spectral Analysis with Applications. Martin Marietta Aerospace Baltimore. Maryland (N. J.), 1987.
4. Журбенко И.Г., Кожевникова И.А. Стохастическое моделирование процессов. М.: Изд-во МГУ, 1990.
5. Кравченко В.Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. М.: Радиотехника, 2003.
6. Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. М.: Физматлит, 2006.

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ СВЧ ДИАПАЗОНА

УДК 621.385.6

БЕЗМАГНИТНЫЕ МОЩНЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ СВЧ

© Авторы, 2019

doi: 10.25210/jfop-1902-036049

Кравченко В. Ф. — заслуженный деятель науки РФ, д.ф.-м.н., гл.н.с., Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН; Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН; профессор кафедры высшей математики ФН-1, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва. E-mail: kvf-ok@mail.ru

Кураев А. А. — заслуженный деятель науки РБ, доктор физико-математических наук, профессор кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, Минск, E-mail: kurayev@bsuir.by

Матвеев В. В. — кандидат физико-математических наук, доцент, кафедры вычислительных методов и программирования Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, E-mail: vladimir66@bsuir.by

Аннотация

Представлены конструкции и основные характеристики мощных электронных приборов СВЧ, в которых отсутствуют магнитные поля в области взаимодействия (безмагнитные приборы): релятивистский гелиотрон – сформулированы нелинейные уравнения и на их основе проведен анализ и оптимизация генератора СВЧ нового типа – релятивистского гелиотрона. Это прибор с центробежной электростатической фокусировкой (ЦЭФ) осесимметричного винтового релятивистского электронного потока, взаимодействующего с H_{n11} модой электромагнитного поля коаксиального резонатора. На основе численного моделирования и оптимизации показано, что его эффективность превосходит эффективность релятивистских ЛБВ и ЛОВ; безмагнитный клистрон-удвоитель с поперечной модуляцией – приведены нелинейная теория и расчет КПД электронного прибора нового типа – безмагнитного клистрона-удвоителя частоты с поперечной модуляцией ленточного релятивистского электронного потока. В отличие от известной конструкции клистрона – удвоителя частоты с поперечной модуляцией в области группировки электронов используется не магнитная линза, а электростатическая; сферотрон-генератор на двусферическом резонаторе – выполнено моделирование мощного генератора СВЧ нового типа – моноотрона на двусферическом резонаторе. Показано, что в таком генераторе весьма простой конструкции достижимы КПД 33% при токе пучка в импульсе 1...10 кА и напряжении 40-50 кВ. Существенно, что отсутствие магнитных систем в таких приборах не только снижает их массогабаритные характеристики и исключает расходы на питание электромагнитов, но и позволяет использовать сверхпроводящие электродинамические системы [1], что важно для мощных приборов (наличие постоянного магнитного поля разрушает высокочастотную проводимость).

Ключевые слова: безмагнитные приборы СВЧ, релятивистский гелиотрон, безмагнитный клистрон-удвоитель, сферотрон-генератор, КПД, мощность, амплитудные характеристики, условия самовозбуждения

Abstract

The article presents the designs and main characteristics of high-power microwave electronic devices without magnetic fields inside interaction region (non-magnetic devices):

relativistic helitron are formulated by nonlinear equations based on them analysis and optimization of a new type of relativistic helitron microwave generator is carried out. Relativistic helitron provides interacting electromagnetic field H_{n11} mode of a coaxial resonator with an axisymmetric screw relativistic electron stream by centrifugal electrostatic focusing (CEF). Helitron's numerical modeling and optimizing realizes efficiency exceeding than that of relativistic TWTs and BWOs; non-magnetic klystron-doubler with transverse modulation is resulted in by non-linear theory and calculating electronic efficiency of a new type non-magnetic klystron-frequency doubler with relativistic electron transverse modulation. Instead of magnetic lens are used electrostatic ones in the electron bunching region in contrast to the well-known construction of a klystron frequency doubler with transverse modulation; spherotron-generator on a two-spherical resonator high efficiency for a new type powerful microwave generator (a monotron on a two-spherical resonator) is found with using simulation. The article presents the generator with a very simple design, where an achievable efficiency is 33% at a beam pulse current 1...10 kA and a voltage of 40-50 kV. It is significant that the absence of magnetic systems in such devices not only reduces their weight and size characteristics and eliminates the cost of powering electromagnets, but also allows to use superconducting electrodynamic systems [1], which is important for high-power devices (the presence of a constant magnetic field destroys high-frequency conductivity).

Keywords: non-magnetic microwave devices, relativistic helitron, non-magnetic klystron-doubler, spherotron-generator, efficiency, power, amplitude characteristics, self-excitation conditions

Введение

Представлены конструкции и основные характеристики мощных электронных приборов СВЧ, в которых отсутствуют магнитные поля в области взаимодействия (безмагнитные приборы): релятивистский гелитрон, безмагнитный клистрон-удвоитель с поперечной модуляцией, сферотрон (генератор на двусферическом резонаторе). Существенно, что отсутствие магнитных систем в таких приборах не только снижает их массогабаритные характеристики и исключает расходы на питание электромагнитов, но и позволяет использовать сверхпроводящие электродинамические системы [2], что важно для мощных приборов (наличие постоянного магнитного поля разрушает высокочастотную проводимость).

1. Релятивистский гелитрон.

Современные приборы сверхбольшой мощности релятивистские ЛБВ и ЛОВ — имеют магнитную фокусировку линейного релятивистского потока (мощный соленоид). Это обстоятельство препятствует применению сверхпроводящих электродинамических систем, поскольку в постоянных магнитных полях высокочастотная сверхпроводимость металлов исчезает. Между тем, использование сверхпроводящих структур в сверхмощных приборах позволило бы существенно увеличить энергетику этих приборов за счет резкого снижения омических потерь (эти потери фактически ограничивают энергетику прибора — за их счет разрушается рабочая поверхность электродинамических систем при повышении мощности и длительности импульса генератора). Заметим, что в релятивистских ЛБВ и ЛОВ может быть использована линзовая фокусировка, когда линзы помещены вне области взаимодействия, как это делается в линейных ускорителях [2].

Периодическая электростатическая фокусировка неэффективна для мощных РЭП. В отличие от нее центробежно-электростатическая фокусировка (ЦЭФ) является абсолютно устойчивой [3,4] и может и быть использована в генераторе типа гелитрона [3,5]. В [3,5] исследованы схемы низковольтных гелитронов ($V_0 = 1000 \div 2000$ В) с двух- и четырехламельным внутренним проводником. Такая конструкция (и низкие V_0) делает гелитрон принципиально длинноволновым (частота вращения электронов $\omega_c \sim \sqrt{V_0}$, т.е. невелика при малых V_0).

Использование в гелитроне коаксиального резонатора на модах H_{n1l} и релятивистского потока, как это предложено в [3], делает этот прибор работоспособным вплоть до миллиметрового диапазона длин волн.

Схема конструкции релятивистского гелитрона.

Рис. 1. Схема конструкции коаксиального гелитрона: 1 — магнитная катушка; 2 — кольцевой термокатод (может применяться и катод со взрывной эмиссией); 3 — прикатодный электрод (венельт); 4 — анод, являющийся также магнитным экраном и магнитопроводом закручивающей электронный поток магнитной системы; 5 — внешний цилиндр коаксиала; 6 — Закривающие для волн H_{21} сужения внутреннего проводника, образующие коаксиальный резонатор на H_{211} колебании; 7 — моновинтовой электронный поток, 8 — коллектор; r_0 — радиус вращения электрона, b_2 — радиус внешнего цилиндра; b_1 — радиус внутреннего проводника коаксиала с закрывающим сужением и b_{10} — часть радиуса внутреннего проводника коаксиала без сужения.

На рис. 1 изображена схема конструкции релятивистского гелитрона, состоящего из электронной пушки Харриса [6] (может быть использована безмагнитная спиральная пушка Чернова [4]), коаксиального резонатора релятивистского гелитрона на моде H_{211} с торцевыми закрывающими сечениями внутреннего проводника.

Моновинтовой электронный поток вращается с частотой [3]: $\omega_c = \sqrt{\eta V_0 / r_0^2}$, $\eta = e / m$, e — заряд электрона, m — релятивистская масса электрона, r_0 — радиус вращения электрона, $V_0 = \Delta V / \ln(b_2 / b_1)$, ΔV — разность потенциалов между внутренним и внешним цилиндрами, b_1, b_2 — соответственно радиусы внутреннего и внешнего цилиндра; 8 — кольцевой коллектор.

Если резонатор настроен на моду H_{n1} с частотой собственных колебаний ω , то резонансное взаимодействие с электронным пучком наступает при условии

$$\left(1 \mp \beta_{z0} / \beta_\phi\right) \omega = m \omega_c.$$

Здесь β_ϕ — фазовая скорость волны H_{n1} в коаксиальном волноводе. Верхний знак соответствует синхронизму электронов с попутной парциальной волной колебания H_{n1} , нижний с встречной.

На рис. 2 изображено поперечное сечение области взаимодействия при резонансе с модой H_{21} ($n=2$). Указаны силовые линии электрической напряженности $\vec{E}$ моды H_{21} , а также размерные величины b_1, b_2, r_0 .

Рис. 2. Поперечное сечение области взаимодействия гелитрона.

Нелинейные уравнения математической модели релятивистского гелитрона

$$\begin{cases} \frac{dP_{zi}}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}} \left(\frac{\gamma_i \beta_{\varphi i}^2}{r_i} - E_r - \beta_{\varphi i} B_z + \beta_{zi} B_\varphi - F_r^0 \right), \\ \frac{dP_{\varphi i}}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}} \left(-\frac{\gamma_i \beta_{ri} \beta_{\varphi i}}{r_i} - \beta_{zi} B_r + \beta_{ri} B_z - E_\varphi \right), \\ \frac{dP_{ri}}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}} (-\beta_{ri} B_\varphi + \beta_{\varphi i} B_r), \\ \frac{dr_i}{dz} = \frac{\beta_{ri}}{\beta_{zi}}, \quad \frac{d\theta_i}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}}, \quad \frac{d\theta_i}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}}. \end{cases} \quad (1.1)$$

Здесь $0 \leq z \leq d$, i — номер электрона (крупной частицы), $i = \overline{1, N}$, $\gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_i^2}} = \sqrt{1 + P_{ri}^2 + P_{\varphi i}^2 + P_{zi}^2}$,

$\beta_i = v_i / c$, $\beta_{ri} = v_{ri} / c$, $\beta_{zi} = v_{zi} / c$, $v_{zji} = v_{ji} / c$, c — скорость света в пустоте, $\theta_i = \omega_i t$, $z = z' \omega / c = 2\pi z' / \lambda$, z' — размерная (м) длина вдоль оси, $r = r' \omega / c = 2\pi r' / \lambda$, r' — размерный радиус i -го электрона; $\vec{P}_i = \gamma_i \vec{\beta}_i$ — безразмерный импульс i -го электрона.

При формулировке нелинейных уравнений релятивистского гелитрона использовались метод крупных частиц, теории релятивистского движения электронов и теория электромагнитного поля, развитые в [3,7,8]. Ниже приведены безразмерные уравнения движения электрона и формулы компонент поля H_{n1} моды коаксиального резонатора.

Начальные условия к системе (1) имеют вид

$$\varphi_i(0) = \frac{S}{n} \frac{2\pi i}{N}, \quad \theta_i(0) = 0, \quad P_{ri}(0) = 0, \quad P_{\varphi i}(0) = \gamma(0) \beta_{\varphi 0}, \quad \gamma(0) = \left[1 - \beta_{\varphi 0}^2 \left(1 + \frac{1}{q^2} \right) \right]^{-1/2}, \quad (1.2)$$

$$r_i(0) = \frac{n}{S} \sqrt{\frac{E_r^0}{\gamma(0)}}, \quad E_r^0 = \beta_{\varphi 0}^2 \gamma(0), \quad F_r^0 = E_r^0 / r_i(z). \quad (1.3)$$

Безразмерные составляющие синхронной компоненты поля H_{n1} моды с круговой поляризацией имеют вид

$$\begin{cases} E_r = \frac{A_0 n}{2 r_i} F_{n1} \cos(nj_i - q_i) \sin\left(\frac{plz}{d}\right), \\ E_\varphi = -\frac{1}{2} A_0 \mathcal{F}_{n1} \sin(nj_i - q_i) \sin\left(\frac{plz}{d}\right), \\ B_r = -\frac{1}{2} A_0 \mathcal{F}_{n1} \cos(nj_i - q_i) \cos\left(\frac{plz}{d}\right), \\ B_\varphi = A_0 \frac{pl}{2d} \frac{n}{r_i} F_{n1} \sin(nj_i - q_i) \cos\left(\frac{plz}{d}\right), \\ B_z = -\frac{1}{2} A_0 \left[1 - \left(\frac{pl}{2d} \right)^2 \right] F_{n1} \cos(nj_i - q_i) \sin\left(\frac{plz}{d}\right). \end{cases} \quad (1.4)$$

Здесь $F_{n1} = J_n(\kappa_{n1} r_i / b_1) / J'_n(\kappa_{n1}) - N_n(\kappa_{n1} r_i / b_1) / N'_n(\kappa_{n1})$, $\mathcal{F}_{n1} = \kappa_{n1} / b_1 [J'_n(\kappa_{n1} r_i / b_1) / J'_n(\kappa_{n1}) - N'_n(\kappa_{n1} r_i / b_1) / N'_n(\kappa_{n1})]$, κ_{n1} — корень уравнения, $J'_n(\kappa_{n1}) / N'_n(\kappa_{n1}) = J'_n(\alpha \kappa_{n1}) / N'_n(\alpha \kappa_{n1})$, $\alpha = b_2 / b_1$, $J_n(x)$ — функция Бесселя 1-го рода, n -го порядка, $N_n(x)$ — функция Бесселя 2-го рода, n -го порядка, $J'_n(x) = dJ_n(x)/dx$, $N'_n(x) = dN_n(x)/dx$. $A_0 = eE_{\varphi \max} / (m_0 c \omega \mathcal{F}_{n1 \max})$, $b_1 = 2\pi b'_1 / \lambda$, $b_2 = 2\pi b'_2 / \lambda$, $d = 2\pi d' / \lambda$, штриховые величины — размерные, в метрах.

Результаты расчета и оптимизации релятивистского гелитрона при $n=2$.

Оптимизация гелитрона проводилась по КПД, который определялся как

$$\eta(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_i - \gamma_0}{\gamma_0 - 1}. \quad (1.5)$$

Получены следующие результаты.

Вариант 1. ($N=256$)

Взаимодействие с встречной парциальной волной колебания H_{211} : $S=1.4707$; $n=2$; $d=2\pi$; $l=1$; $A_0=0.0988$; $b_1=0.5$; $\alpha=18.4711$; $\beta_{\varphi 0}=0.5583$; $q=\beta_{\varphi 0}/\beta_{z0}=1.9995$; $\eta=0.2213$.

На рис. 3 представлены основные зависимости, иллюстрирующие процесс взаимодействия в гелитроне (Вариант 1). На рис. 3(а) представлены траектории электронов различных i в плоскости r, z . На рис. 3(б) представлены зависимости азимута i -х электронов от z . Видна фазовая (орбитальная) группировка электронов в области $d=3.5...5.5$. На рис. 3(в) представлены орбитальные траектории электронов. Основная масса электронов, отдавая энергию, уменьшает радиус орбиты; число ускоренных электронов с увеличенным ri относительно мало. На рис. 3(г) приведены зависимости индивидуальных $\eta_i(z)$. Укрупнённая линия указывает $\eta(z)$ в приборе. В итоге при $z=d$, $h=0.2213$.

Вариант 2. ($N=256$)

Взаимодействие с попутной парциальной волной колебания H_{211} : $S=0.5086$; $n=2$; $d=2\pi$; $l=1$; $A_0=0.0438$; $b_1=0.5528$; $\alpha=30.3935$; $\beta_{\varphi 0}=0.3517$; $q=\beta_{\varphi 0}/\beta_{z0}=2.5512$; $\eta=0.4834$.

На рис. 4 представлены основные зависимости, иллюстрирующие процесс взаимодействия в гелитроне (Вариант 2). На рис. 4(а) представлены траектории электронов различных i в плоскости r, z . На рис. 4(б) представлены зависимости азимута i -х электронов от z . Видна фазовая (орбитальная) группировка электронов в области $d=4...5$. На рис. 4(в) представлены орбитальные траектории электронов. Основная масса электронов, отдавая энергию, уменьшает радиус орбиты. На рис. 4(г) приведены зависимости индивидуальных $\eta_i(z)$. Укрупнённая линия указывает $\eta(z)$ в приборе. В итоге при $z=d$, $\eta=0.4834$.

Также были проведены исследования моды H_{214} коаксиального резонатора релятивистского гелитрона при увеличении его длины вдвое вдоль z -оси области взаимодействия с электронным потоком.

С встречной парциальной волной колебания H_{211} : $S=1.1098$; $n=2$; $d=4\pi$; $l=4$; $A_0=0.0192$; $b_1=0.5986$; $\alpha=4.981$; $\beta_{\varphi 0}=0.8$; $q=\beta_{\varphi 0}/\beta_{z0}=3.1028$; $\eta=0.2018$.

С попутной парциальной волной колебания H_{211} : $S=0.8925$; $n=2$; $d=4\pi$; $l=4$; $A_0=0.0211$; $b_1=0.5945$; $\alpha=4.7836$; $\beta_{\varphi 0}=0.7782$; $q=\beta_{\varphi 0}/\beta_{z0}=2.72$; $\eta=0.2743$.

Рис. 3. а) траектории электронов $i=1...256$ в плоскости r, z ; б) фазовые траектории электронов; в) орбитальные траектории электронов; г) распределение η_i и η вдоль z -оси области взаимодействия.

Рис. 4. а) траектории электронов $i=1...256$ в плоскости r, z ; б) фазовые траектории электронов; в) орбитальные траектории электронов; г) распределение η_i и η вдоль z -оси области взаимодействия.

Проведенные расчеты указывают на то, что эффективность релятивистского гелитрона превосходит эффективность однородных релятивистских ЛОВ-ЛБВ, КПД которых лежит в пределах 0.1...0.2. Добавим, что в нерезонансной электродинамической системе (для этого достаточно удалить режекторные фильтры) возможна электрическая (т.е. безинерционная) перестройка частоты гелитрона, поскольку угловая частота вращения электронов $\omega_c = \sqrt{\frac{e \nabla V}{m r_0^2}}$. Изменяя разность потенциалов между внешним и внутренним проводниками коаксиала ΔV , можно управлять частотой сигнала.

2. Безмагнитный клистрон-удвоитель с поперечной модуляцией

Клистрон-удвоитель частоты с поперечной модуляцией предложен в [9] и в [10,11] проведены анализ и оптимизация по КПД этого прибора, включая многокаскадные схемы. Установлена высокая эффективность такого клистрона-удвоителя. Механизм действия удвоителя основан на том, что в области продольно-неоднородного магнитного поля магнитной линзы, поперечно отклоненные во входном резонаторе ВЧ магнитным полем электроны задерживаются больше, чем не отклоненные. В результате происходит фазовая группировка электронов на удвоенной частоте, поскольку эффект задержки электронов не зависит от направления отклонения электронов.

Как показано в данной статье, аналогичный эффект достигается и при использовании плоской электростатической линзы. Такая конструкция имеет очевидные преимущества:

- исключаются тяжелые электромагниты и затраты на их питание;
- возможно применение криогенных сверхпроводящих электродинамических структур (резонаторов).

Схема безмагнитного клистрона-удвоителя частоты с поперечной модуляцией

Рис. 5. Продольное сечение клистрона-удвоителя с электростатической линзой.

Схема прибора изображена на рис. 5. Здесь 1, 2, 3, 4 — электронная пушка, формирующая ленточный электронный поток (широкий по оси y). Соответственно 1 — катод, 2 — прикатодный электрод, 3 — первый анод, 4 — второй анод. 5 — входной прямоугольный резонатор, работающий на моде E_{210} на частоте ω_0 ; 6 — релятивистский электронный поток; 7 — скосы экранов электростатической линзы; 8 — центральный электрод электростатической линзы; 9 — выходной резонатор, работающий на моде E_{110} на частоте $2\omega_0$; 10 — коллектор.

Последнее невозможно при использовании магнитной линзы, поскольку магнитное поле снимает ВЧ сверхпроводимость в СВЧ и КВЧ диапазонах. В то же время использование сверхпроводимости в указанных диапазонах существенно улучшает выходные характеристики мощных электронных приборов.

Входной резонатор имеет следующие размеры по x, y, z : a'_1, b'_1, d'_1 . Штрих у величин означает, что они размерные (т.е. в метрах). Резонансная длина волны этого резонатора [12]

$$\lambda_0 = \frac{2 \cdot a'_1 \cdot b'_1}{\sqrt{(a'_1)^2 + (2 \cdot b'_1)^2}}.$$

В дальнейшем тексте и рисунках приводимые величины длин без штриха будут безразмерными: $a_1 = 2\pi a'_1 / \lambda_0$, $b_1 = 2\pi b'_1 / \lambda_0$, $d_1 = 2\pi d'_1 / \lambda_0$, $x = 2\pi x' / \lambda_0$, $y = 2\pi y' / \lambda_0$ и т.д.

На рис. 5 приведены безразмерные длины элементов. Выходной резонатор 9 имеет размеры a_2', b_2', d_2' и резонансную длину волны

$$\lambda_{02} = \frac{2 \cdot a_2' \cdot b_2'}{\sqrt{(a_2')^2 + (2 \cdot b_2')^2}} = \frac{\lambda_0}{2}.$$

Основные уравнения

1. Поля колебания E_{210} входного модулирующего резонатора [12]

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= E_{m1} \vec{\varepsilon}_1, \quad \vec{B}_1 = \frac{E_{m1}}{c} \vec{b}_1, \\ \vec{\varepsilon}_1 &= \vec{z}_0 \sin \frac{2\pi(x + 1/2)}{a_1} \sin \frac{\pi(y + 1/2)}{b_1} \cos \theta, \\ \vec{b}_1 &= - \left(\vec{x}_0 \frac{\pi}{b_1} \sin \frac{2\pi(x + 1/2)}{a_1} \cos \frac{\pi(y + 1/2)}{b_1} - \vec{y}_0 \frac{2\pi}{a_1} \cos \frac{2\pi(x + 1/2)}{a_1} \sin \frac{\pi(y + 1/2)}{b_1} \right) \sin \theta, \end{aligned}$$

где $\theta = \omega_0 t$, $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$, c — скорость света в пустоте, E_{m1} — размерная амплитуда поля в резонаторе 5.

2. Поля колебания E_{110} выходного модулирующего резонатора [12]

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= E_{m2} \vec{\varepsilon}_2, \quad \vec{B}_2 = \frac{E_{m2}}{c} \vec{b}_2, \\ \vec{\varepsilon}_2 &= \vec{z}_0 \sin \frac{\pi(x + 1/2)}{a_2} \sin \frac{\pi(y + 1/2)}{b_2} \cos(2\theta + \varphi), \\ \vec{b}_2 &= - \left(\vec{x}_0 \frac{\pi}{b_2} \sin \frac{\pi(x + 1/2)}{a_2} \cos \frac{\pi(y + 1/2)}{b_2} - \vec{y}_0 \frac{\pi}{a_2} \cos \frac{\pi(x + 1/2)}{a_2} \sin \frac{\pi(y + 1/2)}{b_2} \right) \sin(2\theta + \varphi), \end{aligned}$$

3. Уравнения движения электронов [13]

$$\frac{d(\gamma \vec{\beta})}{dz} = - \frac{A_i}{\beta_z} \left\{ \vec{\varepsilon}_i + [\vec{\beta}, \vec{b}_i] \right\}, \quad \frac{dx}{dz} = \frac{\beta_x}{\beta_z}, \quad \frac{dy}{dz} = \frac{\beta_y}{\beta_z}, \quad \frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{\beta_z}.$$

Здесь $A_i = E_{mi} e / m_0 \omega c$, $i=1$ или 2 (входной или выходной резонаторы), e, m_0 — соответственно заряд по модулю и масса покоя электрона.

В области электростатической линзы $\vec{b}_i = 0$, $\vec{\varepsilon}_i$ заменяется на $\vec{\varepsilon}^0(x, y)$ — безразмерное двумерное поле электростатической линзы.

Входное значение $|\vec{\beta}| = \beta_0$ при $z=0$ определяется по напряжению второго анода U_0 как

$$\beta_0 = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{e}{m_0 c^2} U_0 \right)^{-2}}.$$

Результаты расчета клистрона-удвоителя

Расчеты проводились в двумерном приближении для двух типов электростатических линз: 1–продольно-симметричная; 1–продольно-несимметричная.

Использовался метод крупных частиц с номерами $i=1, N$; $N=64$. Начальные условия для них при $z=0$: $x_i=0$, $y_i=0$, $\vec{\beta}_i = \vec{z}_0 \beta_0$, $\theta_i = 2\pi/N$.

Электронный КПД определялся по потере энергии электронами следующим образом:

$$\eta_e(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i(z), \quad \eta_i(z) = \frac{\gamma(0) - \gamma_i(z)}{\gamma(0) - 1}.$$

Симметричная линза

$\eta_e(z_0) = 0.26$ (z_0 — конец выходного резонатора), $\beta_0 = 0.8$ ($u_0 = 340.667$ кВ), напряжение центрального электрода линзы $u_1 = 0.43 u_0$, $\alpha = 45^\circ$, $\varphi = 0.35\pi$.

На рис. 6 изображены геометрия (в безразмерных единицах) линзы, силовые линии электрического поля в ней и траектории крупных частиц (16 из 64) в линзе (рис. 6(а)). На рис. 6(б) приведены индивидуальные зависимости $\eta_i(z)$ и общего $\eta_e(z)$ — жирная линия. Эти зависимости указывают на то, что фазовая группировка в двухкаскадной схеме далека от идеальной (много неправильнофазных электронов, отбирающих энергию в поле выходного резонатора). Как и в схемах с магнитной линзой, фазовая группировка и КПД могут быть существенно улучшены в многокаскадной схеме [10,11].

Рис. 6. Характеристики и геометрические параметры клистрона-удвоителя с симметричной электростатической линзой: а) продольное сечение линзы и траектории электронов; б) зависимости от z индивидуальных η_i и общего η_e (жирная линия).

Несимметричная линза

Здесь результаты аналогичны: $\eta_e(z_0) = 0.26$, $\beta_0 = 0.79$ ($u_0 = 322.46$ кВ), напряжение центрального электрода линзы $u_1 = 0.49u_0$, $\alpha = 45.8^\circ$, $\varphi = 0.55\pi$.

На рис. 7 приведены аналогично предыдущему варианту иллюстрации: рис. 7(а) — геометрия линзы, силовые линии ее электрического поля и траектории электронов; рис. 7(б) — зависимости $\eta_i(z)$ и $\eta_e(z)$ в выходном резонаторе. Следует обратить внимание на то, что фокусировка в несимметричной линзе улучшается (рис. 7(а)).

Проведенные расчеты показали, что эффективность клистрона-удвоителя с электростатической линзой не уступает эффективности такого же двухкаскадного клистрона-удвоителя с магнитной линзой. Однако преимущества рассмотренного здесь прибора очевидны: снижаются массогабаритные показатели, не требуется энергетическое питание линзы, возможно применение сверхпроводящих электродинамических систем, что важно в КВЧ диапазоне.

3. Сферотрон — СВЧ генератор на двусферическом резонаторе

Несинхронное взаимодействие электронов с электромагнитным полем — сравнительно малоисследованная область в физике и электронике СВЧ. Такое взаимодействие, в частности, реализуется в монотронах — однорезонаторных генераторах с шириной пролётного промежутка, сравнимой с длиной волны рабочего типа колебаний [14–18]. Однако эти генераторы с плоскопараллельным зазором резонатора обеспечивают неприемлемо низкий КПД для мощных приборов (порядка 6%).

Рис. 7. Характеристики и геометрические параметры клистрона-удвоителя с несимметричной электростатической линзой: а) продольное сечение линзы и траектории электронов; б) зависимости от z индивидуальных η_i и общего η_e (жирная линия).

С другой стороны, присущие несинхронному взаимодействию недостатки группирования компенсируются особенностями индивидуального взаимодействия электронов при движении в нарастающем несинхронном электромагнитном поле (квадратичные силы Миллера) [19–21]. Это подтверждено при расчете обращенного монотрона на коаксиальном резонаторе (диотрона), где амплитуда ВЧ электрического поля изменяется пропорционально $1/r$ (электроны движутся к центру) [22]. В данной статье рассматривается схема сферотрона — монотрона на двусферическом резонаторе, где амплитуда поля имеет еще более сильную зависимость от r : $1/r^2$. Это позволяет существенно повысить КПД прибора, причем, при больших токах электронного потока.

Принципиальная схема сферотрона

Схема сферотрона изображена на рис. 8. Здесь 1 — катод, 2 — кольцевой первый анод, его напряжение u_1 , 3 — двусферический резонатор, находится под потенциалом u_0 относительно катода, 4 — очертания электронного потока; 5 — камера системы охлаждения коллектора; 6 — вакуумно-плотные изоляционные керамические шайбы. Ось z совмещена с осью пучка. Меридианный угол ϑ сферической системы координат отсчитывается от оси z (для пучка $\vartheta = 0$).

На рис. 8 также указано распределение силовых линий электрического поля резонатора на колебании E_{310} . Размеры резонатора определяются радиусами полусфер: a — большой, b — малый. Вывод энергии на рис. 1 не указан. Он может быть реализован в виде прямоугольного волновода, связанного с резонатором через азимутальную щель или окно в стенке внешней сферы у торца резонатора.

Рис. 8. Схема сферотрона: 1 — катод; 2 — кольцевой анод; 3 — двусферический резонатор; 4 — электронный поток; 5 — камера охлаждения; 6 — вакуумно-плотные шайбы.

При большой мощности сферотрона по азимуту резонатора могут быть сделаны несколько таких выводов энергии. Вместо волновода может быть использован выходной рупор, облучающий внешнюю фокусирующую электромагнитный луч антенну.

Поля в резонаторе и условия резонанса

Поле колебания E_{n10} двусферического резонатора можно рассматривать как суперпозицию расходящихся (запаздывание $(-k \cdot r)$) и сходящихся (обратное запаздывание $(k \cdot r)$) волн фиктивного элементарного электрического источника, находящегося в центре сфер резонатора. Здесь $k = 2\pi / \lambda = \omega / c$ — волновое число в вакууме; λ — длина волны, ω — угловая частота, c — скорость света в вакууме.

Используя теорию сферических волн элементарного электрического излучателя [23], получаем следующие формулы компонент поля колебания E_{n10} как результат интерференций расходящихся и сходящихся сферических волн

$$\begin{aligned} E_r &= E_n \cos \omega t \left(\frac{\cos kr}{(kr)^2} - \frac{\sin kr}{(kr)^3} \right) \cos \vartheta, \\ E_\vartheta &= \frac{E_n}{2} \cos \omega t \left(\frac{\sin kr}{kr} + \frac{\cos kr}{(kr)^2} - \frac{\sin kr}{(kr)^3} \right) \sin \vartheta, \\ H_\varphi &= -\frac{E_n}{2W^0} \sin \omega t \left(\frac{\cos kr}{kr} - \frac{\sin kr}{(kr)^2} \right) \sin \vartheta, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $W^0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ — волновое сопротивление вакуума.

Резонансные значения радиусов сфер резонатора a и b находятся из условия $E_\vartheta(a) = 0$, $E_\vartheta(b) = 0$.

Или, используя (1),

$$\sin ka + \frac{\cos ka}{ka} - \frac{\sin ka}{(ka)^2} = 0, \quad \sin kb + \frac{\cos kb}{kb} - \frac{\sin kb}{(kb)^2} = 0. \quad (3.2)$$

Граничные условия на торцевой стенке резонатора, как следует из (1) при $\vartheta = \pi / 2$ автоматически выполняется $E_r = 0$, H_φ параллельна поверхности торца.

В дальнейших формулах удобно перейти к безразмерным переменным $\bar{r} = kr$.

Уравнение движения электронов

Используя особенности конструкции сферотрона положим, что в области прохождения электронного потока $\vartheta \approx 0$. При этом $E_\vartheta \approx 0$ и $H_\vartheta \approx 0$. Релятивистское уравнение движения электронов в таком приближении имеет вид

$$\frac{d\beta_i}{d\theta} = -(1 - \beta_i^2)^{-3/2} (E_r + E_r^{n3}), \quad \frac{d\bar{r}_i}{d\theta} = \beta_i, \quad i = \overline{0, N-1}. \quad (3.3)$$

Здесь i — номер фазовой траектории электрона, N — число принятых в расчете фазовых траекторий; в поисковых расчетах $N = 64$, при уточнении результата $N = 200$. $\beta_i = v_i/c$; v_i — скорость электрона в направлении — r ; $\theta = \omega t$,

$$E_r = E_n \cos \theta \left(\frac{\cos \bar{r}_i}{(\bar{r}_i)^2} - \frac{\sin \bar{r}_i}{(\bar{r}_i)^3} \right),$$

где $E_n = \frac{m_0 \omega c}{e} A_n$, e , m_0 — соответственно заряд и масса покоя электрона.

Напряженность поля пространственного заряда, создаваемого сферическими по сечению пучка заряженными крупными частицами i, j выражается как [23]

$$E_r^{n3} = \frac{e I_0}{m_0 c^2 \alpha} W^0 \cdot \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left[\frac{\bar{b} \bar{a} - \bar{r}_j}{\bar{r}_j \bar{a} - \bar{b}} \Phi \left(\begin{matrix} 0, \bar{r}_i < \bar{r}_j \\ 1, \bar{r}_i > \bar{r}_j \end{matrix} \right) \right],$$

где $\bar{a} = ka$, $\bar{b} = kb$, α — отношение площади сечения пучка на входе к площади сферы $4\pi a^2$; в расчетах $\alpha = 0.01$, i — номер данной крупной частицы, j — номер частицы-источника.

Начальные условия к системе уравнений (3) задаются следующим образом:

$$\beta_i(0) = -\beta_0, \quad \bar{r}_i(0) = \bar{a}, \quad \theta|_0 = 2\pi i / N. \quad (3.4)$$

Конец расчета траектории проводится по условию $\bar{r}_i = \bar{b}$.

Электронный КПД определяется по потере энергии электронным потоком

$$\eta_e(\bar{b}) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\gamma_i(\bar{b}) - \gamma_0}{1 - \gamma_0}, \quad \gamma_i(\bar{b}) = (1 - \beta_i^2(\bar{b}))^{-1/2}, \quad \gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}. \quad (3.5)$$

Результаты расчета и оптимизации

В результате оптимизационного по КПД расчета сферотрона найдены три варианта с одинаковым значением $\bar{b} = 2.7437$.

Вариант 1: $\bar{a} = 12.4859$ (мода E_{310} резонатора).

Зона генерации этого варианта в координатах β_0, A приведена на рис. 9. Как следует из рисунка, максимальный $\eta_e = 0.28$ и находится в области $\beta_0 \sim 0.405$, $A \sim 4.25$. Зона генерации весьма широкая по A и β_0 , это говорит о некритичности режима генерации.

Вариант 2: $\bar{a} = 9.3166$ (мода E_{210} резонатора).

Зона генерации этого варианта показана на рис. 10. Максимальный $\beta_e = 0.33$, т.е. несколько выше, чем в варианте 1. Это значение достигается в районе $A \sim 4$, $\beta_0 \sim 0.405$. Зона также достаточно широкая по A и β_0 .

Вариант 3: $\bar{a} = 6.1168$ (мода E_{110} резонатора).

Зона генерации этого варианта изображена на рис. 11. Здесь КПД достигает значения $\eta_e = 0.35$ при $\beta_0 \sim 0.402$, $A \sim 3.5$. Зона, как и в предыдущих вариантах весьма широка.

Важным представляется вопрос о режиме возбуждения генератора: мягкий или жесткий? Как показано в [22] ответ на этот вопрос дает исследование зависимости $\frac{A^2}{\eta_e(A)}$ от A . Дело в том, что рабочий ток при

заданной нагруженной добротности Q пропорционален $\frac{A^2}{\eta_e Q}$. Поэтому в мягком режиме возбуждения $\frac{A^2}{\eta_e(A)}$ должна монотонно возрастать с ростом амплитуды поля, что соответствует росту рабочего тока вместе с A .

Как следует из рис. 12, зависимости $A^2/(\eta_e(A))$ от A для всех трех вариантов монотонно возрастающие (производная всех кривых положительна). Таким образом, режим возбуждения во всех трех вариантах мягкий, рабочий ток превышает пусковой. Поскольку пусковой ток пропорционален $A^2/(\eta_e(A))$ при $A \rightarrow 0$, то при одинаковой нагруженной добротности резонатора [22] пусковой ток первого варианта превосходит ток третьего варианта более чем в два раза.

Большой интерес представляет также зависимости эффективности (η_e) рассмотренных вариантов от величины тока пучка. Такие зависимости приведены на рисунке 13. Как следует из приведенных на рисунке 13 данных, наименьшую зависимость от I_0 имеет вариант 3: даже при $I_0 = 20$ кА его η_e остается на уровне 0.3.

Рис. 9. Зоны генерации по КПД варианта 1 в координатах β_0 , A .

Рис. 10. Зоны генерации с различными КПД варианта 2 в координатах β_0 , A .

Рис. 11. Зоны генерации с различными КПД варианта 3 в координатах β_0 , A .

Рис. 12. Характеристики режимов возбуждения вариантов сферотронов: точечная линия вариант 1, штриховая линия вариант 2, сплошная линия вариант 3.

Рис. 13. Зависимости η_e от тока пучка I_0 для вариантов сферотронов: точечная линия вариант 1, штриховая линия вариант 2, сплошная линия вариант 3.

Заметим, что черенковские релятивистские генераторы утрачивают эффективность уже при $I_0 = 3...4$ кА [23]. Дело в том, что в черенковских генераторах при больших токах пространственный заряд разрушает фазовую группировку, в сферотроне же при несинхронном взаимодействии эта группировка не играет определяющей роли, существенна роль квадратичных сил.

Вариант 1 наиболее чувствителен к величине I_0 . Однако он отличается наибольшей шириной электронного зазора (порядка 1.5λ), что дает преимущество в КВЧ диапазоне.

Заметим, что в статье рассмотрены лишь частные варианты сферотрона (с одинаковым $\bar{b}$). Резонансных значений $\bar{b}$ и $\bar{a}$, как следует из (2), бесконечно много. Возможно, другие комбинации $\bar{b}$ и $\bar{a}$ дадут более привлекательные результаты как по η_e , так и по размеру $\bar{a} - \bar{b}$.

Приведенные данные расчета выходных характеристик сферотрона указывают на несомненную перспективность этого прибора. Так, релятивистские сильноточные черенковские генераторы имеют электронный КПД в пределах 8...22 % [24]. КПД сферотрона достигает 35% при килоамперных уровнях тока. При этом его конструкция несравненно проще релятивистской ЛОВ и не требует магнитной фокусирующей системы.

Заметим, что сферотрон — прибор принципиально большой мощности (10-100 МВт в импульсе длительностью 1-10 нс), поскольку для поддержания эффективности несинхронного взаимодействия нужна высокая величина напряженности электромагнитного поля, что достигается только при большой мощности прибора.

Список литературы

1. Кравченко В. Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур. М.: Физматлит, 2006. 270с.
2. Концептуальный проект ускорительного комплекса Nuclotron — Based Ion Collider — Дубна ОИЯИ, 2008. 51с.
3. Кураев А. А. Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками. Мн.: Наука и техника, 1971. 312с.
4. Чернов З. С. // Труды ИРЭ АН СССР. 1956. Т. 1. С. 7.
5. Pantell, R. // IRE Trans. 1960. ED-7. No.1. P. 20.
6. Сушков А. Д. Вакуумная электроника. Физико-технические основы. Скт Пб. М.: Лань, 2004. 404с.
7. Кураев А. А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. М.: Радио и связь, 1986. 208с.
8. Кураев А. А., Попкова Т. Л., Сеницын А. К. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: ИНФРА-М. 2016. 424с.
9. Кураев А. А., Парамонов Б. М., Сеницын А. К. АС СССР № 152601 «Клистрон с поперечной модуляцией», приоритет 2.10.1987, зарегистр. 1.08.1989.
10. Кураев А. А., Парамонов Б. М., Сеницын А. К. Некоторые перспективные схемы СВЧ-электронных приборов. Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 5. С. 893–897.
11. Кураев А. А., Парамонов Б. М., Сеницын А. К. О некоторых модификациях приборов релятивистской СВЧ-электроники. Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. № 2. С. 316–320.
12. Кураев А. А. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Сеницын. Минск: Бестпринт, 2016. 357 с.
13. Кураев А. А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. М.: Радио и связь, 1986. 208 с.
14. Калинин В. И., Герштейн Г. М. Введение в радиофизику. М.: ГИТТЛ, 1957. 513с.
15. Шевчик В. Н. Основы электроники сверхвысоких частот. М.: Советское радио, 1959. 96с.
16. Кравченко В. Ф., Кураев А. А., Сеницын А. К. Несинхронные взаимодействия // М.: Успехи физических наук. 2007. Т. 177. № 5. С. 511–534.
17. Кураев А. А., Сеницын А. К. Коаксиальный диодный генератор-диотрон // М.: Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42. № 2. С. 214–219.
18. Батыгин В. В., Топтыгин И. Н. Сборник задач по электродинамике. М.: ГИФМЛ, 1962. 480с.
19. Канавец В. И., Сандалов А. Н. Релятивистские генераторы и усилители СВЧ-излучения // М.: «Электроника» (Итоги науки и техники ВИНТИ), 1985. Т. 17. С. 82–168.

Поступила 5 марта 2019 г.

NONMAGNETIC POWERFUL ELECTRONIC UHF DEVICES

V.F. KRAVCHENKO, A.A. KURAYEV, AND V.V. MATVEYENKO

doi: 10.25210/jfop-1902-036049

The article presents the designs and main characteristics of high-power microwave electronic devices without magnetic fields inside interaction region (non-magnetic devices):

- relativistic helitron are formulated by nonlinear equations based on them analysis and optimization of a new type relativistic helitron microwave generator is carried out. Relativistic helitron provides interacting electromagnetic field Hn1l mode of a coaxial resonator with an axisymmetric screw relativistic electron stream by centrifugal electrostatic focusing (CEF). Helitron's numerical modeling and optimizing realizes efficiency exceeding than that of relativistic TWTs and BWOs;
- non-magnetic klystron-doubler with transverse modulation is resulted in by non-linear theory and calculating electronic efficiency of a new type non-magnetic klystron-frequency doubler with relativistic electron transverse modulation. Instead of magnetic lens are used electrostatic ones in the electron bunching region in contrast to the well-known construction of a klystron-frequency doubler with transverse modulation; spherotron - generator on a two-spherical resonator) - high efficiency for a new type powerful microwave generator (a monotron on a two-spherical resonator) is found with using simulation. The article presents the generator with a very simple design, where an achievable efficiency is 33% at a beam pulse current 1...10 kA and a voltage of 40-50 kV. It is significant that the absence of magnetic systems in such devices not only reduces their weight and size characteristics and eliminates the cost of powering electromagnets, but also allows to use superconducting electrodynamic systems [1], which is important for high-power devices (the presence of a constant magnetic field destroys high-frequency conductivity).

INFORMATION-MEASURING SYSTEM

UDC 621.391.2

COMPUTER-AIDED DIAGNOSIS SYSTEM FOR LUNG NODULE CLASSIFICATION USING COMPUTER TOMOGRAPHY SCAN IMAGES

© Authors, 2019

doi: 10.25210/jfop-1902-050061

Kravchenko, V. F. is Dr. Sc. Prof., Senior Scientist. Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS; Scientific and Technological Centre of Unique Instrumentation of RAS, Moscow. E-mail: kvf-ok@mail.ru

Ponomaryov, V. I. is Dr. Sc., professor-investigator of Instituto Politecnico Nacional de Mexico, Mexico-city E-mails: volodymyr.ponomaryov@gmail.com.

Rendon-Gonzalez, E. M. is Dr. Sc., professor-investigator of Instituto Politecnico Nacional de Mexico. E-mail: moises23049@yahoo.com.mx

Reyes-Reyes, R. is Dr. Sc., professor-investigator of Instituto Politecnico Nacional de Mexico. E-mail: rogreyes@gmail.com.

Аннотация

Рассмотрен новый подход в синтезировании компьютерной системы CAD для обнаружения канцерных аномальных структур возможных злокачественных опухолей в легких с последующей их классификацией алгоритмами SVM и AdaBoost. Моделирование предложенного метода детектирования и диагностики подтвердило преимущества новой системы в терминах чувствительности и числа ложных обнаружений в изображениях.

Ключевые слова: многосрезовая компьютерная томография, фрактальная размерность, SVM, AdaBoost, чувствительность, CAD

Abstract

Novel approach in design of CAD system uses slides of 3D CT scan image to detect and classify benign and malignant nodules where the classification stage is performed applying both Support Vector Machine and AdaBoost classifiers and should separate two classes: benign and malignant nodules. Simulation results with the proposed CAD and similar CAD systems have demonstrated better detection of low intensity nodules and nodules attached with other pulmonary structures in terms of sensitivity and FP ratios.

Keywords: scan CT images, CAD, fractal dimension, SVM, AdaBoost, sensitivity

1. Introduction

Lung cancer emerged as the most common cancer worldwide several decades ago: with 660 thousands new cases estimated in 1980. It is the most common cancer in men worldwide. In women, the incidence rates are generally lower. The disease is the most common cause of death from cancer worldwide, responsible for nearly one cancer death in five (1.59 million deaths, 19.4 % of the total).

The World Health Organization's (WHO) GLOBOCAN2012 study [1] estimated that more 14 million new cancer cases and 8million cancer deaths occurred in 2012 worldwide. Lung cancer remains the most common cancer in the world, both in term of new cases (1.8 million cases, 12.9% of total) and deaths (1.6 million deaths, 19.4%) because of the high case fatality.

Lung cancer is the first cause of deaths among different types of cancer. Early, chest X-ray films were used for lung cancer diagnosis. Nonetheless, X-ray films are 2D projection images that usually overlap different tissues hiding small lung cancer nodules [2].

Nowadays, CT is one of the best imaging modalities for detection of small lung nodules due to the fast acquisition times of successive images with high resolution and the minimization of artefacts caused by abdominal movement. However, there are many difficulties in CT interpretation such as the limitation of the human visual system, deficient training and experience, and factors like fatigue or distraction that leads to high rates of missed cancers. So, a second opinion is usually required to reduce erroneous rates. This opinion is usually performed using CAD systems that are assisted to radiologists.

Drawbacks of this technique are highly depended of nodule localization and characteristics, equipment quality and physician experience. A way to improve diagnosis is in the usage of Computer-Aided Detection (CADe) and Computer-Aided Diagnosis (CADx) systems. CAD systems analyzing the medical image permit to detect suspicious zones that would have an anomaly or lesion. These zones are marked on an image with a double purpose: to direct the specialist attention to the suspecting zone or region of interest (ROI), and to give information to the diagnosis.

There are a lot of methods proposed in the literature. In particular, in [3], a CAD scheme is proposed to assist

radiologists in the differentiation of lung patterns associated with Interstitial Lung Disease and healthy lung parenchyma. ROI's were described by a set of texture attributes extracted using differential lacunarity (DLac) and classical methods of statistical texture analysis. The proposed strategy to compute DLac allowed a multiscale texture analysis, while maintaining sensitivity to small details. Support Vector Machines (SVMs) were employed to distinguish between lung patterns. Training and model selection were performed over a stratified 10-fold cross-validation (CV). Dimensional reduction was made based on stepwise regression during CV. Messay, T. et al. [4], has presented pulmonary nodule segmentation algorithms for CT. These algorithms include a fully automated system, a semi-automated system, and a hybrid system. The fully automated segmentation engine has two free parameters, and the semi-automated system has three ones. These parameters are adaptively determined for each nodule in a search process guided by a regression neural network (RNN). The RNN uses a number of features computed for each segmented candidate. Experiments were trained and tested using the Lung Image Database Consortium and Image Database Resource Initiative (LIDC-IDRI) data. Kaur, J. et al. [5] have designed a CAD system using CT images to detect tumor at early stage. The lung regions in CT scan images are segmented using optimal thresholding, and to find the ROI, Region Growing method is used. Two types of parameters textural and statistical are calculated and analyzed separately. The feature set is applied to the multilayer feed forward back propagation network. The performance of the back propagation neural network is measured in terms of mean square error (MSE). In [6], the authors proposed an algorithm for isolating lung abnormalities (nodules) from spiral chest low-dose CT scans. The proposed algorithm consists of three main steps. The first step isolates the lung nodules, arteries, veins, bronchi, and bronchioles from the surrounding anatomical structures. The second step detects lung nodules using deformable 3D and 2D templates describing typical geometry and grey-level distribution within the nodules of the same type. The detection combines the normalized cross-correlation template matching and a genetic optimization algorithm. The final step eliminates the FP nodules using three features that define the true lung nodules. In [7], the authors proposed a CAD system, which can detect small-sized (from 3 mm) pulmonary nodules in spiral CT scans. This method consists of an initial selection of nodule candidates list, the segmentation of each candidate nodule and the classification of the features computed for each segmented nodule candidate. The presented CAD system is aimed to reduce the number of omissions and can decrease the radiologist scan examination time. For a correct volume segmentation of the lung parenchyma, the system uses a Region Growing algorithm and an opening process for including the juxtaleural nodules. The segmentation and the extraction of the suspected nodular lesions were performed by a 3D Mass-Spring Model (MSM) combining it with spline curves reconstruction process. The model represents concurrently the characteristic grey value range, the directed contour information as well as shape knowledge. For distinguishing the real nodules among nodule candidates, an additional classification step is applied; furthermore, a neural network is applied to reduce the FPs after a double threshold cut. The system performance was tested on a set of 84 scans made available by the LIDC. The detection rate of the system is 97% with 6.1. FPs/CT. A reduction to 2.5 FPs/CT is achieved at 88 % sensitivity.

Most of the reviewed above frameworks can reach good results in terms of quality criterions (sensitivity and FP per image) but most of them lack in develop a well-balanced system, in other words, the more sensitivity they achieve, the worse FP per image, and vice versa. In addition, some works like proposed in [8] used manual intervention in the initial stage, which is traduced in an impractical way to assist physicians. To resolve the mentioned drawbacks, in this work, we attempt to increase the quality of CAD system

- a) The designed framework can effectively separate the lung parenchyma from the background and scanner artefacts, resulting in an optimization of the FP detection stage.
- b) The proposed CAD system can accurately distinguish lung nodules from 2 to 30 mm providing effective assistance to specialists.
- c) Novel CAD architecture can delimitate the number of the CT slices of interest, excluding the ones that do not contain any lesion.
- d) Quality criteria have confirmed superior performance of our proposal against state-of-the-art methods in detection of lung nodule.

The proposed CAD system is presented in Fig. 1. The process begins with the nodule centre slice as the start of the framework. All CT scans are transformed into HU in order to use and to characterize every tissue in the image using the well-known HU scale. Following, using the HU scale and the CT image histogram to select a threshold, the CT image is converted into a binary image, separating the lung parenchyma and his internal tissues (vessels and airways) from the background. Following, morphological operations are performed with the binary image obtaining several masks until the final lung mask were accomplished. This mask is used to eliminate all the scanner artefacts, background and surrounding tissues. In this step, many objects within the lung parenchyma still should found in the image, thus, an FP reduction stage based on the information of the ACR (American College of Radiology) Lung-RADS

system [9] and the calculation of the fractal dimension and texture descriptors, is performed to decrease these objects. Once the lung nodule candidates are obtained, several features (texture, shape and Hu's Invariant Moments) are extracted. Finally, the classification stage is performed applying both Support Vector Machine (SVM) and AdaBoost classifiers that separate analyzed cases in two classes, benign and malignant nodules.

The remainder of this work is divided into four sections. Section 2 provides details of the proposed CAD system: HU calculation, morphological operations and FP reduction, and both SVM and AdaBoost classifiers for diagnosis. In Section 3, the experimental results for the proposed system are provided, demonstrating their superior performance compared to state-of-the-art methods. Finally, the conclusions of this work are exposed in Section 4.

2. Proposed CAD System

Usually, CADe systems for lung nodule detection are composed of four main stages: preprocessing, lung segmentation, nodule detection and the reduction of false positives (FP) [10].

Figure 1 shows processing steps of proposed CAD.

Figure 1. Processing steps for the proposed CAD system.

Preprocessing Stage

In order to improve the correct detection of the suspicious zones, it is necessary to exclude some regions of the CT image such as background and surrounding tissue or vessels (Fig. 2(a)).

HU (also known as CT number) are used instead of using the attenuation coefficients directly as the grey values of the pixels, which are defined in relation to the attenuation of water as follows:

$$HU = 1000 * \frac{\mu - \mu_{water}}{\mu_{water}}, \quad (1)$$

where μ represents the attenuation coefficients of X-rays.

To separate the lung parenchyma from the background and other structures, we used -500 HU as initial threshold. This value was chosen according to [11], in which histogram of the CT image is calculated; in this fashion, we can separate lung parenchymal tissue (Fig. 2(b)).

As the images in the dataset are in 12 bits of DICOM format, we need to read some image metadata in order to convert and assure that default units in CT image are in HU.

The way to convert image data in HU is given as follows:

$$HU = m * SV + b, \quad (2)$$

where SV is the Stored Value, b represents the Rescale Intercept (0028, 1052) and m is the Rescale Slope (0028,1053) Tags in DICOM format, respectively.

Afterwards, morphological closing operation is used with a disk kernel of 6 pixels radii as a structuring element, eliminating this way the holes within the lung tissue.

The morphological closing operation is a dilation followed by and erosion, and is defined (for a binary image):

$$P \bullet Q = (P \oplus Q) / Q, \quad (3)$$

where Q is the structuring element and P the binary image.

Then, lung parenchyma mask is obtained (Fig. 2(c)).

Figure 2. a) Original CT image, b) thresholded HU-CT, c) preliminar mask, d) final mask, e) segmented lung parenchyma, f) binarised ROIs, g) first FP reduction, h) lung nodule candidates.

Lung Nodule Detection

Therefore, we begin processing only with the tissue within lung parenchymal tissue obtained after applying lung mask to the original CT image and using the initial HU threshold (Fig. 2(d)).

Reduction of False Positives

Due to the high presence of tissues and structures within the lung parenchyma, so in order to eliminate and distinguish between real nodules, airways, vessels, calcifications and some other objects, a FP reduction stage should be introduced. This stage is initiated using the information given in SPIE-AAPM Lung CT Challenge database, Lung-RADS system and in [7]. Then, the FD transformation is applied to the segmented CT images, followed by the calculation of some shape and texture features. These operations help to discriminate between lung nodules and other structures or tissues.

Fractal Dimension

In designed system, the fractal dimension (FD) technique is employed. The FD of a structure provides a measure of its texture complexity.

In Euclidean n -space, a bounded set S can be considered statistically self-similar if S is the union of N_r non-overlapping subsets with respect to a scaling factor r , each of which is of the form $r(S_n)$, where the N_r and S_n sets are congruent in distribution to S . Thus, the Hausdorff-Besicovitch of a bounded set S in n that is a real number used to characterize the geometric complexity of S in the same way as length is used as a measurement tool in the Euclidean (discrete) space. Hence, the FD can be computed as follows[12]:

$$FD = \frac{\log(N_r)}{\log(1/r)}. \quad (4)$$

Where N_r is the number of self-similar (invariant) shapes and r is the corresponding scaling factor.

FD Transformation

In proposed system, the segmented ROIs are transformed to FD images using the differential box-counting (DBC) algorithm[3] at various different scales then displayed for tumor ROI identification. The DBC approach is commonly

used when dealing with thousands of data values per sample (the CT image scans used here all are 512×512 pixels in size). The images with lung candidates $I(x, y)$ of size $M \times N$ are transformed to an FD image by applying a varying size nonlinear kernel $w(s, t)$ of size $m \times n$ as in (4) that operates by block processing on the neighboring pixels and can find the difference between the highest ($p_{\max}$) and lowest ($p_{\min}$) intensity pixels. The two variables a and b are nonnegative integers that are computed in order to center the kernel $w(s, t)$ on pixel p_{xy} in the original image.

The kernel is calculated as in following equation (5), and then it is applied as in (6)

$$w(s, t) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b \text{floor} \left[\frac{p_{\max} - p_{\min}}{r} \right] + 1, \quad (5)$$

where $r = 2, 3, 4, \dots, j$, $a = \max \left(\frac{m-1}{2} \right)$, $b = \left(\frac{n-1}{2} \right)$ and

$$N_d(x, y, d) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) I(x+s, y+t) \left(\frac{j}{r} \right)^2. \quad (6)$$

Figure 3 depicts some CT images obtained after applying the proposed FD transformation to the HU segmented CT images.

Figure 3. FD transformation applied to nodule candidates.

Nodule candidate extraction

The lung nodule candidates, which are shown in Fig. 3, have many lines-like irregular structures which are not nodules. These structures may be due to the other tissues in the lung and scanner artefacts. It is essential to remove these structures and keep only the nodule like structures in the segmented image before finding out the different used features. Also, the very tiny structures that have 3 mm diameter or area less than 10 pixels should be eliminated because these small clusters do not have any significant information to process further [11]. The area and eccentricity features are calculated as follows:

$$\text{Area} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_b(i, j), \quad (7)$$

$$\text{Eccentricity} = \frac{\max_j \sum_{i=1}^m I_b(i, j)}{\max_i \sum_{j=1}^n I_b(i, j)}, \quad (8)$$

where $I_b(i, j)$ is the binary segmented nodules. The tissue clusters with high and low eccentricity values are eliminated. Nodules candidates usually have a shape close to circle for which the eccentricity is around one. Hence all the clusters whose eccentricity values deviate much away from '1' should be left out.

The structures, which are remaining after elimination of line like structures and small tiny clusters, need to differentiate between benign and malignant nodules. Hence, it is essential to find the discriminative feature to classify malignant nodule from benign. One interesting observation that the physicians in clinical practice follow to identify the real malignant nodules are their changes in position and shape in the consecutive slices of CT scan. The centroid position of the real nodules cannot deviate much, but their shape should change much in the consecutive slices. The centroids for all the discrete clusters segmented in the consecutive slices are computed in such way

$$[C_x, C_y] = \left[\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n i * I_b(i, j)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_b(i, j)}, \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n j * I_b(i, j)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_b(i, j)} \right]. \quad (9)$$

Even after removing all the line like irregular structures, small clusters and blood vessels from the CT images, there still remain objects that are not lesions. Therefore, the texture features are extracted to detect the true lung

nodules. Some calcifications, which are formed due to some calcium deposits inside the lung parenchyma region, look like a nodule, but these calcifications are not cancerous ones. Therefore, it is essential to remove these calcifications.

Effective way to perform this is using the texture features to discriminate between lung nodules from other tissues. This approach greatly helps to eliminate false nodules, which look like a nodule structure in 2-D image. The texture features on a co-occurrence matrix of the original suspected segmented nodules are computed as follow:

$$Contrast = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (i-j)^2 \cdot p(i, j), \quad (10)$$

$$Homogeneity = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p(i, j) / [1 + |(i-j)|], \quad (11)$$

$$Autocorrelation = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{ij \cdot p(i, j) - \mu_x \mu_y}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (12)$$

where $p(i, j)$ is the occurrence of the grey level pixel pair (i, j) , μ_x, μ_y are the mean in row and column direction and σ_x, σ_y are the standard deviation in row and column directions.

Feature Extraction

Features are used to characterise relevant information for solving the computational task in an application. There exist several types of features. In the proposed framework, several shape and texture features are extracted. These features are calculated to the extracted nodule candidates [13].

First Order Statistics

First-order texture analysis uses the image histogram, or pixel occurrence probability to calculate texture. The main advantage of this approach is its simplicity through the use of standard descriptors to characterise the data. For any image, grey-levels are in the range $0 \leq u \leq N$, where N is the total number of distinct grey-levels. If $N(i)$ is the number of pixels with intensity i and M is the total number of pixels in an image, the histogram, or pixel occurrence probability is given by

$$P(i) = \frac{N(i)}{M}. \quad (13)$$

The proposed method uses the Mean, Variance, Skewness, Kurtosis characteristics and Entropy histograms to characterize the grey-scale distribution in an image (see Table 1).

Table 1. Extracted histogram features

Mean	$\mu = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(i, j)$
Variance	$\sigma^2 = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [p(i, j) - \mu]^2$
Skewness	$\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left(\frac{p(i, j) - \mu}{\sigma} \right)^3$
Kurtosis	$\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left[\frac{p(i, j) - \mu}{\sigma} \right]^4$
Entropy	$-\sum_i \sum_j p(i, j) \log(p(i, j))$

Second-Order Statistics

For the texture evaluation, Haralick et al. [14] have proposed 14 texture features derived from the GLCM matrices. Extracting information from these matrices using textural features, which are sensitive to specific elements of texture, provides unique information on the structure of the texture being investigated. These measures represent the grey levels variations that are related with the smoothness, regularity, heterogeneity and the contrast of an image.

Designed framework uses Mean, Variance, Energy, Entropy, Inverse Difference Moment (IDM), Kurtosis, Skewness, Contrast, Smoothness and Correlation features.

Shape Features

Among shape features the commonly used characteristics are: Eccentricity that defines how an object is spatially distributed over their axes; Circularity that indicates the degree to which an object is circular; Convexity is used for representation of the relative difference between the object and convex arc in which it is contained.

$$\text{Eccentricity} = \frac{(\mu_{02} - \mu_{20})^2 + 4\mu_{11}}{A}, \quad (14)$$

$$\text{Circularity} = \frac{4\pi A}{p^2}, \quad (15)$$

$$\text{Convexity} = \frac{P_{ch}}{P_{img}}. \quad (16)$$

Table 2. Extracted texture features

Mean	$\mu = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(i, j)$
Variance	$\sigma^2 = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [p(i, j) - \mu]^2$
Energy	$\sum_{j=1}^N [p(i, j)]^2$
Entropy	$-\sum_i \sum_j p(i, j) \log(p(i, j))$
Inverse Difference Moment (IDM)	$\sum_{i,j} \frac{p(i, j)}{i + i - j }$
Kurtosis	$\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left[\frac{p(i, j) - \mu}{\sigma} \right]^4$
Skewness	$\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left(\frac{p(i, j) - \mu}{\sigma} \right)^3$
Contrast	$\sum_{i,j} i - j ^2 p(i, j)$
Smoothness	$1 - \frac{1}{1 + \sigma^2}$
Correlation	$\sum_{i,j} \frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)p(i, j)}{\sigma_i \sigma_j}$

Invariant Moments

Invariant moments were introduced by Hu. He has derived six absolute orthogonal invariants and one orthogonal invariant of obliquity based on the algebra of invariants, which are not only independent of position, size and orientation but are also independent of parallel projections. Invariant moments have proven to be an adequate measure for recognition patterns independently of the displacement, scaling and rotation of the images under the premise of being continuous and noise-free functions

$$\varphi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}, \quad (17)$$

$$\varphi_2 = (\eta_{20} + \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2, \quad (18)$$

$$\varphi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \mu_{03})^2, \quad (19)$$

$$\varphi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \mu_{03})^2, \quad (20)$$

$$\varphi_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2], \quad (21)$$

$$\varphi_6 = (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{12} + \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03}), \quad (22)$$

$$\varphi_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] - (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]. \quad (23)$$

Classification and Validation step

In this stage, the designed system uses two algorithms to classify the data: SVM and AdaBoost classifiers.

One popular approach for evaluating the performance of a classification algorithm on a data set are k-fold cross validation. When the amount of data is large, k-fold cross validation should be employed to estimate the accuracy of the model induced from a classification algorithm, because the accuracy resulting from the training data of the model is generally too optimistic [15]. The following four factors can affect an accuracy estimate obtained by k-fold cross validation: The number of folds, the number of instances in a fold, the level of averaging and the repetition of k-fold cross validation.

This validation procedure randomly divides a data set into k disjoint folds with approximately equal size, and each fold is in turn used. To test the model induced from the other $k - 1$ folds by a classification algorithm. The performance of the classification algorithm is evaluated by the average of the k accuracies resulting from k-fold cross validation, and hence the level of averaging is assumed to be at fold.

Evaluation

For the evaluation of the suspicious ROIs in the proposed system, the calculation of three quality criterions usually used

$$\text{Sensitivity} = \frac{TP}{TP + FN}, \quad (24)$$

$$\text{Specificity} = \frac{TN}{TP + TN}, \quad (25)$$

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + FP + FN + TN}, \quad (26)$$

where TP, FN, TN and FP are the true positive, false negative, true negative and false negative rates of the detected nodules, respectively.

SVM classifier

The designed system uses the SVM algorithm that estimates a function to classify the data in two classes [7]. For two linearly separable classes, the decision function is calculated as follows:

$$D(x) = w^T x + b, \quad (27)$$

where x_i is the training inputs, w^T is an m-dimensional vector, b is a bias term, and for $i = 1, \dots, M$

$$w^T x_i + b \begin{cases} \geq 1 & \text{for } y_i = 1, \\ < 1 & \text{for } y_i = -1. \end{cases} \quad (28)$$

The samples that satisfy these equations are named the support vectors. The support defines two hyper-planes, one through the support vector of one class, and other that goes through the support vector of the other class. The distance between the two hyper-planes defines a margin that is maximized when the weights vector norm $\|w\|$ is minimum.

For the nonlinear case, we introduce the nonnegative slack variable $\xi_i \geq 0$ into

$$y_i(w^T x + b) \geq 1 - \xi_i \quad \text{for } i = 1, \dots, M. \quad (29)$$

Then, the unknown data sample x is classified as follows:

$$\begin{aligned} \text{Class 1 if } D(x) > 0, \\ \text{Class 2 if } D(x) < 0. \end{aligned} \quad (30)$$

If $D(x) = 0$, then x is on the boundary, then cannot be classified. When there are no bounded support vectors, the region $\{x : 1 > D(x) > -1\}$ is a generalization region.

AdaBoost Classifier

As an alternative for SVM classifier, the AdaBoost algorithm [16] is also used to classify the lung nodules. This algorithm starts calling a weak learning algorithm (WeakLearn) multiple times. In iteration, the algorithm presents a hypothesis with different distribution. These hypotheses are then combined into a single hypothesis with the aim to find the lowest error over the training examples.

The boosting algorithm takes as input a training set of m examples $S = [(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)]$ where x_i is an instance drawn from some space X and represents in some manner (a vector of attribute values), and $y_i \in Y$ is the class label associated with x_i . The algorithm calls WeakLearn repeatedly in a series of rounds. On round t , the booster provides WeakLearn with a distribution D_t over the training set S . In response, WeakLearn computes a hypothesis $h_t : X \rightarrow Y$, which should misclassify a non-trivial fraction of the training examples, relative to D_t .

That is, the weak learner's goal is to find a hypothesis h_t , which minimizes the error. The process continues for T rounds, and, finally, the booster combines the weak hypothesis $h_1, \dots, h_T$ into a single final hypothesis h_{final} .

The initial distribution D_1 is uniform over S and is computed as follows:

$$D_1(i) = \frac{1}{m} \quad \forall \quad i. \quad (31)$$

Then, the updated distribution of D_t will be

$$D_{t+1}(i) = \frac{D_t(i)}{Z_t} \begin{cases} \beta_t, & \text{if } h_t(x_i) = y_i, \\ 1, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (32)$$

where Z_t is a normalization constant, and $\beta_t = \frac{\varepsilon_t}{1 - \varepsilon_t}$.

The final hypothesis will be given by

$$h_{final}(x) = \arg \max \sum_{t: h_t(x) = y} \left(\log \frac{1}{\beta_t} \right). \quad (33)$$

3. Experimental Results and Discussion

SPIE-AAPM Lung CT Challenge dataset during evaluation was used. This dataset is available through the National Cancer Institute's (NCI) The Cancer Image Archive (TCIA)[17]. The dataset consists of 70 thoracic CT scans (10 for calibration and 60 for test), including the DICOM format images, spatial coordinates of the nodule locations and the diagnosis for each nodule in the calibration and test datasets. Dimensions of whole CT images dataset are 512×512 pixels, with a bit depth of 12 bits.

For the classification process the calibration set (10 scans) for training stage and the test set (60 scans) for test stage were used.

Table 3 summarizes the comparison of the proposed method. Making an exact comparison is difficult as some researchers do not use standard dataset for evaluation of their method or they have used different evaluation parameters. However, mentioned parameters together provide a reliable comparison for the proposed method.

We have achieved 91.03% of sensitivity in full automatic mode taking nodule sizes from 3–30 mm. The proposed system was compared with existing methods on lung nodule detection. The parameters of the comparison are Sensitivity and FPs per image. The designed variants of framework are named FDTS-SVM and FDTS-AdaBoost for SVM and AdaBoost classifiers, respectively.

In Table 3, the proposed method reflects better sensitivity (91.03 % using AdaBoost classifier) than better CAD systems. Reason for higher results rates of the proposed method in contrast with other contemporary research works is better detection of low intensity nodules and nodules attached with other pulmonary structures; moreover, an effective and exhaustive FP reduction stage.

Table 3. State-of-the-art lung CAD systems comparison

Study	Sensitivity	FPs
Messay[4]	82.66	3
El-Baz[6]	82.3	12
Cascio[7]	88	2.5
Dehmeshki[8]	84, 100	—
Ye [18]	90.2	8.2
Tan [19]	87.5	4
FDTS-SVM	88.97	3.3
FDTS-AdaBoost	91.03	2.8

Some researchers do not report information about the nodule size but in our opinion this provides important information in order to know the limitations of the CAD system. In our study, we found that nodules of sizes in interval 3–30 mm were evaluated, which covers a wide range of lung lesions. Dehmeshki et al. [8] reported 84% sensitivity with the fully automated system and 100% sensitivity with manual intervention but they did not provide any information about the nodule size and the number of FP per image but it is known that both these parameters can affect the sensitivity performance. Moreover, manual intervention is not a practical mode that can be used by a

specialist in the diagnosis. Furthermore, manual intervention has their problems and difficulties, which may set aside higher sensitivity benefit. We explored the nodule size as well sensitivity, specificity and accuracy rates. Cascio et al. [7] reports the CAD system with a rate of 2.5 FP per image, placing their system as the best in this quality criteria but its sensitivity only reaches 88% that is an average result among other existing CAD systems. Summarizing quality results of existing CAD systems, we can conclude that the developed CAD system appears to demonstrate the quality to be the most feasible in comparison with existing ones.

Table 4 presents the Sensitivity, Specificity and Accuracy percentages obtained with the proposed system using AdaBoost classifier. Thus, is easy to see the individual, as well, the combined contribution to the system performance in terms of classification, showing the shape features, slightly more contribution to the accuracy of the system, in comparison with texture features and invariant moments. The combined contribution of all computed features gives an accuracy of 89.59 %.

Table 4. Classification results obtained by proposed approach for different feature sets using AdaBoost classifier

Classifier	Texture	Invariant Moments	Shape	All
Sensitivity	0.8961	0.8823	0.9065	0.9103
Specificity	0.8755	0.8574	0.8989	0.9017
Accuracy	0.8856	0.8792	0.8928	0.8959

Conclusions

Accurate lung nodule detection is vital for the diagnosis of lung cancer. An automatic CADe system for segmentation and classification of lung nodules in CT images has been proposed. The novel system is based on the HU characterisation of the CT image and a comprehensive reduction of FPs using the FD transformation followed by some shape and texture features calculation.

Exhaustive testing revealed that the proposed method provides encouraging results in detecting pulmonary nodules on lung CT slice images. FD transformation has proved to be good for false positive reduction, as well as the extraction of shape and texture features. It helps to remove most of the tissues such as apical scarring, blood vessels components, airways and some objects which resulted from partial volume effect.

Novel framework has confirmed slightly better results using an AdaBoost classifier compared with the approach when the SVM classifier for the lung nodules evaluation is employed. The proposed CAD system surpasses existing systems with a 91.03 % of sensitivity, 90.17 % of specificity and 89.59 % of accuracy rates when the AdaBoost classifier is applied, as well as an average of 2.8 FP per image.

The contributions of the proposed method in CAD system design are as follows:

- Lung parenchyma can be accurately separated from the background and surrounding tissues;
- The novel algorithm can distinguish lung nodules of sizes between 3–30 mm;
- Novel framework restricts the number of CT slices of interest in an important volume;
- FP reduction stage limited effectively the number of lung nodule candidates to be evaluated;
- Quality criterions have confirmed a more balanced performance of the proposed architecture against other methods.

Acknowledgments

Data used in this research were obtained from The Cancer Imaging Archive (TCIA) sponsored by the SPIE, NCI/NIH, AAPM and The University of Chicago.

Also, authors would like to thank Instituto Politécnico Nacional (México) and Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (México) (grant 220347) for their supports in this work.

Список литературы

1. Ferlay, J., Soerjomataram, I., Dikshit, R., Eser, S., Mathers, C., Rebelo, M., Parkin, D.M., Forman, D., and Bray, F. Cancer incidence and mortality worldwide: Sources, methods and major patterns in GLOBOCAN2012. // Int J. Cancer. 2015. Vol. 136. P. 359–386. doi: 10.1002/ijc.29210.
2. Van Nagell, J.R., DePriest, P.D., Ueland, F.R., DeSimon, e C.P., Cooper, A.L., McDonald, J.M., Pavlik, E.J., and Kryscio, R.J. Ultrasound and assessment of ovarian cancer risk // Cancer. 2013. Vol. 37. P. 408–414. doi: 10.3322/caac.21166.
3. Vasconcelos, V., Barroso, J., Marques, L., and Silvestre, S. J. Enhanced Classification of Interstitial Lung Disease Patterns in HRCT Images Using Differential Lacunarity // Biomed. Res. Int. 2015. P. 1–9. doi: 10.1155/2015/672520.
4. Messay, T., Hardie, R.C., and Tuinstra, T.R. Segmentation of pulmonary nodules in computed tomography using a regression neural network approach and its application to the Lung Image Database Consortium and Image Database Resource Initiative dataset // Med. Image Anal. 2015. Vol. 22. P. 48–62. doi: 10.1016/j.media.2015.02.002

5. Kaur, J., Garg, N., and Kaur, D. An automatic CAD system for early detection of lung tumor using back propagation network // Proc. of 2014 Int. Conf. Med. Imaging-Health Emerg. Commun. Syst. IEEE. 2014. P. 257–261.
6. El-Baz, A., Elnakib, A., Abou El-Gha, R.M., Gimel'farb, G., Falk, R., and Farag, A. Automatic Detection of 2D and 3D Lung Nodules in Chest Spiral CT Scans // Int. J. Biomed. Imaging. 2013. P. 1–11. doi: 10.1155/2013/517632.
7. Cascio, D., Magro, R., Fauci, F., Iacomì, M., and Raso, G. Automatic detection of lung nodules in CT datasets based on stable 3D mass-spring models // Comput. Biol. Med. 2013. Vol. 42. P. 1098–1109. doi: 10.1016/j.compbiomed.2012.09.002.
8. Dehmeshki, J., Amin, H., Valdivieso, M., and Ye, X. Segmentation of pulmonary nodules in thoracic CT scans: A region growing approach // IEEE Trans Med. Imag. 2008. Vol. 27. P. 467–480. doi: 10.1109/TMI.2007.907555.
9. McKee, B.J., Regis, S.M., McKee, A.B., Flacke, S., and Wald, C. Performance of ACR lung-RADS in a clinical CT lung screening program // J. Am. Coll. Radiol. 2015. Vol. 12. P. 273–276. doi: 10.1016/j.jacr.2014.08.004.
10. Valente, I.R.S., Cortez, P.C., Neto, E.C., Soares, J.M., de Albuquerque, V.H.C., and Tavares, J.M.R.S. Automatic 3D pulmonary nodule detection in CT images: A survey // Comput. Methods Program. Biomed. 2015. Vol. 124. P. 91–107. doi: 10.1016/j.cmpb.2015.10.006.
11. Zhao, B., Gamsu, G., Ginsberg, M.S., Jiang, L., and Schwartz, L.H. Automatic detection of small lung nodules on CT utilizing a local density maximum algorithm // J. Appl. Clin. Med. Phys. 2003. Vol. 4. P. 248–260. doi: 10.1120/1.1582411 12.
12. Al-Kadi, O.S., Watson, D. Texture analysis of aggressive and nonaggressive lung tumor CE CT images // IEEE Trans Biomed. Eng. 2008. Vol. 55. P. 1822–1830. doi: 10.1109/TBME.2008.919735
13. Gadermayr, M., Uhl, A. Making Texture Descriptors Invariant to Blur // EURASIP J. Image Video Process. 2015. doi: 10.1186/s13640-016-0116-7.
14. Haralick, R.M., Shanmugam, K., and Dinstein, I. Textural Features for Image Classification // IEEE Trans Syst. Man Cybern. 1973. Vol. 3. P. 610–621. doi: 10.1109/TSMC.1973.4309314.
15. Alippi, C., Roveri, M. Virtual k-fold cross validation: an effective method for accuracy assessment // Proc. Int. Conf. Neural Networks. IEEE, Barcelona, 2010. P. 18–23.
16. Freund, Y., Schapire, R.E. A Decision-Theoretic Generalization of On-Line Learning and an Application to Boosting // J. Comput. Syst. Sci. 1997. Vol. 55. P. 119–139. doi: 10.1006/jcss.1997.1504.
17. Armato, S.G., Hadjiiski, L., Tourassi, G.D., Drukker, K., Giger, M.L., Li, F., Redmond, G., Farahani, K., Kirby, J.S., and Clarke, L.P. LUNGx Challenge for computerized lung nodule classification: reflections and lessons learned // J. Med. Imaging, 2015. Vol. 2. P. 20103. doi: 10.1117/1.JMI.2.2.020103.
18. Ye, X., Lin, X., Dehmeshki, J., Slabaugh, G., Beddoe, G., Xujiang, Ye, X., Xinyu, L. X., Dehmeshki, J., Slabaugh, G., and Beddoe, G. Shape based computer-aided detection of lung nodules in thoracic CT images // IEEE Trans. Biomed. Eng. 2009. Vol. 56. P. 1810–1820. doi: 10.1109/TBME.2009.2017027.
19. Tan, M., Deklerck, R., Jansen, B., Biste, r M., and Cornelis, J. A novel computer-aided lung nodule detection system for CT images // Med. Phys. 2011. Vol. 38. P. 5630. doi: 10.1118/1.3633941.

Received September 10, 2018.

КОМПЬЮТЕРНАЯ СИСТЕМА ДИАГНОСТИКИ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ ЛЕГОЧНЫХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ МНОГОСРЕЗОВОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

В.Ф. КРАВЧЕНКО, В.И. ПОНОМАРЕВ, Р. РЭЙЕС- РЭЙЕС, Э.М. РЭНДОН-ГОНЗАЛЕЗ

doi: 10.25210/jfop-1902-050061

Многосрезовая компьютерная томография (СТ) является одним из перспективных по качеству решения задачи методом в детектировании подозрительных структур в легких, которые могут являться признаками возможных злокачественных опухолей, благодаря высокой скорости регистрации сканированных изображений, хорошей разрешательной способности и низкому уровню артефактов.

В то же время интерпретация СТ является чрезвычайно трудной проблемой вследствие ограниченных возможностей визуальной системы, недостаточной тренированности персонала и ряда других факторов, провоцирующих пропуск злокачественных образований при диагностике. Общепринятым методом, который гарантирует улучшение качества диагностики, является использование компьютерных систем в детектировании и диагностике (CAD) для обнаружения аномалий и классификации злокачественных структур. Результат системы CAD используется специалистами как дополнительное мнение, чтобы обратить внимание к зонам повышенного интереса (ROI) перед принятием окончательного решения в диагностике. Большинство существующих систем CAD позволяют получать высокие результаты в терминах критериев (чувствительность - SE и число ложных обнаружений - FP), однако они не гарантируют необходимый для приложений баланс между этими важными критериями, т.е. увеличивая значения чувствительности SE, как правило, значения критерия FP ухудшаются, и наоборот.

В предлагаемой работе проведено обоснование и реализована процедура обнаружения и селекции аномальных структур в легких с использованием сканированных изображений многосрезовой компьютерной томографии (СТ). Новый метод характеризуется следующими этапами: предварительная обработка с использованием пороговой и морфологической фильтрации; формирование подозрительных областей интереса (ROI) на основе априорной информации; выделение аномальных зон на основе преобразования фрактальной размерности (FD); вычисление информативных текстурных атрибутов для выделенных подозрительных структур в легких с последующей их классификацией алгоритмами SVM и AdaBoost. Моделирование предложенного метода детектирования и диагностики подтвердило преимущество новой процедуры диагностики в терминах общепризнанных критериев: чувствительности и числа ложных обнаружений в изображении. В частности, новый метод позволяет сократить ошибочные решения используя FD преобразование и атрибуты, основанные на форме и текстуре. Система CAD на основе алгоритма классификации AdaBoost позволяет реализовать лучшие показатели среди всех известных и обеспечивает более сбалансированные характеристики критериев. Разработанная система CAD автоматически ограничивает число СТ срезов и ROI.

МЕТОДЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ И РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 621.396: 537.87

СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ ПРИ РАДИОЛОКАЦИОННОМ ОБНАРУЖЕНИИ ГРУППОВЫХ ЦЕЛЕЙ

© Авторы, 2019

doi: 10.25210/jfor-1902-062069

Лаговский Б. А. — д.т.н., проф., Российский технологический университет (МИРЭА), Москва. E-mail: robertlag@yandex.ru

Самохин А. Б. — д.ф.-м.н., проф., Заслуженный деятель науки РФ, профессор кафедры ПМ, Российский технологический университет (МИРЭА), Москва. E-mail: absamokhin@yandex.ru

Трипати М. Р. — проф., факультет Электроники и техники связи, Инженерная и технологическая школа Amity, Университет Дружбы Уттар-Прадеш, Индия

Аннотация

Рассмотрена обратная задача определения расположения источника сигналов в виде групповой цели, отдельные объекты которой не разрешены в соответствии с критерием Рэлея. Используя методы регрессионного анализа восстановлено детализированное радиоизображение цели с угловым сверхразрешением на основе анализа принятого сигнала и известной диаграммы направленности антенной системы.

Ключевые слова: угловое сверхразрешение, устойчивость обратной задачи, интеллектуальный анализ данных измерений, регуляризирующий фактор, регрессионный анализ

Abstract

An inverse problem is considered of detecting the location of the signal source in the form of a group target when the individual objects cannot be resolved using the Rayleigh criterion. Applying the regression analysis, a detailed radio image of the target is reconstructed with angular super-resolution on the basis of analysis of the received signal and the known far-field pattern of the antenna array.

Keywords: angular superresolution, the stability of inverse problems, data mining, regularizing factor, regression analysis

Введение

Увеличение эффективной угловой разрешающей способности систем радиолокации, радионавигации, дистанционного зондирования и доведение её до сверхразрешения позволяет детализировать изображения исследуемых объектов, решать задачи их распознавания и идентификации, отдельно наблюдать отдельные цели в составе групповых целей.

Рассматривается задача определения возможно более точного расположения источника сигналов и восстановления его детализированного изображения с возможно большим угловым разрешением на основе анализа принятого сигнала и известной диаграммы направленности (ДН) антенной системы.

Поставленная обратная задача является некорректной. Из трёх условий корректности задач по Адамару (существование решения, единственность решения, устойчивость решения) рассматриваемая задача не удовлетворяет второму и третьему требованию, причём наиболее часто нарушается последнее. Попытки увеличения углового разрешения по сравнению с критерием Рэлея приводят в общем случае к появлению неустойчивостей в решениях и, как следствие, к значительным ошибкам.

К настоящему времени опубликован широкий спектр работ, описывающих различные подходы к достижению углового сверхразрешения. Предложены методы: сверхвысокого разрешения, обратной свертки, фазовых взвешивающих коэффициентов, углового взвешивания ряд других. Наиболее популярными в настоящее время являются методы и системы обработки сигналов MUSIC (множественной классификации сигналов — MUltiple Signal Classification) и ESPRIT; среди непараметрических методов непрерывного анализа — метод максимальной энтропии (ММЭ) Берга, метод Кейпона, сводящийся к поиску локальных максимумов решающей функции в пространстве лучей диаграммы направленности, метод «теплого шума», метод Борджотти-Лагунаса [1–3].

Следует отметить, что перечисленные выше методы и алгоритмы решений не являются универсальными и далеко не всегда эффективны. Устойчивость и адекватность получаемых решений зависят в первую очередь от отношения сигнал/шум в обрабатываемом сигнале. Для получения приемлемых решений необходимо обеспечить существенно большее отношение сигнал/шум, чем при решении прямых задач.

В основном, приведенные выше методы позволяют получить угловое сверхразрешение при отношении сигнал/шум не ниже 20–25 дБ. Для дальнейшего увеличения разрешения в два раза требуется обеспечить увеличение отношения сигнал/шум на порядок. Многие из перечисленных методов, в частности, MUSIC и ESPRIT, оказываются неэффективными при использовании сверхширокополосных сигналов. Кроме того, быстрое действие большинства алгоритмов на основе приведенных выше методов оказывается недостаточным для работы в режиме реального времени.

1. Постановка задачи

Пусть в секторе обзора РЛС — Θ находится групповая цель. Принятый при сканировании сектора по одной из угловых координат сигнал $U(\alpha)$ представляет собой

$$U(\alpha) = \int_{\Theta} F(\alpha - \gamma) I(\gamma) d\gamma + \nu(\alpha), \quad (1)$$

где $F(\alpha)$ — диаграмма направленности антенной системы (ДН), $I(\gamma)$ — угловая зависимость амплитуды сигнала, отраженного целью, $\nu(\alpha)$ — случайная составляющая сигнала, обусловленная шумом.

На основе анализа сигнала $U(\alpha)$ и известной ДН ставится обратная задача: восстановить изображения источника сигналов в виде $I(\alpha)$ со сверхразрешением. Поиск углового распределения $I(\alpha)$ сводится к приближенному решению линейного интегрального уравнения Фредгольма первого рода типа свертки (2).

Перспективными при решении поставленной обратной задачи представляются развиваемые новые методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов, названные алгебраическими. Они заключаются в параметризации обратных задач посредством представления решений в виде разложений по задаваемым последовательностям ортогональных функций с неизвестными коэффициентами. Приближенное решение интегральных уравнений тем самым, сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), иногда с дополнительными условиями [4–6].

Хорошо известно, что получение устойчивых адекватных приближенных решений обратных задач возможно на основе использования априори известной информации о решении. Дополнительная информация позволяет ввести новые условия в виде уравнений и неравенств и тем самым регуляризовать задачу.

Разработан ряд численных методов решений за счёт использования априорной информации об искомой функции $I(\alpha)$, а также получаемой в ходе итерационного процесса построения решения новой информации об исследуемом объекте [7–10].

Рассмотрим одну из таких практически важных в радионавигации и радиолокации задач. Это задача восстановления изображения групповой радиолокационной цели, состоящей из ряда малоразмерных объектов с одинаковыми или же различными ЭПР (эффективная площадь рассеяния).

Пусть заранее известно, что радиолокационная цель представляет собой групповую цель, состоящую из двух объектов с пренебрежимо малыми угловыми размерами. Задан принятый при сканировании сигнал $U(\alpha)$, показывающий, что объекты не разрешаются на основании критерия Рэлея, т.е. объекты расположены на угловом расстоянии, меньшем

$$\Delta\theta \sim \lambda / D, \quad (2)$$

где D — линейный размер апертуры, λ — длина волны. Выражение (2) совпадает с шириной ДН антенной системы по половинной мощности $\theta_{0.5}$.

Требуется найти угловые положения точечных объектов α_1 и α_2 и амплитуды отражаемых (или излучаемых) ими сигналов A_1 и A_2 .

2. Метод решения

На основании априорной информации исследуемую групповую цель можно описать в виде суперпозиции дельта-функций

$$I(\alpha) = A_1 \delta(\alpha - \alpha_1) + A_2 \delta(\alpha - \alpha_2) \quad (3)$$

с неизвестными параметрами α_1 , α_2 , A_1 , A_2 .

Тогда принятый сигнал представляет собой

$$U_M(\alpha) = A_1 F(\alpha - \alpha_1) + A_2 F(\alpha - \alpha_2). \quad (4)$$

Полученную зависимость (4) можно рассматривать как регрессионную модель принимаемого сигнала $U(\alpha)$. В качестве критерия при поиске неизвестных параметров используется среднеквадратическая ошибка модели

$$\sigma = \int_{\Theta} (U(\alpha) - U_M(\alpha, \alpha_1, \alpha_2, A_1, A_2))^2 d\alpha. \quad (5)$$

В итоге задача восстановления изображения групповой цели сводится к нелинейной задаче регрессионного анализа с 4 неизвестными.

Для групповых целей, состоящих из априори известного количества объектов N , пространственное положение которых может быть описано с помощью одной координаты

$$I_M(\alpha) = \sum_{n=1}^N A_n \delta(\alpha - \alpha_n), \quad (6)$$

модель принимаемого сигнала представляет собой сумму

$$U_M(\alpha) = \sum_{n=1}^N A_n F(\alpha - \alpha_n). \quad (7)$$

Число неизвестных при минимизации среднеквадратической ошибки в виде, аналогичном (5), увеличивается до $2N$.

Решение ещё более сложной задачи, когда групповая цель, состоит из неизвестного заранее количества отдельных объектов, предлагается осуществлять в два этапа. На первом используются алгебраические методы, позволяющие получать новые данные об источнике в ходе последовательного поиска приближённого решения задачи с нарастающим разрешением. Для этого приближённое решение $A(\alpha)$ представляется в виде суперпозиции ступенчатых функций $S_n(\alpha)$ с неизвестными коэффициентами C_n

$$I(\alpha) \cong \sum_{n=1}^M C_n S_n(\alpha - n\Delta), \quad (8)$$

где $\Delta = \Theta / N$ — шаг по углу сканирования.

Поиск коэффициентов C_n сводится к решению СЛАУ, получающегося при подстановке (8) в (1) и поиска минимума среднеквадратического отклонения, т.е.

$$\sigma = \int_{\Theta} (U(\alpha) - \sum_{n=1}^M C_n \int_{\Theta} F(\gamma) S_n(\gamma - n\Delta) d\gamma)^2 d\alpha \quad (9)$$

путём приравнивания к нулю частных производных $\frac{\partial}{\partial C_n} \sigma = 0, n = 1, 2, \dots, M$.

В процессе решения число ступенчатых функций M последовательно увеличивается до тех пор, пока оказывается возможным получать адекватные устойчивые решения.

Увеличение числа используемых функций повышает степень достигаемого сверхразрешения. Полученное в виде суперпозиции ступенчатых функций приближённое решение позволяет: — либо точно определить число отдельных объектов в групповой цели, — либо выделить, наряду с отдельными объектами, участки, где объекты расположены очень близко и не разрешаются при восстановлении радиоизображения. В последнем случае неразрешённые объекты считаются единым объектом.

Результаты первого этапа в виде найденного числа объектов M используются далее при решении задач нелинейной регрессии. Значения параметров в задачах такого рода обычно находят с помощью одного из методов градиентного спуска. Примеры решений приведены в разделе 4.

3. Двумерные задачи

Пусть в секторе обзора РЛС находится исследуемая групповая цель, положение отдельных объектов в которой описывается двумя угловыми координатами. Задана ДН антенной системы $F(\alpha, \varphi)$. Принятый сигнал в виде огибающей поверхности $U(\alpha, \varphi)$, полученный при сканировании сектора обзора по угловым координатам, представляет собой двумерную свёртку

$$U(\alpha, \varphi) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') I(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi' + \nu(\alpha, \varphi), \quad (10)$$

где Ω — телесный угол, в котором расположен источник излучения, $I(\alpha, \varphi)$ — неизвестное угловое распределение амплитуды отражённого (или излучаемого) источником сигнала. Вид поверхности $U(\alpha, \varphi)$ не позволяет на основании критерия Рэлея разрешить по углу отдельные объекты групповой цели.

Ставится задача восстановления детализированного радиоизображения цели $I(\alpha, \varphi)$ с возможно большей степенью сверхразрешения, позволяющей определить взаимное расположение отдельных объектов и их «яркость».

Решение поставленной задачи строится в виде обобщения одномерного случая на двумерный. Вводится модель групповой цели с числом неизвестных $3N$, и модель принимаемого сигнала

$$I(\alpha, \varphi) = \sum_{n=1}^N A_n \delta(\alpha - \alpha_n, \varphi - \varphi_n), \quad U_M(\alpha, \varphi) = \sum_{n=1}^N A_n F(\alpha - \alpha_n, \varphi - \varphi_n). \quad (11)$$

Далее решается задача нелинейной регрессии (9), но для двух переменных (α, φ) .

4. Численные результаты

Возможности получения радиоизображения групповой цели с угловым сверхразрешением и характеристики получаемых изображений исследовались на математической модели антенной решётки (АР). Рассматривалась ДН, образованная плоской эквидистантной АР из 41×41 элементов с расстояниями $0.65d / \lambda$ между соседними элементами.

В ходе проведения численных экспериментов задавалась исследуемая групповая цель в виде углового положения нескольких объектов и амплитуды отражаемого каждым объектом сигнала, находились значения принимаемого при сканировании сигнала (2) или (9) и добавлялась случайная составляющая в виде белого шума. При прямом наблюдении групповая цель не разрешалась в соответствии с критерием Рэлея.

Полученный сигнал сравнивался с модельным в виде (7) или (10), и на основе использования методов нелинейного регрессионного анализа решались задачи восстановления изображения групповой цели (3)–(9). При решении применялось дополнительное нормирующее условие

$$\int_I U(\alpha)^2 d\alpha = \int_I U_M(\alpha, \alpha_1 \dots \alpha_M, A_1 \dots A_M)^2 d\alpha, \quad (12)$$

повышающее устойчивость решений, или аналогичное условие для двумерной задачи

$$\int_{\Omega} U(\alpha, \phi)^2 d\alpha = \int_{\Omega} U_M(\alpha, \alpha_1 \dots \alpha_M, \phi, \phi_1 \dots \phi_M, A_1 \dots A_M)^2 d\alpha. \quad (13)$$

При поиске численных значений параметров методом градиентного спуска использовался модифицированный алгоритм Левенберга-Марквардта, отличающийся от метода сопряженных градиентов тем, что использует матрицу Якоби модели, а не градиент вектора параметров. От алгоритма Гаусса-Ньютона этот алгоритм отличается тем, что использует параметр регуляризации.

На рис. 1 приведены результаты восстановления изображений двух малоразмерных источников сигналов (кривая 1) с различной интенсивностью отражённого сигнала, не разрешаемых при прямом наблюдении. Задача решалась при высоком уровне шума – отношение сигнал/шум (с/ш) составляло 16 дБ. Ширина луча рассматриваемой АР $\theta_{0.5} = 1.4^\circ$, угловое расстояние между объектами выбрано равным 0.8° .

Рис. 1. Восстановленная групповая цель с угловым сверхразрешением.

Сплошная линия 1 — восстановленное изображение; пунктирная линия 2 — исходное изображение объектов; 3 — принимаемый сигнал в виде (4).

Полученное решение позволило разрешить источники сигналов, обеспечило высокую точность локализации объектов и показало высокую помехоустойчивость, превосходящую известные методы получения сверхразрешения.

На рис. 2, 3 представлено решение задачи о восстановлении изображения групповой цели с неизвестным заранее количеством объектов.

На первом этапе в соответствии с (8), (9) на основе применения ступенчатых функций было получено приближённое решение, представленное на рис. 2. Решение с большой вероятностью показало наличие трёх отдельных объектов, составляющих групповую цель.

Далее, решалась рассмотренная выше нелинейная задача регрессионного анализа (5)–(7) с заданным количеством объектов. Общий итог всей процедуры решения показан на рис. 3.

Рис. 2. Определение числа объектов групповой цели.

1 — исходное изображение объектов; 2 — приближённое решение.

Рис. 3. Восстановленное изображение групповой цели со сверхразрешением.

1 — исходное радиоизображение отдельных объектов; 2 — найденное изображение

Решение задачи для большого количества одинаковых объектов и очень низком отношении с/ш приведено на рис. 4. При значениях с/ш менее 9 дБ получить стабильное решение со сверхразрешением не удаётся. Возможно, однако, получение решения со сверхразрешением и в этом случае, но для отдельных реализаций случайных составляющих в исследуемых сигналах.

Рис. 4. Восстановленное изображение групповой цели из 4 объектов при отношении сигнал/шум 9 дБ. Сплошная линия — восстановленное изображение; пунктирная линия — исходное изображение объектов; 1 — принимаемый сигнал

В итоге получены устойчивые решения со сверхразрешением, позволившие выделить отдельные объекты групповой цели. Ошибки в угловом положении объектов и амплитуд отражаемых ими сигналов незначительны, несмотря на высокий уровень шума. Локализовано положение источников сигналов с разрешением в пять раз превосходящим критерий Рэлея.

Рис. 5. Восстановленное изображение групповой цели из 3 объектов. Сплошная линия — восстановленное изображение; пунктирная линия — исходное изображение объектов; 1 — принимаемый сигнал.

На рис. 5 представлено решение задачи о восстановлении изображения групповой цели для случая, когда два из трёх объектов цели находятся на очень малом угловом расстоянии друг от друга ($0.05\theta_{0.5}$), и не разрешены при обработке сигнала.

На рис. 6 представлено решение двумерной задачи восстановления изображения групповой цели (11–13) из трёх объектов при высоком отношении с/ш.

Рис. 6. Восстановление двумерной групповой цели.

Исходные и найденные при решении положения объектов групповой цели практически совпали.

Полученные решения со сверхразрешением, представленные на рис. 1–5, обеспечили высокую точность локализации источников сигналов по углам $0.05\theta_{0.5} — 0.1\theta_{0.5}$. Особенно наглядно преимущества предложенного метода проявляются при высоком уровне шумов и помех.

Заключение

Предложенные методы обработки сигналов с использованием методов интеллектуального анализа данных и регрессионного анализа обеспечивают повышение устойчивости и качества восстановления изображений объектов со сверхразрешением, превосходящим критерий Рэлея в 2–10 раз при использовании обычных и сверхширокополосных (UWB) сигналов. Результаты численных исследований показали, что получение углового сверхразрешения развиваемыми методами возможно при отношении сигнал/шум,

начиная с 9–15 дБ, т.е. при существенно меньших значениях, чем у известных методов и алгоритмов. Необходимо отметить, что все используемые в работе значения отношения сигнал/шум относятся не к принямым сигналам, а к сигналам после их первичной линейной обработки. Быстродействующие алгоритмы позволяют использовать метод в режиме реального времени.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта № 18–57–45001

Список литературы

1. Bajwa, W. U., Gedalyahu, K., and Eldar, Y. C. Identification of Parametric Underspread Linear Systems and Super-Resolution Radar // IEEE Transactions on Signal Processing. 2011. V. 52, No. 5. P. 2548–2561.
2. Herman, M. A., Strohmer, T. High-resolution radar via compressed sensing // IEEE Trans. Signal Processing. 2009. Vol. 57, No. 6. P. 2275–2284.
3. Quinquis, A., Radoi, E., and Totir, F. C. Some radar imagery results using superresolution techniques. IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 2004. Vol. 52. No. 5. P. 1230–1244.
4. Lagovsky, A. Samokhin, A. and Shestopalov, Y. Increasing Effective Angular Resolution Measuring Systems Based on Antenna Arrays. Proceedings of the 2016 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory (EMTS), Espoo, Finland, 2016, p. 432–434.
5. Lagovsky, B. A., Samokhin, A. B. Superresolution in signal processing using a priori information. International Conference Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA). Verona, Italy, 2017. P: 779–783.
6. Lagovsky, B.A., Samokhin, A. B. Image Restoration of Two-dimensional Signal Sources with Superresolution // PIERS Proceedings. 2013. Sweden. P. 315–319.
7. Lagovsky, B., Samokhin, A., and Shestopalov, Y. Superresolution Based on the Methods of Extrapolation // Progress In Electromagnetics Research Symposium, Proceedings. 2015. Prague, P. 1548–1551.
8. Lagovsky, B.A., Samokhin, A. B., Shestopalov, Y. V. Increasing accuracy of angular measurements using UWB signals // 2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP). Paris, 2017. P. 1083–1086.
9. Lagovsky, B. A., Samokhin, A.B., and Shestopalov, Y.V. Creating Two-Dimensional Images of Objects with High Angular Resolution // 2018 IEEE Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation (APCAP). P. 114–115.
10. Lagovsky, B. A. Superresolution in signal processing using smart antenna // Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS), 2017. P. 471–474.

Поступила 15 апреля 2019 г.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В *Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)*.
- В базу данных *Russian Science Citation Index (RSCI)* на платформе *Web of Science*.
- В *Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук*.

UPERRESOLUTION FOR RADAR DETECTION OF GROUP TARGETS

B.A. LAGOVSKY, A.B. SAMOKHIN, AND M.R. TRIPATHY

doi: 10.25210/jfop-1902-062069

Obtaining an effective resolution of goniometric radio systems when the Rayleigh criterion is exceeded, i.e., bringing the systems to super-resolution, allows one to detailize the images of the objects under study, to solve the problems of their recognition and identification, and to separately observe individual targets as part of group targets.

In this study, an inverse problem is considered of determining the location of the source of signals and restoring its detailed image with angular super-resolution based on the analysis of the received signal and the known antenna pattern. This problem is mathematically incorrect. Attempts to solve it caused, in general, the appearance of instabilities in solutions and, as a consequence, to significant errors.

To date, a wide range of papers have been published describing various approaches to achieving angular super-resolution. However, the known methods and algorithms are not universal and are far from being effective. In fact, to obtain acceptable solutions, it is necessary to provide a significantly larger signal-to-noise ratio (SNR) as compared to the solution of direct problems. Basically, the above methods enable one to obtain angular super-resolution with SNR not lower than 20–25 dB. Many of the popular methods, in particular, MUSIC and ESPRIT, are ineffective when using ultra-wideband (UWB) signals. The speed of the algorithms employing these methods is insufficient for real-time operation.

In this work, new methods for processing the received radar signals based on nonlinear regression methods are presented. Using the available a priori information about the group target, they allow one to reconstruct the angular coordinates of individual objects of group targets with super-resolution.

The results of numerical studies reported in the paper have shown that the minimum SNR required for obtaining a stable solution with superresolution is 9–15 dB, which is substantially less than that of the known methods. The effective angular resolution achieved in this case is 2–10 times higher than that obtained using the Rayleigh criterion with conventional and UWB signals.

At values less than 9 dB, it is not possible to obtain a stable solution with super-resolution. However, we have demonstrated that one can achieve super-resolution in this case but for individual implementations of random components in the signals under study.

МЕТОДЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ И РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 621.396.669

РАНДОМИЗАЦИЯ НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ В РАДИОКАНАЛАХ СИСТЕМ СВЯЗИ И ЛОКАЦИИ

© Авторы, 2019

doi: 10.25210/jfop-1902-070085

Абакумова А. Ю. — ведущий инженер спутниковой связи, ФГУП Научно-исследовательский институт радио; аспирант, МИРЭА — Российский технологический университет. E-mail: annaabakumova@yandex.ru
Горбунов Ю. Н. — д.т.н., в.н.с., Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (Фрязинский филиал); профессор, МИРЭА — Российский технологический университет. E-mail: gorbunov@ms.ire.rssi.ru

Аннотация

Рассматривается стохастический подход к построению радиоканалов систем связи и локации. Стохастическая радиосвязь и радиолокация базируется на концепции введения в радиоканалы цифровой обработки и формирования сигналов искусственной стохастичности, предполагающих наряду с естественной стохастичностью, обусловленной случайной природой входных сигналов, рандомизацию условий процесса «приём – передача». Примерами могут служить: введение избыточности в сигналы путём расширения спектра обычных (временных) и пространственных частот, использование стохастических шкал квантования и измерения, применение рандомизации несущих частот, подмешивание контролируемого шума для линеаризации приёмного тракта и допускающей использование нелинейных трактов и грубых текущих («бинарных», «бинарно-знаковых») статистик.

Ключевые слова: рандомизация, рандомизированная обработка, стохастическое квантование, грубые статистики, бинарное и бинарно-знаковое квантование, амплитудное ограничение, скорость передачи информации

Abstract

A stochastic approach to the construction of radio channels for communication and location systems is considered. Stochastic radio communication and radiolocation is based on the concept of introducing digital processing into the radio channels and the formation of signals of artificial stochasticity, which, along with the natural stochasticity caused by the random nature of the input signals, randomization of the conditions of the «receive-transmit» process. Examples include: the introduction of redundancy into signals by extending the spectrum of conventional (temporal) and spatial frequencies, the use of stochastic quantization and measurement scales, the use of tuning of carrier frequencies, mixing of controlled noise for linearization of the path, including allowing the use of coarse (binary, binary-Signed) statistics.

Keywords: randomization, randomized processing, stochastic quantization, coarse statistics, binary and binary character quantization, amplitude limitation, throughput

Введение

В [1] дан обзор развития стохастических когерентно-импульсных РЛС с СДЦ. Во-первых, рассмотрено развитие от первого внедрения в них режимов псевдослучайной вобуляции частоты повторения зондирующих импульсов для устранения эффекта «слепых скоростей», поимпульсной рандомизации (перестройки по случайному закону) несущей частоты, до рандомизированной обработки (Р-обработке) сигналов. Во-вторых, дан анализ методов стохастической дискретизации и квантования сигналов, реализации принципов стохастического принятия решений и применения сверхширокополосной шумовой радиолокации, реализующей форму функции неопределенности, удовлетворяющей требованию круговой симметрии. В радиолокации не менее важна реализация мер по снижению заметности, интерференционных провалов в диаграмме направленности (ДН) приёмной ФАР и обеспечению линейности тракта обработки и формирования сигналов в радиотехнических системах с большим динамическим диапазоном. Нелинейности приёмного тракта сокращают информационные возможности и уменьшают пропускную способность приёмных радиоканалов связи и локации.

Актуальность настоящих исследований в значительной степени распространяется и на построение радиоканалов в системах радиосвязи [2], которые должны:

1. Обладать большой информационной ёмкостью и скоростью передачи информации. Несущие сигналы должны иметь большую энтропию, т.е. быть стохастическими (шумоподобными) [3,4].
2. Иметь избыточность за счёт расширения спектра как обычных, так и пространственных частот путём построения многоканальных MIMO (multiple input – multiple output — «много входов – много выходов») систем с пространственным разнесением передающих и приёмных каналов.

Обычная обработка сигналов имеет недостатки: погрешности дискретизации, шумы квантования и округления, стробоскопические и интерференционные эффекты («слепые скорости», «слепые направления»), нелинейности, демаскирующие пики и боковые лепестки, что не позволяет напрямую снять ограничения по достижимым пределам потенциальной точности измерения параметров сигналов. Прямой путь повышения эффективности обработки сигналов, приведения в соответствие потенциального и инструментального разрешения, точности измерения параметров сигналов приводит к увеличению разрядности, повышению частот пространственной и временной дискретизации, увеличению числа независимых каналов приёма, что не всегда приемлемо — необходим альтернативный подход.

В других работах [5,6] исследованы вопросы спектрального и пространственно-частотного анализа и синтеза систем обработки сигналов, фазированных антенных решеток (ФАР). Однако не рассматривались специальные разделы, относящиеся к реализации потенциальной точности в адаптивных ФАР с малым числом элементов и «грубыми статистиками» ГС («0/1»; «+1/-1») сигнала.

В малоразрядной цифровой обработке [7] показано, что разрядность фазовращателей (ФВ), умножителей, процессоров (DSP), интерфейсов определяет сложность построения аппаратуры. Применительно к обработке сигналов в радиолокации и радиосвязи вопросы использования ГС в условиях ограничений не в полной мере исследованы, а лишь обозначены [1,2,5].

Цель статьи — дать обзор направления приложения цифровой обработки к построению радиоканалов с рандомизацией (стохастических радиоканалов) при решении типовых задач обнаружения, оценивания, фильтрации сигналов и передачи информации, сделать некоторые обобщения и определить их место в системах связи и локации.

Теория цифровой стохастической обработки и формирования сигналов

Исследуемая обработка сигналов базируется на идейной основе метода Монте-Карло [8], являющегося инструментом, разрешающим компромисс между «грубым квантованием» и размерами окна пространственно-временных (ПВ) выборок. При анализе эффективности обработки задача состоит в том, чтобы найти количественный ресурс обработки ПВ сигналов, достаточный для получения заданной эффективности в условиях отсутствия априорных сведений о дисперсии уровня шума, уровня дискретизации и грубого квантования.

Эффекты дискретизации, шумы квантования, в условиях отсутствия априорных сведений о помехах и многокритериальности решения задачи, зачастую не поддаются учету, однако есть много примеров, когда Р-обработка является способом и альтернативой устранения априорной неопределённости, позволяет сократить энергетические потери сигналов, что является предметом анализа разнообразных технических приложений теории.

Структурная схема модели исследований Р-обработки приведена на рис. 1. Достигнутый научный уровень исследований в этой области — сформировавшаяся совокупность идей, способов, устройств, алгоритмов на идеологической основе метода Монте-Карло, подпитываемой растущими техническими приложениями.

При отсутствии априорных сведений применяют «эмпирический байесовый подход», но чаще априорные распределения заменяют на равномерные. В системах управления, статистической радиотехнике [9] используют обучающие выборки и «пробные возмущения».

Некоторые способы реализации использовались ранее [10–12]. В области информационно-измерительной техники и систем управления, выходящих за рамки выстраиваемой ниже теории, следует отметить имена: Гайсов В. Г., Немировский Р. Ф., Билинский И. Я., Микельсон А. К., Вологдин Э. И., Вихров Г. П., Граничин О. Н., Гладкий В. С., Стругач В. Г., Полляк Ю. Г., Поляк Б. Т., Фомин В. И., Рыжак И. С., Cheild P., Chen H. F., Spalt J. C., Cuo L. и ряд других, известных в кругу специалистов, применяющих Р-обработку для решения разнообразных задач.

В качестве базовой теории, положенной в основу дальнейших разработок, была взята классическая теория радиолокационного обнаружения сигналов. В ней были учтены не только эффекты естественной стохастичности (тепловой шум, помехи), но и эффекты искусственной стохастической дискретизации и квантования. По терминологии Д. Миддлтона [13] была уточнена постановка задачи, сформулирован подкласс задач, который отличается тем, что в формировании пространства наблюдений принимает участие Наблюдатель. Наблюдатель в условиях априорной неопределённости варьирует условия наблюдения с целью минимизации возникающих при «грубой» ЦО ПВ сигналов потерь, которые компенсируются удлинением размеров ПВ-выборок (размеров окон усреднения).

Многие авторы для учета шума квантования увеличивают входной шум на величину эквивалентной по мощности дисперсии шума квантования $D_{\Delta} = \Delta^2/12$, что соответствует СКО $\sigma_{\Delta} = \Delta/2\sqrt{3}$, где Δ — цена младшего разряда АЦП, однако в общем случае это неверно.

Рис. 1. Структурно-логический базис теории Р-обработки сигналов.

В [1] сформулирован подкласс задач, который отличается тем, что в формировании пространства наблюдений принимает участие Наблюдатель, так что плотности вероятности выборки шума и смеси сигнала с шумом и помехами задаются в виде

$$F_{N,M,L}(\vec{X}/0, \vec{\xi}_{N,M,L}) \text{ и } F_{N,M,L}(\vec{X}/S, \vec{\xi}_{N,M,L}), \quad (1)$$

где $\vec{X}$ и $\vec{S}$ — N, M, L -мерные векторы пространства наблюдений и сигналов (заданы); $\vec{\xi}_{N,M,L}$ — вектор рандомизирующего процесса параметров распределений, выбираемый Наблюдателем в пространстве параметров; N — размер временной выборки, $M \times L$ — размеры пространственного окна наблюдений в ФАР.

Принадлежащие данному подклассу задачи названы задачами с варьируемыми случайными параметрами распределений, что показано на рис. 2.

Рис. 2. Общая схема формирования пространства наблюдений: а) классическая постановка задачи; б) задача с варьируемыми случайными параметрами.

В предлагаемом классе задач Наблюдатель получает дополнительную степень свободы помимо тех, которые имеются в задачах при классической постановке (назначение цен за ошибки при критерии среднего риска или назначение вероятности ложной тревоги при критерии Неймана-Пирсона).

Таким образом, отыскивается оптимальная операция приёма (обработки) данных для поставленного класса задач. Обозначим эту операцию по аналогии с операцией $T_R^{\{N,M,L\}}$ как $T_R^{\sim\{N,M,L\}}$. Поскольку операция $T_R^{\sim\{N,M,L\}}$ по определению является оптимальной, она должна переходить в операцию $T_R^{\{N,M,L\}}$, когда наблюдателем выбран вектор параметров $\vec{\xi}_{N,M,L,\text{opt}} \in \left\{ \left\{ \vec{\xi}_{N,M,L} \right\} \right\}$, т.е. когда распределения (2) переходят в распределения (1) и тем самым однозначно (в статистическом смысле) определяется пространство наблюдений

$$\tilde{T}_R^{\{N,M,L\}}\{\vec{X}\} = T_S^\xi T_R^{\{N,M,L\}}\{\vec{X}\}, \quad (3)$$

где T_S^ξ — операция выбора (select) оптимального вектора $\vec{\xi}_{N,M,L}$.

Таким образом, нахождение $\tilde{T}_R^{\{N,M,L\}}$ сводится к отысканию операции T_S^ξ .

Строгое аналитическое доказательство существования оптимального вектора $\vec{\xi}$ в общем виде затруднительно, однако при решении конкретных задач в работе найдено множество результатов (локальных оптимумов), достигаемых в конкретных устройствах, реализующих оригинальные процедуры устранения (уменьшения) эффектов дискретизации и квантования.

Введено понятие [14] — «Грубые статистики» (ГС). Оно предполагает дискретизацию непрерывных множеств селектируемых, измеряемых и неизмеряемых параметров ПВ сигнала. На начальных этапах допускается замена непрерывных множеств конечным множеством «грубых отсчетов» с последующей рандомизацией этих отсчетов путем задания вероятностной меры с помощью искусственной генерации случайных или псевдослучайных величин для уменьшения влияния эффектов дискретизации и квантования за счет удлинения размеров ПВ выборок.

Методика и условия решения задачи

Обрабатываемый сигнал на входе приёмника РЛС представляет собой аддитивную сумму

$$u(t) = s(t, \alpha, \beta) + n(t), \quad (4)$$

где $s(t, \alpha, \beta)$, $n(t)$ — векторные реализации сигнала и помехи соответственно; α — вектор информативных (время запаздывания, доплеровская частота, угловые координаты), а β — неинформативных случайных параметров сигнала (начальная фаза, амплитуда и др.).

Для получения отношения правдоподобия при наличии в сигнале неинформативных параметров необходимо сформировать отношение правдоподобия в предположении, что эти параметры фиксированы и известны, т.е. $\Lambda(x|\beta)$, а далее усреднить это условное отношение по случайным параметрам, т.е. найти

$$\tilde{\Lambda}(x) = \int_{\beta} \Lambda(x|\beta) w(\beta) d\beta.$$

Обобщение решения задачи в этом случае связано с искусственным введением в ЦО дополнительных неинформативных случайных параметров, т.е. увеличением размерности вектора $\beta^T = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ с n до $n+r$. При этом считается, что новый вектор β_{n+r} имеет распределение $w(\beta) = w(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n+r})$. Целочисленный параметр $r \geq 1$ — число варьируемых случайных параметров.

В схеме на рис. 1 можно выделить блоки 1–5, которые тематически связаны с Р-обработкой.

Первая компонента блок 1 «Дискретизация ...» состоит из следующих операций:

- квантование во времени t «медленное время» по пачке импульсов и отдельных реализаций эхо-сигналов «быстрое время» по одному периоду;
- квантование пространства по осям X и Y электромагнитного (ЭМ) поля в апертуре ФАР РЛС;
- квантование по уровню амплитуды сигналов A и фазы сигнала в каналах ПВ фильтрации (в квадратурных каналах);
- квантование координат и параметров движения цели, каковыми могут быть дальность D , пеленг θ , скорость V (доплеровское смещение частоты f_d);
- квантование обычных w и пространственных частот в апертуре ФАР РЛС, что связано с квантованием угловых направлений по азимуту и углу места;
- квантование распределений, поскольку входной ПВ сигнал (поле) в процессе его наблюдения представляет собой случайный процесс, развивающийся во времени.

Теорема отчетов определяет условия, при которых такое квантование возможно и потери информации отсутствуют. При Р — обработке размеры ПВ выборок тесно связаны с процедурой дискретизации и квантования и порядком фильтра, определяющим число степеней свободы. Показана связь этого блока с блоками «Теорема отсчётов» и «Теория линейных дискретных систем».

В стохастических обнаружителях (блок 2) пространство наблюдений разбивается не на два (как это принято в классической теории), а на три множества [10] с образованием промежуточной зоны, в которой вероятность принятия решения назначается Наблюдателем. Отличие от процедур Вальда [14]: объём испытаний фиксирован, но решение об обнаружении принимается с некоторой вероятностью. В процедуре Вальда имеются также трудности вычислительного и технического плана, состоящие в том, что в методе последовательного анализа нужно было решить некоторую систему рекуррентных уравнений. Во многих подобных ситуациях решение этих уравнений удаётся получить только для небольшого числа шагов (ступеней).

Нормировка распределений достигается использованием непараметрической статистики сравнений Манна-Уитни (булевой или ранговой) [15], в результате чего процедуры обнаружения приобретают робастные (непараметрические) свойства, вероятностные характеристики эффективности РЛС становятся инвариантными к распределению шума и уменьшаются ошибки дискретности задания вероятности ложных тревог в текущих малоразмерных окнах анализа [16].

Возможности Р — обработки иллюстрируются на примере улучшения изображений с грубым квантованием (блок 4) [17]. На рис. 3 показано двумерное амплитудное распределение сигнальной модели условного летательного аппарата (ЛА). Амплитуда максимального сигнала равна 1, хвоста — 0.3, помеха отсутствует (вид «а»). Та же модель с рандомизирующим гауссовым шумом при отношении сигнал/помеха 10:1 (вид «б») и 1:1 (вид «в»).

Рис. 3. Двумерная сигнальная модель условного ЛА: а) без помех; б) и в) с помехами.

Обработанные изображения при отношении помеха/сигнал «1:1»; «5:1» и «50:1» показаны на рис. 4: «А», «Б», «В» соответственно моделям ЛА (рис. 3) для следующих трёх способов РО обработки с бинарным квантованием (БК): «А» — пороговая обработка → БК; «Б» — БК → спектральная обработка типа ДПФ; «В» — БК → ДПФ → режекторная фильтрация (РФ — ФВЧ высоких частот).

Рис. 4. Проекция изображения ЛА с различными способами обработки.

Сравнение соответствующих рисунков в приведённых примерах подтверждают различные возможности обработки сигналов с использованием грубых статистик и цифровой фильтрации. Несмотря на то, что рисунки справа более контрастные, это лишь иллюстрирует кажущееся уменьшение потерь сигнала, при этом границы потенциальной помехоустойчивости В. А. Котельникова не нарушаются.

Стохастическая дискретизация времени и пространства

В блоке 2 приведены варианты теорем отсчётов, дающие возможность восстанавливать сигналы и поля в связи с необходимостью их фильтрации по обычным и пространственным частотам (угловым направлениям) [18, 19]. При стохастической дискретизации установлено, что функции отсчетов $\phi_i(t)$ могут быть случайными, так как это не противоречит условию независимости (ортогональности), по крайней мере, для эргодических процессов. Придание «стохастичности» дискретизации, например, за счет введения случайной шкалы квантования $t_i = i\Delta t + \Delta t_i$, где Δt_i - случайная величина с нулевым средним и дисперсией $D_t = \sigma_t^2$, σ_t — среднеквадратическое отклонение Δt_i , позволяет задействовать резервы усреднения.

Анализ функции отсчётов (рис. 5) показал, что увеличение индекса модуляции $v = \sigma_t / \Delta t$ приводит к незначительным энергетическим потерям, расширяется главный лепесток, но существенно (с 13 до 26 дБ) уменьшается 1-й боковой лепесток, что позволяет сделать выводы об аналогии действия стохастических шкал квантования и весовых окон, уменьшающих эффект Гиббса.

Рис. 5. Трёхмерное изображение усредненной функции отсчетов $\phi_i(t)$.

Новизна рассмотренной задачи состоит в использовании стохастических неэквидистантных шкал квантования, дающих эффект наложения весовых окон (уменьшение уровня боковых лепестков при некотором расширении главного). Практическая значимость результата состоит в устранении необходимости использования многоразрядных умножителей для реализации функции весового окна.

Устранение стробоскопических эффектов

Аналогичный эффект, достигаемый применением стохастических неэквидистантных шкал квантования, наблюдается в задаче устранения «слепых» скоростей в когерентно — импульсных РЛС.

Фазовое состояние РЛС, задаваемое текущим значением интервала временного квантования Δt_i , соответствующим в медленном (по Доплеру) времени — периоду повторения зондирующих импульсов T_i , $i = 1, 2, \dots, N$, где N — число импульсов в пачке, для каждого T_i изменяет регулярное на оси скоростей положение «слепых» скоростей $v_{сл} = kv_0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, $v_0 = \lambda / 2T_i$, λ — длина волны.

Желательно, чтобы T_i соответствовало «оптимальной» скорости, однако при неизвестной скорости цели обеспечить это невозможно.

Для устранения неопределённости необходимо оптимизировать закон вобуляции частоты повторения (ВЧП) зондирования в РЛС с СДЦ, что с математической точки зрения эквивалентно решению классической вариационной задачи отыскания минимума определенного интеграла (интеграла Стильтьеса), задаваемого функцией N переменных, $F(T_1, T_2, \dots, T_N; t_1, t_2, \dots, t_N)$, удовлетворяющей по каждой переменной граничным условиям и условиям нормировки, для распределения доплеровских скоростей $F(V)$

$$\Phi_N = \sum_{j=0}^s \vartheta_j \int_{L_T}^{1^*} \int_{L_V}^{2^*} (G^{(j)} - G_{*}^{(j)})^2 dF(T_1, T_2, \dots, T_N; t_1, t_2, \dots, t_N), \quad (5)$$

где в интеграле 1^* — L_T — N — мерное множество решений по T , $G^{(j)}$, $G_{*}^{(j)}$ — варьируемые и желаемые ско-

ростные характеристики системы СДЦ и их j -е производные, а в интеграле $2^* - L_v$ — множество радиальных скоростей целей.

Совместная оптимизация алгоритма вобуляции достигается тем, что значения периодов зондирования $T_1, T_2, \dots, T_N$ выбираются из условия получения требуемого распределения (хаотичности).

Типовые провалы неравномерной скоростной характеристики для первой, второй и третьей «слепых скоростей» на скоростной характеристике обзорных РЛС составляют «минус 15 дБ», «минус 10 дБ» и «минус 3 дБ».

При наличии активных помех схема обработки формирует ноль характеристики пространственного фильтра в направлении источника помехи. Таким образом, система ПВ обработки осуществляет пространственную согласованную фильтрацию по пространственным частотам.

Рандомизация несущей частоты

В отличие от рассмотренного примера практического устранения «слепых» скоростей, где рандомизации (вобуляции) был подвергнут период повторения зондирующих импульсов в когерентно-импульсной РЛС, рассмотрим перестройку несущей частоты.

Перестройка несущей частоты (ПНЧ) от импульса к импульсу (быстрая) может уменьшить влияние упомянутого стробоскопического эффекта, однако основное назначение ПНЧ состоит в уменьшении интерференционных провалов в диаграмме обратного рассеяния (ДОР) цели при неопределенном положении ее ракурса во время наблюдения.

Рис. 6. Модель объекта (а) и его ДОР (б).

Рис. 7. Двумерное многочастотное РЛИ объекта.

На рис. 6 представлены чертеж модели (а) и рассчитанная ДОР по мощности (б) на длине волны $\lambda = 3$ см (модель МАИ).

Двумерное панорамное радиолокационное изображение (РЛИ) модели, синтезированное по круговой многочастотной комплексной ДОР при девиации частоты зондирующих сигналов $\Delta f = 2$ ГГц (центральная частота $f_0 = 10$ ГГц), представлено на рис. 7, где показана усреднённая совокупность парциальных изображений тестового объекта на азимутах $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ и 180° , полученных в интервале синтеза $\Delta\varphi = 12^\circ$.

Полученное панорамное РЛИ объекта адекватно заданному распределению локальных отражателей на его поверхности и позволяет оценить усредненную яркость локальных отражателей в широком угловом секторе.

Дополнение панорамного РЛИ множеством частных повышает информативность портрета реальных объектов, однако при обработке сигналов в каждом конкретном случае приходится обнаруживать цель в условиях интерференции ограниченного числа точек, изображения которых малоинформативны (рис. 8).

Рис. 8. РЛИ объекта для ракурсов 0° (а) и 30° (б).

Оптимизация интегрального распределения ПНЧ $F(f_1, f_2, \dots, f_N; t_1, t_2, \dots, t_N)$ находится аналогично минимизации функционала (5). Провалы ДОР устраняются Р-обработкой.

Стохастическая пеленгация и адаптация управляемого покрытия

В блоках 3,4 анализируется построение системы обработки и формирования сигналов РЛС для космических аппаратов, в которых учитываются технические аппаратные ограничения и ограничения ресурсов цифровой обработки [19]. Для реализации этого применяется последовательное диаграммо — образование на базе усечённых (малоэлементных) апертур и робастных статистик сигнала на входе грубых («булевых», «бинарно-знаковых») отсчетов сигнала. Это особенно актуально для реализации аппаратуры РЛС в условиях ограничений по аппаратным и вычислительным ресурсам, массо-габаритным ограничениям, ограничениям по разрядности, энергопотенциалу и стоимости. Для достижения преимуществ предлагается нетрадиционный подход, предполагающий в процессе адаптивного формирования результирующей многолучевой (многоэлементной) диаграммы направленности фазированной антенной решетки осуществлять поэтапную стохастическую модуляцию положения фазового центра путём активизации малого числа передающих слабонаправленных элементов и использования грубых (малоразрядных) текущих отсчетов входных сигналов (последовательная ММО).

Рассматриваются теоретические основы и возможные пути использования частотно-временного и пространственно-частотного ресурса для расширения спектра псевдошумовых РЛС с СДЦ [20], в том числе за счёт рандомизации электродинамических параметров управляемого адаптивного покрытия, перестройки несущей частоты, многочастотного анализа, возбуждения периода повторения зондирующих импульсов, использования шумовых несущих и, в перспективе, — полномасштабного применения шумовой сверхширокополосной радиолокации, реализующей форму тела неопределенности удовлетворяющего требованию круговой симметрии [21].

Стохастическая линейаризация амплитудного тракта

Модель амплитудного тракта с бинарно-знаковым квантованием сигнала в квадратурах (блок 4), её анализ и основные результаты модели приведены на рис. 9 [22].

Рис. 9. Модель обрабатывающего тракта с ограничением сигналов.

Мощность суммарного колебания $P_{\Sigma} = P_c + P_{ш} + P_{рш}$. Если полоса пропускания системы $\Delta f_{эфф}$, то согласно известной формуле Шеннона её пропускная способность

$$C = \Delta f_{эфф} \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{P_{ш}} \right). \quad (6)$$

Нетрудно показать, что в случае, если под пропускной способностью понимать разность энтропий полезного сигнала и шума приёмного устройства, то

$$C = \Delta f_{эфф} \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{P_{ш}} + v \right), \quad (7)$$

где $v = P_{рш}/P_{ш}$ — индекс рандомизации, равный отношению мощности рандомизирующего шума $P_{рш}$ к мощности шума $P_{ш}$. Формально из (7) следует, что рандомизация увеличивает пропускную способность системы, однако это кажущееся явление, т.к. «прирост» пропускной способности «уходит» на передачу через систему информации РШ.

Под пропускной способностью системы примем разность энтропий сигнала и суммарного шума, в этом случае

$$C = \Delta f_{эфф} \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{P_{ш}} \frac{1}{1+v} \right), \quad (8)$$

т.е. пропускная способность при увеличении v падает.

Анализ формул (7) и (8) показывает, что в обычном режиме (без ограничения сигналов) необходимость рандомизации условий радиоприёма не возникает. При наличии ограничения сигналов групповой сигнал подвергается жесткому ограничению, энтропия канальных сигналов, а, следовательно, и скорость передачи доплеровской информации в системе, падает до нуля. Для повышения информационных возможностей системы применим Р-обработку.

Ошибки дискретизации текущих (часто грубых) цифровых отсчётов в независимые отсчёты, которые в дальнейшем усредняются согласно метода Монте-Карло: результирующие потери полезного сигнала снижаются, а радиоканалы с ограничением («жесткими нелинейностями») линейризуются, приобретают ненулевую «энергетическую прозрачность» — скорость передачи информации в каналах (для констант, медленно меняющихся функций, изображений) зачастую становится минимально достаточной.

Формирование «бинарно-знаковой» статистики в условиях рандомизации при ограничении в тракте или бинарном квантовании происходит следующим образом. Аддитивная смесь $u(t) = s(t, \alpha, \beta) + c(t)$ полезного сигнала $s(t, \alpha, \beta)$ и коррелированной по времени пассивной помехи $c(t)$ (уровень шума приёмника пренебрежимо мал) по каждой квадратуре при ограничении подвергается бинарно-знаковому квантова-

нию, при этом на выходе имеем бинарно — знаковую ГС $u_i^* = \text{sign}\{u_i\} \Delta = \mu_i \Delta$, причем $\mu_i = 1$ при $u_i > 0$ и $\mu_i = -1$ при $u_i \leq 0$ (здесь Δ — масштабный коэффициент, равный максимальному напряжению на входе ограничителя).

При «жестком» ограничении входного сигнала амплитуда импульсов активной хаотической импульсной помехи подавляется, а слабый полезный сигнал после квантования подвергается когерентному накоплению в соответствующем канале многоканальной фильтрации. Мощная пассивная коррелированная помеха от неподвижных местных предметов сосредотачивается в нулевом канале ДПФ и подавляется схемой селекции системы СДЦ.

С целью стохастической линеаризации нелинейной характеристики ограничителя во входную смесь добавим искусственный шум β , каждая квадратурная компонента которого распределена по закону

$$\omega = (2\Delta)^{-1}, \text{ при } |\beta| \leq \Delta \quad (9)$$

В этом случае СВ

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } p = 2^{-1} + u_i(2\Delta)^{-1}; \\ -1, & \text{с вероятностью } q = 1 - p. \end{cases} \quad (10)$$

а её моменты

$$M_1\{\mu_i\} = u_i / \Delta, \quad M_1\{\mu_i^2\} = 1. \quad (11)$$

Поэтому $M_1\{u_i^*\} = u_i$, т.е. операция $M\{\cdot\}$ линеаризует нелинейность sign (эффект «стохастической линеаризации»), а $M_1\{u_i^{*2}\} = \Delta^2$, что объясняет эффект «робастности» — нормирования мощности за счет характеристики жесткого симметричного ограничителя.

Для РО на выходе k -го канала системы «ограничитель — ДПФ»

$$P_{\text{вых}} = K(\Delta^2 - C^2) + S^2 N(N-1) = P_{\text{с вых}} + P_{\text{с вых}}, \quad (12)$$

где $P_{\text{с вых}} = K(\Delta^2 - C^2)$ — мощность помехи; $P_{\text{с вых}} = S^2 N(N-1)$.

Обозначим через $q_0^2 = P_{\text{с вых}} / P_{\text{с вых}}$ пороговое отношение сигнал-помеха, тогда для $N \gg 1$ требуемое значение амплитуды входного сигнала $S_{\min} = \Delta q_0 / \sqrt{N}$. Предельно достижимый коэффициент подавления помехи при $C = \Delta - S_{\min} : K_{n \max} = A / (1 - A^2)$, где $A = 1 - q_0 / \sqrt{N}$.

Нормированный коэффициент передачи полезного сигнала

$$K_s = P_{\text{с вых}} / P_{\text{с вых}} (1/K) = S^2 N(N-1) / S^2 N. \quad (13)$$

При $N = 1$, вследствие ограничения и невозможности выявления фазовых различий соседних отсчетов эхо-сигнала, наблюдается полная потеря полезного сигнала. В других случаях потери составляют $10 \log(N-1)$ дБ и становятся пренебрежимо малыми при $N \gg 1$, поэтому максимальный коэффициент улучшения $K_y = K_n K_s$ при $N \rightarrow \infty$

$$K_y \rightarrow \frac{1}{2q_0} N \sqrt{N}.$$

Анализ полученных значений K_y показывает, что рандомизация системы улучшается с ростом N . Абсолютные значения K_y для $N = 2^r$ -точечных БПФ составляют 33, 37, 42 дБ для $r = 8, 9$ и 10 , соответственно.

Для числа элементов $N = 31$ коэффициент усиления доплеровского канала системы обработки составил 18 дБ при потерях пороговой чувствительности менее 1.5 дБ.

Моделирование многосигнальных режимов

Цель моделирования состояла в том, чтобы проверить линейные свойства данного способа обработки. Проявление линейных свойств в первую очередь связано с таким понятием, как «многосигнальное разрешение». На рис. 10–13 представлены результаты моделирования прохождения суммы двух гармонических сигналов на частотах ω_i и ω_j через систему обработки типа « $\text{sign}\{\cdot\}$ — ДПФ» для случаев отсутствия шума $q_0^{-1} = 0$ (рис. 6, 7) и с рандомизацией (рис. 8, 9).

На рис. 10, 11 изображены амплитудные спектры выходной смеси сигналов $A(f)$, амплитуды которых на входе соотносились как 1 и 0.5. Частотный разнос сигналов Δf линейно изменялся от 1 до 40% от частоты Найквиста.

Комбинации возможных частот входных сигналов представлены рис. 10, 11, из которых видно, что при малой разнице частот входных сигналов ω_i и ω_j , когда $\Delta\omega_{ij} = 2\pi\Delta f_{ij} \ll \frac{2\pi}{T}$, независимо от положения

медианы $\frac{\omega_i + \omega_j}{2}$ внутри интервала однозначного отсчета частоты $\left[-\frac{\pi}{T}, \frac{\pi}{T}\right]$ или $\left[0, \frac{2\pi}{T}\right]$ наблюдается удовлетворительное разрешение сигналов в условиях появления разностных гармоник («биений»).

Эти же рисунки иллюстрируют случаи, когда разность частот $\Delta\omega_{ij}$ соизмерима с π/T , где T — интервал временной дискретизации.

На всех рисунках K — число уровней квантования, q_0 — отношение «сигнал/шум», N — размер массива, который был выбран равным 1024.

Рис. 10. Амплитуда сигнала с выходом спектроанализатора: $K = 1$, $q_0^{-1} = 0$.

Рис. 11. Амплитуда сигнала с выхода спектроанализатора: $K = 5$, $q_0^{-1} = 0$.

На рис. 10 рассмотрено взаимодействие уменьшенного в два раза сигнала с более «сильным». Рандомизирующий процесс фильтрации подтвердил линеаризующее действие шумового рандомизирующего напряжения. В исходном варианте наблюдались следующие эффекты:

- а) наличие потерь, обусловленных «грубостью» квантования $K = 1$ порядка 1–2 дБ;
- б) подавление слабого сигнала сильным в условиях отсутствия рандомизации;
- в) большая «засорённость» спектра комбинированными составляющими в условиях детерминированного квантования в этих же условиях.

На рис. 12 показано разрешение 2-х сигналов одинаковой амплитуды при соотношении амплитуд 1:1, а на рис. 13 с амплитудным соотношением 1:0.1, откуда видно, что ослабленный в 10 раз сигнал не подавляется.

Рис. 12. Разрешение 2-х сигналов одинаковой амплитуды, $K = 1$ для $N \gg 1$.

Рис. 13. Разрешение 2-х сигналов с амплитудным соотношением «1:0.1» для $N \gg 1$.

Стохастический ЦФ, обнаружение слабых сигналов (блок 4)

Среди большого многообразия известных способов компенсации помех и выделения полезного сигнала наибольшее распространение получили системы ПВ — обработки типа «режекторный фильтр — когерентный накопитель» (РФ – КН) [23]. При большой разрядности АЦП ($L > 8$) указанный способ является про-

стым способом квазиоптимальной фильтрации сигналов на фоне коррелированных помех, осуществляющим «обеление» пассивных помех в РФ и накопление сигналов в КН, не используя при этом общепринятые вычисления обратной матрицы и умножения входной выборки на обратную матрицу помех, а также последующие умножения результата на вектор полезного сигнала, преобразованного в матричном обеляющем фильтре. Идея исследуемого метода может быть использована и при оптимальной обработке. В нашем случае она заключается во введении на вход АЦП шумового напряжения смещения, рандомизирующего процесс квантования. В результате, квантование входного сигнала осуществляется с помощью случайной шкалы, при этом сам сигнал не изменяется (Наблюдатель изменяет условия наблюдения).

Алгоритм фильтрации РФ — КН был конкретизирован следующим образом: в качестве РФ применялся нерекурсивный фильтр r -го порядка, а в качестве КН — алгоритм дискретного преобразования Фурье (ДПФ) размерностью N .

Рассматривается процедура цифровой когерентной фильтрации применительно к задаче СДЦ по обычным частотам, но сделано обобщение на случай пространственных частот. В первом случае формируются провалы (нули) по оси доплеровских частот, а во втором формируются нули по оси пространственных частот — угловым направлениям.

Для коэффициента улучшения в схеме «РФ-КН» с рандомизацией АЦП имеем

$$J = r_{\text{вых}} / r_{\text{вх}} = K_{\Pi} K_C, \quad (14)$$

где $r_{\text{вых}} = P_{C_{\text{вых}}} / P_{\Pi_{\text{вых}}}$, $r_{\text{вх}} = P_{C_{\text{вх}}} / P_{\Pi_{\text{вх}}}$ — отношения мощностей полезного сигнала к мощности пассивных помех на выходе и входе соответственно; $K_{\Pi} = P_{\Pi} / P_{\Pi_{\text{вых}}}$ — коэффициент подавления помех; $K_C = P_{C_{\text{вых}}} / P_{C_{\text{вх}}}$ — коэффициент передачи полезного сигнала. Прохождение помехи через РФ и КН рассматривается для РФ r -го порядка, когда текущие отсчеты взвешиваются весовыми коэффициентами $a_i = (-1)^i C_r^i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, r$), где C_r^i — число сочетаний из r по i , тождественная схеме r -кратного ЧПК.

При детерминированном квантовании текущий цифровой отсчет X (в каком-либо из квадратурных каналов) связан с уровнем C компенсируемой помехи соотношением

$$C = X\Delta + \Delta_c,$$

где $X = E\{C / \Delta\}$ — функция целой части отношения C / Δ , $\Delta_c = R\{C / \Delta\}$ — дробная доля отношения C / Δ .

При рандомизированном квантовании ($\xi \in [0, \Delta]$) на выходе АЦП вырабатываются цифровые отсчеты $X + \mu_i$, $i = 1, 2, \dots$, где

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } p = \Delta_c / \Delta, \xi > \Delta - \Delta_c; \\ 0, & \text{с вероятностью } q = 1 - p, \xi \leq \Delta - \Delta_c. \end{cases}$$

Используя принятые обозначения, мощность помехи P_n на выходе РФ представим в виде

$$P_n = M \left\{ \left[\Delta \sum_{i=0}^r (-1)^i C_r^i \left(\frac{C - \Delta_c}{\Delta} + \mu_i \right) \right]^2 \right\}, \quad (15)$$

где $M\{\cdot\}$ — оператор математического ожидания от $\{\cdot\}$.

При независимых испытаниях на выходе РФ

$$P_{\Pi} = \Delta^2 p q \sum_{i=0}^r (C_r^i)^2 = P_{\Pi 0}, \quad (16)$$

а на выходе КН $P_{\Pi_{\text{вых}}} = \Delta^2 N p q \sum_{i=0}^r (C_r^i)^2 = N P_{\Pi 0}$.

Учитывая далее, что максимальное значение помехи при «дребезге» на границах шкалы квантования $C = \Delta 2^{L-1}$, а также то, что амплитуда сигнала от цели, летящей с «оптимальной» скоростью ($d_k = \pi$), после прохождения через РФ и КН увеличивается в $2^r N$ раз, целесообразно степень подавления помех для РО охарактеризовать нормированным коэффициентом подавления помехи, минимальное значение которого достигается для помех, лежащих посередине кванта ($p = q = 1/2$) (формируются «пучности»)

$$K_{\text{п.н.р.м.}} = 2^{2L} \frac{2^{2r} N}{\sum_{i=0}^r (C_r^i)^2} = 2^{2L} \eta. \quad (17)$$

При детерминированном квантовании полностью подавляются помехи, лежащие внутри кванта Δ , а помехи, лежащие на его границах, подавляются в меньшей степени, так как уровень некомпенсированных остатков помехи на выходе РФ и КН может достигать величины $T 2^{r-1} \Delta$.

В связи с этим значение нормированного коэффициента подавления для детерминированной обработки

$$K_{\text{п.н.д.м.}} = \frac{\Delta^2 2^{2(L-1)} (2^r N)^2}{N^2 2^{2(r-1)} \Delta^2} = 2^{2L}. \quad (18)$$

В выражении (8) коэффициент $\eta > 1$, т.е. РО имеет преимущества перед детерминированной обработкой. Действительно, принимая во внимание, что

$$\left(\sum_{i=0}^r C_r^i \right)^2 > \sum_{i=0}^r (C_r^i)^2, \text{ а } \sum_{i=0}^r C_r^i = 2^r$$

получаем

$$\eta = \frac{2^{2r} N}{\sum_{i=0}^r (C_r^i)^2} > \frac{2^{2r}}{\left(\sum_{i=0}^r C_r^i \right)^2} = \frac{2^{2r} N}{2^{2r}} = N \geq 1.$$

Анализ выражения показывает, что степень подавления коррелированных помех в случае рандомизированной обработки определяется не только разрядностью L АЦП, но и порядком r режекторного фильтра, а также числом анализируемых отсчетов в блоке ДПФ. Выбирая соответствующим образом параметры N и r , можно существенно сократить число уровней квантования $M = 2^L$ для достижения требуемого подавления. При детерминированной обработке, степень подавления определяется разрядностью L АЦП, при этом удельное подавление в расчете на один двоичный разряд не превышает 6 дБ.

Если амплитуда полезного сигнала не слишком мала по сравнению с Δ , то его мощность на выходе устройства

$$P_{\text{с вых}} = \frac{(N 2^r S)^2}{2} = N^2 2^{2r-1} S^2.$$

Учитывая, что $P_{\text{с вх}} = S^2 / 2$, коэффициент усиления полезного сигнала представим в виде

$$K_c = P_{\text{с вых}} / P_{\text{с вх}} = N^2 2^{2r}. \quad (19)$$

Из полученных формул следует, что заданный коэффициент улучшения фильтра СДЦ при соответствующем выборе параметров N и r РФ и КН может быть достигнут при меньшем, чем при детерминированной обработке числе уровней квантования во входном АЦП. Стохастическая линеаризация малых амплитуд рассмотрена в [23, 24].

На рис. 14 построены зависимости $P_{\text{с вых}}$ от амплитуды сигнала S при $\Delta_c = 0$ (кривая 1) и $\Delta_c = \Delta / 2$ (кривая 3). На этом же рисунке приведены соответствующие зависимости при детерминированной обработке (кривые 2 и 4). Линеаризация нелинейности типа «зоны нечувствительности» позволяет повысить обнаруживаемость слабых сигналов, амплитуда которых соизмерима с квантом Δ АЦП.

Рис. 14. Зависимости нормированной мощности выходного сигнала S , соизмеримого с размером кванта Δ для сравниваемых методов обработки.

Без рандомизации сигналы цели малой амплитуды в приёмном устройстве «с ограничением», лежащие внутри кванта Δ , терялись полностью. Для повышения информационных возможностей применялась Р-обработка.

В качественном плане результаты проведенного анализа справедливы для построения систем ПВ-обработки, где с помощью пространственного РФ формируются провалы в диаграмме направленности ФАР радара, а КН типа ДПФ осуществляет когерентное накопление сигнала с k -ого углового направления. В то же время фильтрация сигналов и помех по угловым направлениям имеет свои особенности, которые мы рассмотрим ниже.

В качественном плане результаты проведенного анализа справедливы для построения систем ПВ-обработки, использующих понятие пространственных частот $\Omega_\alpha, \Omega_\beta$ (1), что связано с угловыми направлениями азимута α и угла места β . С помощью пространственного РФ формируются провалы в диаграмме направленности ФАР радара, а КН типа ДПФ (матрица Бартлетта) осуществляет когерентное суммирование сигнала с k -ого углового направления. Фильтрация сигналов и помех по угловым направлениям имеет свои особенности, которые обусловлены тригонометрическими членами в выражении (1), а также зависит от выбранного шага пространственного квантования в ФАР.

Использование энергетических критериев эффективности РО ПВ — сигналов в виде коэффициентов «подавления», «улучшения» позволяет получить количественные значения прироста этой эффективности в зависимости от решаемой задачи. В частности рандомизация ПВ-фильтрации обеспечивает совместимость использования таких ПВ-ресурсов как порядок r режекторного фильтра ПП, число N когерентно накапливаемых фильтров, число M, L — пространственных каналов, используемых для сглаживания шумов квантования. Из-за наличия элементов случайности и худших результатов классификации по сравнению с байесовским правилом использовать Р-правила на первый взгляд не имеет смысла. Однако данное правило и подобные ему представляют значительный интерес при работе с грубыми статистиками и в условиях отсутствия априорных сведений о помехах.

Почти всегда имеет место естественная P за счет собственного шума приемника, однако статистические характеристики входного шума не всегда могут обеспечить гарантированную скорость сходимости измерений после закругления квантования, дающего максимальную ошибку $\pm\Delta$, т.к. ошибки отдельных грубых отсчетов имеют одинаковый знак (+ или –) и при накоплении суммируются и не компенсируют друг друга, т.е. не сглаживаются. Разрушить корреляцию текущих грубых отсчетов когерентной ЦО позволяют алгоритмы РО. В стохастическом смысле нелинейности линеаризуются.

Заключение

Установлено, что круг вопросов построения радиоканалов систем связи и локации может базироваться на концепции стохастической радиосвязи и радиолокации, т.е. введении в радиоканалы цифровой обработки и формирования сигналов искусственной стохастичности, предполагающих наряду с естественной стохастичностью, обусловленной случайной природой входных сигналов, рандомизацию условий процесса «приём — передача». Примерами могут служить: введение избыточности в сигналы путём расширения спектра обычных (временных) и пространственных частот, использование стохастических шкал квантования и измерения, применение перестройки несущих частот, подмешивание контролируемого шума для линеаризации приёмного тракта, допускающей использование грубых («0/1»; «+1/–1») текущих отсчетов, энергетическая и информационная ущербность которых компенсируется (нивелируется) изначальным заданием размера пачки сигналов, что не противоречит пределу потенциальной помехоустойчивости В. А. Котельникова, предполагающего использование всей энергии сигнала, независимо от алгоритмов ЦО ПВ сигналов.

Список литературы

1. Горбунов Ю. Н., Куликов Г. В., Шпак А. В. Радиолокация: стохастический подход. Монография. М.: Горячая линия — Телеком, 2016. 576 с.
2. Горбунов Ю. Н. Рандомизированная обработка сигналов в радиолокации и связи. ISBN 978-3-659-37797-6, Издательство «LAP LAMBERT Academic Publishing», 66121, Saarbrücken, Germany, 2015. 150 с.
3. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетики. М.: Ин. лит., 1963.
4. Борисов Ю. П., Пенин П. И. Основы многоканальной передачи информации. М.: Связь, 1967. 435 с.
5. Монзинго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию / Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
6. Klemm, R. Space-Time Detection Theory // The material in this publication was assembled to support a lecture series under the sponsorship of the sensor and electronics Technology Panel (SET) and the Consultant and Exchange Programmer of RTO presented on 23–24 september 2002 in Moscow, Russia.
7. Горбунов Ю. Н. Цифровая обработка радиолокационных сигналов в условиях использования грубого (малоразрядного) квантования: Монография // Федеральное космическое агентство, ФГУП «ЦНИРТИ им. академика А. И. Берга». 2007. 87 с. <http://www.cnirti.ru/pdf/d260109.doc>.

8. *Metropolis, N., Ulam, S.* The Monte Carlo Method // J. Amer. Statistical Assoc. 1949. Vol. 44. No. 247. P. 335–341.
9. *Граничин О.Н., Поляк Б.Т.* Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. М.: Наука, 2003. 393 с.
10. *Горбунов Ю.Н., Бондарев А.В.* Алгоритмы и устройства цифровой стохастической обработки сигналов в радиолокации: Монография — Учебное пособие. М.: НИЦЭВТ, ИПК МРП, 1990. 144 с.
11. *Смит С.В.* Научно-техническое руководство по Цифровой Обработке Сигналов. Калифорния, Калифорнийское техническое издательство Сан Диего, 1999, перевод АВТО-ЭКС, Санкт-Петербург. 2001, <http://www.autex.spb.ru>.
12. *Лайонс Р.* Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ. М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. 656 с.
13. *Миддлтон Д.* Введение в статистическую теорию связи. // В 2-х томах. Т. 1,2. Пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Сов. Радио, 1961, 1962.
14. *Горбунов Ю.Н.* Цифровые стохастические радары: принятие решений, стохастическое обеление помех, рандомизация измерений параметров, применение // Труды VIII МНТК «Кибернетика и высокие технологии XXI века». Воронеж: НПФ «Саквее», 2007. Т. 1. С. 446–455.
15. Томас. Непараметрические методы обнаружения сигналов. // ТИИЭР. 1970. Т. 58. № 5. С. 23–31.
16. *Горбунов Ю.Н.* Стохастические критерии обнаружения сигналов // Нелинейный мир. 2016. № 6. С. 3–13.
17. *Горбунов Ю.Н.* Теорема о стохастической дискретизации изображений в радиолокации и связи. // Труды 18-й Международной Конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение». М.: РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2016. С. 225–230.
18. *Горбунов Ю.Н.* Стохастическое временное и пространственное квантование в плоских апертурах фазированных антенных решеток. // Труды X МНТК «Радиолокация, радионавигация и связь». Воронеж: Изд. НПФ «Саквее», 2005. Т. 3. С. 1790–1798.
19. *Горбунов Ю.Н.* Стохастическая интерполяция пеленга в адаптивных антенных решетках с последовательным диаграммо-образованием на базе усечённых (малозлементных) апертур и робастных статистик сигнала на входе // Антенны. 2015. № 6. С. 18–26.
20. *Горбунов Ю.Н.* Снижение радиолокационной заметности объектов методами рандомизации параметров сигнала и управляемого антенного покрытия многофункциональных адаптивных РЛС // Антенны. 2016. № 11. С. 42–50.
21. *Волосюк В.К., Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Кутуза Б.Г., Павликов В.В., Пустовойт В.И.* Современные методы оптимальной обработки пространственно-временных сигналов в активных, пассивных и комбинированных активно — пассивных радиотехнических системах. Обзор // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 2. С. 109–131.
22. *Горбунов Ю.Н.* Рандомизация условий приёма и формирования сигналов в многоканальных доплеровских информационных системах с амплитудным ограничением // В кн.: Международная конференция «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий — REDS-2014». М.: 2015. С. 144–147.
23. *Горбунов Ю.Н.* О возможности уменьшения числа уровней квантования в цифровых фильтрах СДЦ путем применения рандомизированных алгоритмов // Радиотехника. 1983. № 6. С. 45–47.
24. *Горбунов Ю.Н.* Рандомизация неинформативных параметров сигналов в радиоканалах радиотехнических систем: направления исследований // Физические основы приборостроения. 2018. Т. 7. № 4(30). С. 24–31.

Поступила 11 февраля 2019 г.

RANDOMIZATION OF RECEIVING, PROCESSING AND FORMING SIGNALS IN RADIO CHANNELS OF COMMUNICATIONS AND LOCATION SYSTEMS

A.Y. ABAKUMOVA, Y.N. GORBUNOV

doi: 10.25210/jfop-1902-070085

A stochastic approach to the construction of radio channels for communication and location systems is considered. Stochastic radio communication and radiolocation is based on the concept of introducing digital processing into the radio channels and the formation of signals of artificial stochasticity, which, along with the natural stochasticity caused by the random nature of the input signals, randomization of the conditions of the «receive-transmit» process. Examples include: the introduction of redundancy into signals by extending the spectrum of conventional (temporal) and spatial frequencies, the use of stochastic quantization and measurement scales, the use of tuning of carrier frequencies, mixing of controlled noise for linearization of the path, including allowing the use of coarse (binary, binary-Signed) statistics.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное
агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог
«Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В *Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)*.
- В базу данных *Russian Science Citation Index (RSCI)* на платформе *Web of Science*.
- В *Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук*.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 537.874.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЕДУЩИХ СИСТЕМ С МЕТАЛЛО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ РЕБРАМИ

© Авторы, 2019

doi: 10.25210/jfop-1902-086090

Боголюбов А. Н. — д.ф.-м.н., проф., кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва E-mail: bogan7@yandex.ru

Могилевский И. Е. — к.ф.-м.н., доцент, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. E-mail: mogilev@phys.msu.ru

Ровенко В. В. — физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. E-mail: rovenko.vladimir@physics.msu.ru

Аннотация

Рассмотрено выделение сингулярной части электромагнитного поля в окрестности ребра металло-диэлектрического клина. В основе исследования лежит метод выделения сингулярной части решений дифференциальных уравнений эллиптического типа, впервые предложенный В.А. Кондратьевым.

Ключевые слова: волноводы сложного сечения, математическое моделирование, волноведущие системы, тела сложной формы, ребра, кромки, особые точки, асимптотическое разложение, численные методы, метод конечных элементов

Abstract

In this article the electromagnetic field singularity part in the metal-dielectric wedge vicinity is described. The research is based on the elliptic differential equations singular part solution distinguishing method created by Kondratiev V. A.

Keywords: complicated shaped cross section waveguide systems, aerials, mathematical modelling, difficult shaped bodies, edges, special points, asymptotic expansion, numerical methods, finite elements method

Введение

В настоящее время все более широкое применение в технике СВЧ находят волноводы сложного сечения (ВСС). Они используются при конструировании различных СВЧ-устройств, таких как антенны, фильтры, поляризаторы, мультиплексоры и др. [1–5]. Применение ВСС позволяет создавать устройства, превосходящие по своим параметрам их аналоги на прямоугольных и круглых волноводах. Во многих практически важных случаях включение продольных металлических ребер в волновод позволило улучшить ряд его характеристик, в частности, существенно расширить полосу частот одномодового режима работы [2–5].

Бурное развитие специализированных программных пакетов компьютерного моделирования различных высокочастотных радиотехнических задач, наблюдаемое в последнее время, привело к появлению возможности решить в строгой постановке практически любую задачу анализа многих волноводных элементов и устройств, в том числе и на волноводах со сложным поперечным сечением, содержащих входящие металлические и диэлектрические ребра. Однако, как показывают многочисленные исследования [1–4], решение задач синтеза, особенно в случае наличия большого числа свободных параметров геометрии, оказывается практически невыполнимо в отсутствие хорошего начального приближения, поскольку либо требует огромного времени счета, либо вообще не приводит к конечному результату. Поэтому несмотря на серьезное развитие базы численных методов, позволяющих с достаточно высокой скоростью и точностью решать широкий круг задач, связанных с электродинамическим анализом и синтезом ряда ключевых радиотехнических устройств на волноводах сложного сечения, аналитическое исследование сингулярностей электромагнитного поля в окрестности металлических и диэлектрических ребер является важной и востребованной задачей для разработчиков аппаратуры сантиметрового и миллиметрового диапазонов [1].

Хорошо известно, что наличие ребер на границах и поверхностях разрывов диэлектрической проницаемости приводит к появлению особенностей у электромагнитного поля в окрестности особой точки границы или неоднородности заполнения [5–6,9]. В частности, обобщенное решение может иметь сингулярности даже при гладкой правой части уравнений [8].

Оператор Максвелла в областях с негладкой границей исследован в ряде работ Бирмана М. Ш. и Соломяка М. З. [10]. Показано, что для областей с входящими ребрами оператор Максвелла на решениях класса Соболева $H^1(\Omega)$ симметричен, но не является самосопряженным даже для полого резонатора. В данных

работах предлагается и анализируется определение оператора Максвелла в пространстве L_2 , в котором он оказывается самосопряженным. Исследованы главные особенности решения вблизи негладких точек границы. Установлено, что описание особенностей сводится к исследованию сингулярностей энергетических решений скалярных эллиптических уравнений второго порядка.

Для построения экономичных алгоритмов расчета волнораспространяющих систем и получения априорных оценок точности построенных приближенных решений необходимо математическое изучение поведения точного решения в окрестности особых точек границы волновода [11]. Ключевыми при этом становятся спектральные задачи теории волноводов, исследование которых проводится функционально-аналитическими методами [11–13].

Одним из способов преодоления этих проблем, связанных с наличием сингулярности у электромагнитного поля в окрестности ребра, и, как следствие, увеличения времени счета и потери точности, является выделение особенности решения в явном виде, то есть построение асимптотики по гладкости электромагнитного поля в окрестности ребра в волноводе [9]. В основе такого построения лежат результаты по асимптотике решения эллиптических краевых задач, представленные в работе В. А. Кондратьева [8], а также С. А. Назарова и Б. А. Пламеневского [7]. Здесь и далее под словом «асимптотическое представление» имеется в виду запись решения в виде суммы сингулярной и гладкой частей.

Рассмотрен ряд задач, посвященных выделению сингулярной части электромагнитного поля волновода в окрестности ребер границы [9], поверхностей разрыва диэлектрической проницаемости [6,18], в окрестности ребра металло-диэлектрического клина в волноводе [15,16]. Помимо выделения сингулярной части электромагнитного поля в закрытых волнораспространяющих системах с помощью данного метода удается получить сингулярную часть электромагнитного поля в ряде задач дифракции, в частности, в задаче дифракции электромагнитного поля на телах с диэлектрическими ребрами в окрестности ребра [21,22], в окрестности конической точки для задачи дифракции на идеально проводящем теле, содержащем коническую точку [20]. Хотя физические и математические постановки этих задач значительно различаются, каждая из них приводит к эллиптическому дифференциальному уравнению с различными дополнительными условиями, и в основе построения сингулярной части электромагнитного поля лежит общий метод выделения сингулярной части решения эллиптических краевых задач, впервые предложенный В. А. Кондратьевым [8].

На основе полученного асимптотического представления электромагнитного поля в окрестности ребра удается существенно увеличить скорость сходимости метода конечных элементов, вводя в пространство пробных функций сингулярные функции, имеющие особенность заданного вида и точно аппроксимирующие сингулярную часть решения [23]. В этой работе показано, что знание сингулярной части решения позволяет получить скорость сходимости метода конечных элементов не ниже, чем для гладкого случая, поскольку сингулярность аппроксимируется точно. Применение этого подхода на практике рассмотрено в [17,24]. На основе априорной информации о сингулярной части решения удалось модифицировать метод конечных элементов, что существенно повысило скорость его сходимости.

Исследование сингулярной части электромагнитного поля в окрестности ребра металло-диэлектрического клина в волноводе

Пусть электромагнитное поле имеет гармоническую зависимость от времени вида $e^{-i\omega t}$, а волновод представляет собой цилиндр $Q = \{(x, y) \in \Omega, z \in (-\infty, +\infty)\}$, граница области $\partial\Omega$ содержит угловую точку O с углом произвольной величины. Предполагается, что вне некоторой окрестности угловой точки граница области $\partial\Omega$ гладкая, а внутри нее совпадает с сектором. Считается, что магнитная проницаемость внутри волновода $\mu \equiv 1$, а диэлектрическая проницаемость ε вещественная, зависит только от поперечных координат и имеет ограниченные первые производные. Математическая постановка задачи для собственных векторов компонент поля $\vec{A} = \{H_\perp, E_z\}$ и собственных значений β^2 (β — постоянная распространения) приведена в [9,14]

$$\begin{aligned} -\operatorname{grad} \operatorname{div} H_\perp - k^2 \varepsilon \operatorname{rot} E_z &= -\gamma^2 H_\perp, \\ -ik \operatorname{rot} \varepsilon H_\perp - \operatorname{div} \varepsilon \operatorname{grad} E_z &= -\gamma^2 \varepsilon E_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ — волновой вектор, γ — спектральный параметр, предполагается, что все функции имеют зависимость от z вида $e^{i\gamma z}$. Граничные условия и условия сопряжения имеют вид

$$\begin{aligned} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n})|_{\partial\Omega} &= 0, E_z|_{\partial\Omega} = 0, \\ [(\mathbf{H} \cdot \mathbf{n})]_c &= 0, [E_z]_c = 0, (\mathbf{H} \times \mathbf{n})|_c = 0, \\ [\operatorname{div} H_\perp]_c &= 0, [\varepsilon (\operatorname{grad} E_z + ik(\mathbf{H} \times \mathbf{i}_z)) \cdot \mathbf{n}]_c = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь C — линия разрыва диэлектрической проницаемости, $\mathbf{n}$ — нормаль к границе области или линии разрыва.

Условие $[\operatorname{div} H_\perp]_C = 0$ следует из $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ и $[H_\tau]_C = 0$. Последнее условие сопряжения $[\varepsilon(\operatorname{grad} E_z + ik(\mathbf{H} \times \mathbf{i}_z)) \cdot \mathbf{n}]_C = 0$ следует из уравнений Максвелла и условия $[\varepsilon E_n]_C = 0$.

Здесь использованы следующие обозначения: $H_\perp = \{H_x, H_y\} = \{H_r, H_\varphi\}$, $\mathbf{n}$ — нормаль к границе области или линии разрыва,

$$\begin{aligned} \operatorname{div} H_\perp &= \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y}, \operatorname{rot} H_\perp = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \\ \operatorname{grad} E_z &= \mathbf{i}_x \frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial E_z}{\partial y}, \operatorname{rot} E_z = \mathbf{i}_x \frac{\partial E_z}{\partial y} - \mathbf{i}_y \frac{\partial E_z}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3)$$

В [14] показано, что эта задача порождает ограниченный оператор $T: (L_2(\Omega))^3 \rightarrow W$ в гильбертовом пространстве

$$W = H_0(\operatorname{div}) \oplus \dot{H}^1(\Omega),$$

где

$$H_0(\operatorname{div}) = \left\{ H_\perp \mid H_\perp \in (L_2(\Omega))^2, \operatorname{div} H_\perp \in L_2(\Omega), H_n|_{\partial\Omega} = 0 \right\}, \|H_\perp\|_{H_0(\operatorname{div})} = \|H_\perp\|_{(L_2(\Omega))^2} + \|\operatorname{div} H_\perp\|_{L_2(\Omega)}.$$

Оператор T компактен в подпространстве V пространства W , выделяемом дополнительным условием $\operatorname{rot} H_\perp = -ikE_z$, которое понимается в смысле обобщенных функций. Для исследования задачи, следуя работам [8,7], вводится пространство $V_\gamma(\Omega)$ с нормой

$$\|u\|_{V_\gamma(\Omega)}^2 = \sum_{j+k \leq l} \int_\Omega r^{2(\gamma-l+j)} \left| \frac{\partial^{j+k} u}{\partial r^j \partial \phi^k} \right|^2 r dr d\phi, \quad (4)$$

где использована полярная система координат с центром в угловой точке, $l \geq 0$ — целое, γ — любое действительное число.

Чтобы провести исследование поведения электромагнитного поля в окрестности ребра границы волновода, через которое проходит плоскость разрыва диэлектрической проницаемости, сначала данная задача рассматривается в бесконечном секторе, содержащем линию разрыва диэлектрической проницаемости вместо области Ω . В дальнейшем использование срезающей функции позволяет свести задачу в конечном поперечном сечении волновода к задаче на всей плоскости и использовать полученные результаты для асимптотического представления решения. Дополнительно предполагается, что диэлектрическая проницаемость является кусочно-постоянной (по крайней мере, в окрестности ребра). Для удобства описания вводится полярная система координат с центром на ребре волновода.

Уравнение для компоненты электрического поля E_z принимает [16] вид

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} E_z = -\frac{2}{r^2} \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{\partial u}{\partial \varphi} (r, \beta) \delta(\varphi - \beta) + \gamma^2 E_z - \frac{ik}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) + \frac{ik}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi},$$

где $\alpha = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}$, $\frac{\partial u}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - ik r H_r$. Для компонент H_r и H_φ магнитного поля получается система

$$\begin{aligned} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_r) \right) + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (r H_\varphi) \right) &= -k^2 \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \gamma^2 (r H_r), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} (r H_r) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} (r H_\varphi) &= -k^2 \varepsilon r \frac{\partial E_z}{\partial r} + \gamma^2 (r H_\varphi). \end{aligned}$$

Тем же методом, что применен в [19] для диэлектрического ребра, удастся получить следующее представление электрического поля в окрестности металло-диэлектрического ребра. Сначала делается замена переменной $\tau = \ln \frac{1}{r}$, затем полученные уравнения умножаются на $e^{2\tau}$, после чего делается преобразование Фурье по переменной τ . В пространстве Фурье-образов получаем уравнение

$$-\lambda^2 \hat{E}_z(\lambda, \varphi) + \frac{\partial^2 \hat{E}_z}{\partial \varphi^2} = -2\alpha \frac{\partial \hat{u}}{\partial \varphi}(\lambda, \beta) \delta(\varphi - \beta) + \hat{F}(\lambda, \varphi),$$

которое допускает явное построение решения с помощью функции Грина.

С помощью срезающей функции $\chi(r) = \begin{cases} 1, & r \leq d/2, \\ 0, & r > d, \end{cases}$ $\chi(r) \in C^\infty$ решение в конечной области с металло-

диэлектрическим ребром сводится к задаче в бесконечном секторе [16,19]. Окончательно получаем следующее представление продольной компоненты электрического поля:

$$E_z(r, \varphi) = \chi \sum_{-\delta < \nu_k < 1} C_k r^{\nu_k} \left\{ \cos[\nu_k(\beta - \omega_0 + \varphi)] - \cos[\nu_k(|\beta - \varphi| - \omega_0)] \right\} + \Re(r, \varphi),$$

где ν_k — решения уравнения $\alpha \sin[\nu_k(2\beta - \omega_0)] + \sin(\nu_k \omega_0) = 0$ (кроме $\nu_k = 0$), $\Re(r, \varphi)$ — гладкая часть решения, для которой получена оценка в соответствующей норме [19].

Выводы

Таким образом, метод выделения особенности решений эллиптических дифференциальных уравнений, впервые предложенный в пионерской работе [8], может быть широко применен для выделения сингулярной части электромагнитного поля волновода в том числе в окрестности ребра металло-диэлектрического клина. Функция, описывающая особенность решения, имеет достаточно простой вид, зависит от угла клина, а также от угла линии разрыва диэлектрической проницаемости и конкретных значений диэлектрических проницаемостей в обеих частях клина. Для степенной функции удастся получить уравнения, описывающие показатель степени в зависимости от угла клина и диэлектрических проницаемостей. В общем случае полученное уравнение может быть решено численно с любой точностью. Вид функции, описывающей особенность, соответствует полученному ранее для скалярного случая [15]. Предложенный подход легко распространяется на случай области с конечным числом ребер, а также, когда на ребре сходятся две или более плоскостей разрыва диэлектрической проницаемости.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 19.01.00593, 18-31-00377 мол_а.

Список литературы

1. Земляков В. В., Заргано Г. Ф. Одно- и многомодовые селективные СВЧ-устройства на волноводах сложного сечения и перспективы их развития в структурах многослойных интегральных микросхем // Известия ЮФУ. Технические науки. 2016. № 5(178). С. 126–134.
2. Заргано Г. Ф., Земляков В. В., Кривошустенко В. В. Анализ модового состава прямоугольного волновода с двумя перекрывающимися I-выступами // Физика волновых процессов и радиотехнические схемы. 2012. Т. 15. № 1. С. 7–17.
3. Заргано Г. Ф., Земляков В. В. Электродинамический анализ и синтез селективных устройств на волноводах сложного сечения для современных антенно-фидерных систем // Антенны. 2011. Вып. 7 (170). С. 64–73.
4. Гадзиева А. А., Земляков В. В., Крутиев С. В. Полосно-пропускающий СВЧ-фильтр на волноводах сложного сечения, интегрированный в многослойную микросхему с применением SIW-технологии // Инженерный вестник Дона. 2013. Т. 24. № 1. С. 24–29.
5. Заргано Г. Ф., Земляков В. В., Кривошустенко В. В. Электродинамический анализ собственных волн в прямоугольном волноводе с двумя I-выступами // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56. № 3. С. 285–294.
6. Боголюбов А. Н., Могилевский И. Е., Свешников А. Г. Асимптотическое представление электромагнитного поля диэлектрического волновода в окрестности угловой точки линии разрыва диэлектрической проницаемости // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2015. Т. 55. № 3. С. 446.
7. Назаров С. А., Пламеневский Б. А. Эллиптические задачи в областях с кусочно-гладкой границей // М.: Наука, 1991.
8. Кондратьев В. А. Краевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими или угловыми точками // Труды Московского Математического Общества. Т. 16. 1967. С. 227.
9. Боголюбов А. Н., Делицын А. Л., Могилевский И. Е., Свешников А. Г. Особенности нормальных волн неоднородного волновода с входящими ребрами // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 7. С. 787.
10. Бирман М. Ш., Соломяк М. З. -теория оператора Максвелла в произвольных областях // Успехи мат. наук. 1987. Т. 42. Вып. 6. С. 61.
11. Боголюбов А. Н., Делицын А. Л., Могилевский И. Е. О математическом обосновании вариационно-разностного подхода к численному моделированию волнорезущих систем // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физ., астроном. 1998. № 5. С. 14.
12. Делицын А. Л. Об одном подходе к задаче о полноте системы собственных и присоединенных волн магнито-диэлектрического волновода // Диф. уравн. 2000. Т. 36. № 5. С. 629.
13. Боголюбов А. Н., Делицын А. Л., Могилевский И. Е., Свешников А. Г. О задаче возбуждения волновода с неоднородным заполнением // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1999. Т. 39. № 11. С. 1869.
14. Делицын А. Л. О проблеме применения метода конечных элементов к задаче вычисления мод волноводов // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1999. Т. 39. № 2. С. 315–322.
15. Боголюбов А. Н., Могилевский И. Е. Сингулярность поля в окрестности ребра металло-диэлектрического клина // Труды российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи им. А. С. Попова, серия Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации. Т. 9. С. 33–35.
16. Боголюбов А. Н., Могилевский И. Е. Сингулярности электромагнитного поля волновода в окрестности особых точек // Ученые Записки Физического Факультета МГУ. 2017. № 4. С. 1740303–1–1740303–7.
17. Боголюбов А. Н., Ерохин А. И., Могилевский И. Е., Светкин М. И. Гибридный метод решения уравнения Пуассона в области с металло-диэлектрическими углами // Вестник МГУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2017. № 1. С. 17–22.
18. Боголюбов А. Н., Ерохин А. И., Могилевский И. Е. Математическое моделирование нерегулярного волновода с входящими ребрами // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2012. Т. 52. № 6. С. 1058–1062.
19. Боголюбов А. Н., Могилевский И. Е. Математическое исследование особенности электромагнитного поля волновода в окрестности угловой точки линии разрыва диэлектрической проницаемости // Физические основы приборостроения. 2016. Т. 5. № 2. С. 72–79.

20. *Rovenko, V. V., Mogilevsky, I. E.* Solution of boundary problems for elliptic equation in domains with conical or corner points // PERS Proceedings 2017. IEEE Xplore [Piscataway, N.J.]. United States. 2017. P. 2102–2105.
21. *Bogolyubov, A. N., Mogilevskiy, I. E., and Rovenko, V. V.* Mathematical problems of the diffraction theory on bodies with irregularly boundary // PERS Proceedings 2017. IEEE Xplore [Piscataway, N.J.]. United States. 2017.
22. *Боголюбов А. Н., Могилевский И. Е.* Сингулярность электромагнитного поля в окрестности диэлектрического ребра в задачах дифракции на телах сложной формы // Ученые записки физического факультета Московского Университета. 2016. № 3. 163110.
23. *Могилевский И. Е.* Применение метода смешанных конечных элементов и оценки скорости сходимости для расчета электромагнитного поля волновода с входящими ребрами // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2012. Т. 52. № 11. С. 2071–2079.
24. *Боголюбов А. Н., Ерохин А. И., Могилевский И. Е., Светкин М. И.* Гибридный метод численного решения уравнения Пуассона в области с диэлектрическим углом // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. Т. 57. № 8. С. 1321–1330.
25. *Боголюбов А. Н., Могилевский И. Е.* Поведение решения эллиптических краевых задач в окрестности угловой точки линии разрыва коэффициентов // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2011 Т. 51. № 12. С. 2253–2259.

Поступила 30 апреля 2019 г.

MATHEMATICAL MODELING OF WAVEGUIDE SYSTEMS WITH METAL-DIELECTRIC WEDGES

A.N. BOGOLYUBOV, I.E. MOGILEVSKIY, AND V.V. ROVENKO

doi: 10.25210/jfop-1902-086090

In this article the electromagnetic field singularity part in the metal-dielectric wedge vicinity is described. The research is based on the elliptic differential equations singular part solution distinguishing method created by Kondratiev V. A.

The elliptic differential equations singular part solution distinguishing method has been applied to the electromagnetic field singularity part in the metal-dielectric wedge vicinity extraction. The solution function has quite a simple form depending on the wedge corner and the each part of the wedge dielectric permittivity concrete values. For the power function, it is possible to obtain equations describe the exponent depending on the wedge corner and the dielectric permittivity. In the general case the obtained equation can be solved numerically with the any forward set accuracy. The solution function form in the vector problem corresponds to the function in the scalar case that has been obtained before. This method can be easily expanded on the area with finite number of wedges and on the case of dielectric permittivity discontinuity junction on the wedge as well.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ИСКУССТВЕННЫХ СРЕД И СТРУКТУР

УДК 537.8, 517.958, 537.622.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКРАНИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЭКРАНАМИ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ, СОДЕРЖАЩИМИ СФЕРОИДАЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ

© Авторы, 2019

doi: 10.25210/jfop-1902-091101

Бондаренко В. Ф. — к.ф.-м.н., доцент, Учреждение образования «Белорусская государственная академия связи», Беларусь, Минск. E-mail: valbond1949@yandex.ru

Ерофеенко В. Т. — д.ф.-м.н., проф., гл.н.с., научно-исследовательская лаборатория математических методов защиты информации, Учреждение Белорусского государственного университета «Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики», Беларусь, Минск. E-mail: bsu_erofeenko@tut.by

Урбанович А. И. — к.ф.-м.н., доцент, Учреждение образования «Белорусский государственный университет». E-mail: urbanovich@gmail.com

Аннотация

Разработана математическая модель, которая описывает распространение монохроматических электромагнитных волн в среде с пространственной дисперсией, содержащей вытянутые вдоль заданного направления сфероидальные частицы. Исходная классическая интегро-дифференциальная модель для электромагнитных полей в среде с пространственной дисперсией преобразована с точностью до величин третьего порядка малости в дифференциальную модель, в которой интегро-дифференциальные уравнения Максвелла представлены в виде системы дифференциальных уравнений второго порядка. При этом электрическая и магнитная поляризации среды представлены через операторы Лапласа. Система уравнений решена аналитически, и построена полная система четырех прямых и четырех обратных, распространяющихся в противоположных направлениях электромагнитных волн. Аналитическое представление полей содержит вектор, определяющий направление распространения плоских волн. Волновые числа полей также зависят от направления их распространения, что указывает на анизотропный характер разработанной математической модели. Разработана методика решения краевой задачи проникновения плоских монохроматических электромагнитных полей через экран, выполненный из материала с пространственной дисперсией, содержащего сфероидальные частицы. Приведен графический материал для коэффициента эффективности экранирования.

Ключевые слова: математические модели, интегро-дифференциальная модель, краевая задача экранирования, электромагнитные монохроматические волны, плоские поля, сфероидальные частицы, анизотропные среды, пространственная дисперсия, аналитическое моделирование, вычислительный эксперимент, эффективность экранирования

Abstract

A mathematical model describing the propagation of monochromatic electromagnetic waves in a medium with spatial dispersion containing spheroidal particles of the along prescribed direction has been developed. The initial classical integro-differential model for electromagnetic fields in a medium with spatial dispersion is transformed, within the third-order infinitesimal, to the differential model, where the integro-differential Maxwell equations are represented as a system of second-order differential equations. In this case electrical and magnetic polarizations of the medium are given in the Laplace operators. This system of equations is analytically solved; a complete system of four forward and four backward counter-propagating electromagnetic waves is formed. The analytical representation of the fields includes a vector determining the propagation direction of plane waves. Wave numbers of the fields also depend on their propagation directions pointing to anisotropic character of the developed mathematical model. It is developed a method for solving the boundary-value problem of penetration of plane monochromatic electromagnetic fields through the screen made from the material with space dispersion and with spheroidal particles. For the coefficient of the shielding effectiveness graphic material is given.

Keywords: mathematical models, integro-differential model, boundary-value problem shielding, electromagnetic monochromatic waves, plane fields, spheroidal particles, anisotropic medium, space dispersion, analytical modeling, numerical experiment, shielding effectiveness

Введение

Как показывает практика, новые перспективные направления в науке зачастую возникают на стыке разных, казалось бы, не связанных друг с другом областей исследований или в результате применения теоретических методов, развитых в одной области знаний к другой.

Радиационная физика твердого тела и радиационные технологии охватывают огромное количество вопросов, посвященных исследованию процессов взаимодействия различных видов излучения с веществом, установлению основных закономерностей структуры и свойств материалов, разработке методов контроля их качества, при радиационных воздействиях, а также созданию новых перспективных материалов для электронной техники, квантовой физики, фотоники и др.; проводятся также исследования по разработке радиационно- и фотостойких покрытий. Большой интерес к исследованию взаимодействия ионных пучков с конденсированными средами был стимулирован экспериментальными работами по модификации свойств материалов с помощью ионной имплантации. Создание треков является эффективным способом микро- и наноструктурирования вещества. Например, заполнение полых или почти пустых трековых областей в диэлектриках, позволяет создавать структуры наноразмерных объектов — квантовые проволоки, что имеет перспективные приложения в оптической электронике, микроэлектронике и наноэлектронике.

Как известно, материалы, используемые в современной технике, являются сложными как по составу, так и по разнообразию структуры. Появление композитных материалов, состоящих из двух или более разнородных компонентов, объединенных одной основной матрицей, привела к созданию качественно новых веществ. Варьируя состав матрицы и наполнителей, их соотношение, удалось получить широкий спектр материалов с заданным набором свойств.

Разработка математических методов моделирования распространения электромагнитных волн в композитных материалах является актуальным направлением исследований, по изучению свойств этих материалов [1]. Одним из направлений конструирования композитов является проблема создания и исследования искусственных сред с пространственной дисперсией так называемых киральных сред [2], которые проявляют киральные свойства в радиодиапазоне на сантиметровых и миллиметровых волнах. Отметим, что киральность связана со свойствами симметрии элементов, на основе которых создается искусственная среда. Фактически речь идет о создании искусственных композитов с включениями из спиральных элементов, которые в совокупности с матрицей в конечном итоге и определяют киральный материал. Такая среда может представлять собой либо упорядоченную структуру в виде пространственной решетки, либо хаотическую смесь киральных элементов с обычным диэлектриком. Вполне вероятным здесь является использование пустых областей треков. При рассмотрении электромагнитной модели обычной (некиральной) среды предполагают, что она описывает свойства сплошной среды и, соответственно, здесь имеет место электродинамика сплошных сред.

Киральные же свойства связаны с проявлением дискретной структуры среды. Киральный параметр K пропорционален отношению b/λ , где b — линейный размер частицы-элемента среды, λ — длина волны. При $b/\lambda \rightarrow 0$ киральные свойства исчезают. Таким образом, учет киральных свойств означает учет влияния «крупинки» среды или пространственной дисперсии. В искусственных электромагнитных средах величину $K = C b/\lambda$ можно значительно увеличить, увеличив коэффициент C .

Из научных проблем, решаемых здесь, можно выделить две основные. Это нахождение параметров киральной среды и решение задач излучения, распространения и дифракции волн в киральных средах с целью изучения свойств и параметров таких сред. Можно отметить еще третье техническое направление исследований, связанное с разработкой и созданием киральных объектов с заданными свойствами. Поскольку искусственные киральные среды могут быть не только трехмерными, но и плоскими, возможно изготовление экранов, создающих в определенных диапазонах частот невидимость объектов. Как правило, композиты представляют собой однородные матрицы, содержащие материальные неоднородности (частицы) различных типов, разнообразие которых велико [2–6]. Это требует применения специальных математических моделей, адекватно описывающих электрические и магнитные свойства композитных материалов. При этом существенную роль в моделях играют отношения между размерами частиц и длинами волн — в вакууме, в материале матрицы и материале неоднородностей. В [2,3] разработаны модели киральной и биизотропной сред, содержащих сферические частицы со спиральной проводимостью поверхности. В [4] исследована среда, содержащая случайно распределенные идеально проводящие спирали. Исследованы среды с биизотропными сферическими частицами [6,7]. В [8] проведены исследования по взаимодействию (прохождение и отражение) электромагнитного излучения с экранами, состоящими из композитных материалов с пространственной дисперсией. Активно исследуются многослойные и сверхпроводящие структуры [9–11, 18]. Среда с пространственной дисперсией является одним из сложных для мате-

математического моделирования классов композитных материалов [12–15]. Для них электромагнитные свойства в точке зависят от значений напряженностей электрического и магнитного полей в окрестности рассматриваемой пространственно-временной точки. В этом случае электрическая и магнитная поляризации среды в общем случае выражаются через интегральные операторы [1,14], входящие в уравнения электродинамики. Аналитическое решение уравнений Максвелла с интегральными членами требует разработки специальных методов. В связи с этим необходимо построение дифференциальных моделей сред, которые позволяли бы исследовать уравнения и получать их аналитические решения. В [15] разработана модель, описывающая распространение электромагнитных волн в материале с пространственной дисперсией, содержащем сферические частицы.

В настоящей статье на основании математической модели, разработанной в [16, 17], решена задача прохождения электромагнитных волн через плоский экран из материала с пространственной дисперсией, содержащей сферические частицы.

Для аналитического решения краевой задачи экранирования использована система линейно независимых базисных плоских электромагнитных полей [16], распространяющихся в слое экрана с пространственной дисперсией, число которых вдвое больше, чем в обычных магнитоэлектрических средах. Введены дополнительные граничные условия, накладываемые на магнитное поле на плоскостях экрана, которые обеспечивают единственность решения краевой задачи. Численно исследовано электромагнитное поле, проникшее через экран при воздействии внешнего ТЕ-поляризованного поля.

1. Экран из материала с пространственной дисперсией, содержащий сферические частицы

Пусть в пространстве E_3 с электрической и магнитной постоянными ε_0, μ_0 размещен плоский экран $D(0 < z < \Delta, -\infty < x, y < \infty)$ толщины Δ , $Oxyz$ — декартова система координат. Экран D ограничен плоскостями $\Gamma_1(z=0)$, $\Gamma_2(z=\Delta)$. Слой экрана выполнен из материала с пространственной дисперсией со сферическими частицами. В матрице экрана случайным образом распределены частицы двух сортов в виде вытянутых сфероидов $(x^2 + y^2)/a_j^2 + z^2/b_j^2 = 1$, направленных вдоль координаты Oz ; a_j, b_j — малая и большая оси сфероидов ($j = 1, 2$). В полупространстве $D_1(z < 0)$ возбуждается первичное монохроматическое электромагнитное поле $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$, $\omega = 2\pi f$ — круговая частота, f — частота поля.

Рис. 1. Плоский экран D со сферическими вытянутыми вдоль оси Oz частицами под воздействием плоской монохроматической волны.

Обозначим поля: $\vec{E}_1', \vec{H}_1'$ отраженное поле в области D_1 ; $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}_1', \vec{H}_1 = \vec{H}_0 + \vec{H}_1'$ — суммарное поле в области D_1 ; $\vec{E}_2, \vec{H}_2$ поле, проникшее в полупространство $D_2(z > \Delta)$, $\vec{E}, \vec{H}$ — поле в слое;

$$\vec{E}_j = \text{Re}(\vec{E}_j \exp(-i\omega t)), \vec{H}_j = \text{Re}(\vec{H}_j \exp(-i\omega t)); \vec{E} = \text{Re}(\vec{E} \exp(-i\omega t)), \vec{H} = \text{Re}(\vec{H} \exp(-i\omega t)).$$

Комплексные амплитуды $\vec{E}, \vec{H}$ в среде с пространственной дисперсией подчиняются уравнениям

$$\text{rot } \vec{H} = -i\omega(\varepsilon \vec{E} + \vec{P}), \text{rot } \vec{E} = i\omega(\mu \vec{H} + \vec{M}), \quad (1)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r, \mu = \mu_0 \mu_r$ — диэлектрическая и магнитная проницаемости матрицы экрана, электрическая

и магнитная поляризации определяются объемными интегралами по пространственным переменным $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$

$$\vec{P}(\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0}{V_1} \int_{D_{1M}} K_1(x - x_0, y - y_0, z - z_0; \bar{f}_1) \vec{E}(\vec{r}_0) d\vec{r}_0, \quad (2)$$

$$\vec{m}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{V_2} \int_{D_{2M}} K_2(x - x_0, y - y_0, z - z_0; \bar{f}_2) \vec{H}(\vec{r}_0) d\vec{r}_0, \quad (3)$$

где D_{jM} — вытянутый сфероид с осями a_j , b_j , и центром в точке $M(x, y, z)$, точка $M_0(x_0, y_0, z_0) \in D_{jM}$, $\vec{r} = (x, y, z)$, $V_j = \frac{4}{3}\pi b_j a_j^2$ — объем сфероида D_{jM} , $K_j(\xi)$ — заданные функции, определяющие характер пространственной дисперсии. В матрице экрана расположены частицы двух сортов: вытянутые сфероиды с осями a_1 , b_1 и электрической поляризацией (2), а также вытянутые сфероиды с осями a_2 , b_2 и магнитной поляризацией (3). Система интегро-дифференциальных уравнений (1) — (3) описывает распространение электромагнитных волн в произвольной анизотропной среде с пространственной дисперсией, содержащей сфероидальные частицы, размеры которых значительно меньше длины волны электромагнитного излучения.

Для вычисления объемных интегралов (2), (3) воспользуемся системой вытянутых сфероидальных координат $O\xi\eta\phi$ [16]

$$\begin{aligned} x &= \bar{f}[(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)]^{\frac{1}{2}} \cos \phi, & y &= \bar{f}[(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)]^{\frac{1}{2}} \sin \phi, \\ z &= \bar{f}\xi\eta, & 1 < \xi < \infty, & -1 < \eta < 1, \quad 0 \leq \phi < 2\pi. \end{aligned} \quad (4)$$

где параметр $\bar{f}$ характеризует вытянутость сфероидальных координатных поверхностей.

Для аналитического задания сфероидов D_{jM} введем вытянутые сфероидальные координаты $M\xi_j\eta_j\phi_j$ с началом координат M (M — центр сфероида), которые связаны с декартовыми координатами формулами

$$\begin{aligned} x_0 &= x + \bar{f}_j[(\xi_j^2 - 1)(1 - \eta_j^2)]^{\frac{1}{2}} \cos \phi_j, & y_0 &= y + \bar{f}_j[(\xi_j^2 - 1)(1 - \eta_j^2)]^{\frac{1}{2}} \sin \phi_j, \\ z_0 &= z + \bar{f}_j\xi_j\eta_j, & \bar{f}_j &= \sqrt{b_j^2 - a_j^2}, \quad 1 < \xi_j < \infty, \quad -1 < \eta_j < 1, \quad 0 \leq \phi_j < 2\pi. \end{aligned} \quad (5)$$

Поверхность сфероида S_j в сфероидальных координатах определяется уравнением $\xi_j = c_j$, где $c_j = b_j / \sqrt{b_j^2 - a_j^2}$.

Выразим координату ξ сфероидальной системы координат $O\xi\eta\phi$ через декартовы координаты x, y, z системы $Oxyz$, используя (4). В результате определим функцию F , входящую в интегралы (2), (3)

$$\xi = F(x, y, z; \bar{f}) = \frac{1}{\bar{f}\sqrt{2}} \left[x^2 + y^2 + z^2 + \bar{f}^2 + \left[(x^2 + y^2 + z^2 + \bar{f}^2)^2 + 4(x^2 + y^2)z^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

2. Краевая задача экранирования электромагнитных полей экранами с пространственной дисперсией

Система интегро-дифференциальных уравнений (1)-(3) описывает распространение электромагнитных волн в произвольной анизотропной среде с пространственной дисперсией, содержащей сфероидальные частицы. Для частного случая среды преобразуем интегро-дифференциальную модель к более простой дифференциальной модели уравнений с частными производными второго порядка. Для решения задачи проникновения электромагнитных волн через экран воспользуемся дифференциальной моделью, предложенной в статье [16]. Уравнения (1)-(3) моделируют композитные материалы, состоящие из частиц, размеры которых значительно меньше длины волны.

Как можно показать, с точностью до величин третьего порядка малости система интегро-дифференциальных уравнений (1) с поляризациями (2), (3) эквивалентна системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= -i\omega \left(\varepsilon_{\Pi} \vec{E} + P_1 \Delta \vec{E} + P_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E} \right), \\ \text{rot } \vec{E} &= i\omega \left(\mu_{\Pi} \vec{H} + m_1 \Delta \vec{H} + m_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{H} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где Δ — оператор Лапласа, $\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r + F_1 \int_1^{c_1} K_1(\xi)(3\xi^2 - 1)d\xi \right)$, $\mu_{\Pi} = \mu_0 \left(\mu_r + F_2 \int_1^{c_2} K_2(\xi)(3\xi^2 - 1)d\xi \right)$,

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \frac{1}{10} \varepsilon_0 \bar{f}_1^2 F_1 \int_1^{c_1} K_1(\xi) (3\xi^2 - 1) d\xi, \quad F_j = \frac{\bar{f}_j^3}{b_j a_j^2}, \\
 P_1 &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \bar{f}_1^2 F_1 \int_1^{c_1} K_1(\xi) (\xi^2 - 1) \left(\xi^2 - \frac{1}{5} \right) d\xi, \\
 m_2 &= \frac{1}{10} \mu_0 \bar{f}_2^2 F_2 \int_1^{c_2} K_2(\xi) (3\xi^2 - 1) d\xi, \\
 m_1 &= \frac{1}{10} \mu_0 \bar{f}_2^2 F_2 \int_1^{c_2} K_2(\xi) (\xi^2 - 1) \left(\xi^2 - \frac{1}{5} \right) d\xi.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Поля в областях D_1 и D_2 удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{H}_1 = -i\omega \varepsilon_0 \vec{E}_1, \quad \operatorname{rot} \vec{E}_1 = i\omega \mu_0 \vec{H}_1 \quad \text{в } D_1; \tag{9}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}_2 = -i\omega \varepsilon_0 \vec{E}_2, \quad \operatorname{rot} \vec{E}_2 = i\omega \mu_0 \vec{H}_2 \quad \text{в } D_2. \tag{10}$$

Для формулировки краевой задачи экранирования воспользуемся классическими граничными условиями непрерывности тангенциальных составляющих полей на плоскостях Γ_1 и Γ_2

$$\left(\vec{E}_{1\tau} - \vec{E}_\tau \right) \Big|_{z=0} = 0, \quad \left(\vec{H}_{1\tau} - \vec{H}_\tau \right) \Big|_{z=0} = 0, \tag{11}$$

$$\left(\vec{E}_{2\tau} - \vec{E}_\tau \right) \Big|_{z=\Delta} = 0, \quad \left(\vec{H}_{2\tau} - \vec{H}_\tau \right) \Big|_{z=\Delta} = 0. \tag{12}$$

Так как уравнения (3) являются дифференциальными уравнениями второго порядка, то для обеспечения единственности решения краевой задачи необходимо ввести дополнительные граничные условия на поверхностях Γ_1 , Γ_2 . В [8] были предложены граничные условия

$$\left(\operatorname{rot} \vec{H} \right) \Big|_{\tau, z=0} = 0, \quad \left(\operatorname{rot} \vec{H} \right) \Big|_{\tau, z=\Delta} = 0, \tag{13}$$

где $\vec{A}_\tau = \left[\vec{e}_z, \left[\vec{A}, \vec{e}_z \right] \right]$.

С учетом сказанного, для заданного первичного поля $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ сейчас требуется определить поля $\vec{E}'_1$, $\vec{H}'_1$; $\vec{E}$, $\vec{H}$; $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям (7), (9), (10) граничным условиям непрерывности тангенциальных составляющих полей (11), (12); дополнительным граничным условиям (13) и условиям излучения на бесконечность.

3. Аналитическое представление решения краевой задачи для ТЕ-поляризованного поля

В качестве первичного плоского поля, падающего на экран D , выберем ТЕ-поле $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ (вектор $\vec{E}_0$ параллелен экрану D). Для задания плоских электромагнитных полей воспользуемся базисными волновыми полями вида [14, с. 96]

$$\vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}; \alpha_1, \alpha_2; k) = \vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}; k) = \frac{ik_0}{\lambda} \vec{V}_1 \Phi(x, y) \exp(\mp vz), \tag{14}$$

$$\vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}; \alpha_1, \alpha_2; k) = \vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}; k) = \frac{1}{k} \left(\mp \frac{iv}{\lambda} k_0 \vec{V}_2 + \lambda \vec{e}_z \right) \Phi(x, y) \exp(\mp vz),$$

где k — произвольная комплексная постоянная,

$$\vec{V}_1 = \frac{1}{k_0} (\alpha_2 \vec{e}_x - \alpha_1 \vec{e}_y), \quad \vec{V}_2 = \frac{1}{k_0} (\alpha_1 \vec{e}_x + \alpha_2 \vec{e}_y), \quad \alpha_1 = k_0 \sin \theta_0 \cos \phi_0, \quad \alpha_2 = k_0 \sin \theta_0 \sin \phi_0,$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad 0 \leq \theta_0 < \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \phi_0 < 2\pi, \quad \lambda = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} = k_0 \sin \theta_0, \quad v = v(k) = \sqrt{\lambda^2 - k^2},$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arg v(k) < \frac{\pi}{2}, \quad \Phi(x, y) = \exp(i\alpha_1 x + i\alpha_2 y).$$

Поля (14) в вакууме ($k = k_0$) преобразуются к виду

$$\vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}; \alpha_1, \alpha_2; k_0) = \vec{W}_0^{(\mp 1)}(\vec{r}; k_0) = \frac{i}{\sin \theta_0} \vec{V}_1 \Phi \exp(\pm ik_0 z \cos \theta_0), \tag{15}$$

$$\vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}; \alpha_1, \alpha_2; k_0) = \vec{W}_0^{(\mp 2)}(\vec{r}; k_0) = \left(\mp \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} \vec{V}_2 + \sin \theta_0 \vec{e}_z \right) \Phi \exp(\pm ik_0 z \cos \theta_0).$$

Первичное ТЕ-поляризованное электромагнитное поле определим через поля (15)

$$\vec{E}_0 = A\vec{W}_0^{(-1)}(\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}_0 = h_0 A\vec{W}_0^{(-2)}(\vec{r}, k_0), \quad (16)$$

где $h_0 = \frac{1}{iZ_0}$, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, A — заданная амплитуда.

Через поля (15) также определим электромагнитные поля отраженное и прошедшее через экран D

$$\vec{E}'_1 = X_1\vec{W}_0^{(+1)}(\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}'_1 = h_0 X_1\vec{W}_0^{(+2)}(\vec{r}, k_0), \quad z < 0; \quad (17)$$

$$\vec{E}_2 = X_2\vec{W}_0^{(-1)}(\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}_2 = h_0 X_2\vec{W}_0^{(-2)}(\vec{r}, k_0), \quad z > \Delta, \quad (18)$$

где X_1, X_2 — амплитуды, подлежащие определению.

В [16], в рамках разработанной модели, была построена полная система базисных плоских электромагнитных полей, распространяющихся в однородной среде с пространственной дисперсией, содержащей сфероидальные частицы. Электромагнитные поля представим через поля, определяемые формулой (14), с волновыми числами $k = k_+(a_j, b_j, \omega)$ и $k = k_-(a_j, b_j, \omega)$, которые выражаются через следующие коэффициенты [16]:

$$\begin{aligned} k_{\pm} &= 2i\omega\gamma_{\pm}\mu_{\lambda} \frac{(P\mu_{\lambda} - m\varepsilon_{\lambda})}{(2P\mu_{\lambda} - B \pm C)}, \\ \gamma_{\pm} &= \sqrt{\frac{-B \pm C}{2m\mu_{\lambda}}}, \quad 0 \leq \arg \gamma_{\pm} < \pi, \\ C &= \sqrt{B^2 - 4mP\mu_{\lambda}\varepsilon_{\lambda}}, \quad 0 \leq \arg C < \pi, \\ B &= m\varepsilon_{\lambda} + P\mu_{\lambda} + \omega^2(m\varepsilon_{\lambda} - P\mu_{\lambda})^2, \\ m &= m_1 + m_2, \quad P = P_1 + P_2, \quad \varepsilon_{\lambda} = \varepsilon_{\Pi} + P_2\lambda^2, \quad \mu_{\lambda} = \mu_{\Pi} + m_2\lambda^2. \end{aligned} \quad (19)$$

В результате ТЕ-поляризованное поле в слое D аналитически запишем в виде комбинации базисных полей

$$\begin{aligned} \vec{E} &= Y_1\vec{W}^{(-1)}(\vec{r}, k_+) + Y_2\vec{W}^{(+1)}(\vec{r}, k_+) + Z_1\vec{W}^{(-1)}(\vec{r}, k_-) + Z_2\vec{W}^{(+1)}(\vec{r}, k_-), \\ \vec{H} &= Y_1\gamma_+\vec{W}^{(-2)}(\vec{r}, k_+) + Y_2\gamma_+\vec{W}^{(+2)}(\vec{r}, k_+) + Z_1\gamma_-\vec{W}^{(-2)}(\vec{r}, k_-) + Z_2\gamma_-\vec{W}^{(+2)}(\vec{r}, k_-), \end{aligned} \quad (20)$$

где коэффициенты Y_1, Y_2, Z_1, Z_2 подлежат определению.

Заметим, что поля (16)-(18) удовлетворяют уравнениям Максвелла (9), (10) а поле (20) уравнениям (7).

4. Преобразование граничных условий на экране в систему алгебраических уравнений

Удовлетворим граничным условиям (11)-(13) в совокупности и определим коэффициенты $X_j, Y_j, Z_j, j = 1, 2$, полей (17), (18), (20). Предварительно удовлетворим граничным условиям (13). Заметим, что для базисных полей (14) имеют место формулы [14, с. 98]

$$\text{rot } \vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}, k) = k\vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}, k), \quad \text{rot } \vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}, k) = k\vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}, k).$$

Тогда для поля (20)

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \gamma_+ k_+ (Y_1\vec{W}^{(-1)}(\vec{r}, k_+) + Y_2\vec{W}^{(+1)}(\vec{r}, k_+)) + \gamma_- k_- (Z_1\vec{W}^{(-1)}(\vec{r}, k_-) + Z_2\vec{W}^{(+1)}(\vec{r}, k_-)), \\ (\text{rot } \vec{H})_{\tau} &= \frac{i}{\sin \theta_0} [\gamma_+ k_+ (Y_1 \exp(-v_+ z) + Y_2 \exp(v_+ z)) + \\ &\quad + \gamma_- k_- (Z_1 \exp(-v_- z) + Z_2 \exp(v_- z))] \Phi \vec{V}_1, \end{aligned}$$

где $v_+ = \sqrt{\lambda^2 - k_+^2}$, $v_- = \sqrt{\lambda^2 - k_-^2}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \arg v_+, v_- < \frac{\pi}{2}$.

Из условия (13) следуют соотношения с коэффициентами (19)

$$\begin{aligned} \gamma_+ k_+ (Y_1 + Y_2) + \gamma_- k_- (Z_1 + Z_2) &= 0, \\ \gamma_+ k_+ (Y_1 e_+^- + Y_2 e_+^+) + \gamma_- k_- (Z_1 e_-^- + Z_2 e_-^+) &= 0, \end{aligned} \quad (21)$$

где $e_+^- = \exp(-v_+ \Delta)$, $e_+^+ = \exp(v_+ \Delta)$, $e_-^- = \exp(-v_- \Delta)$, $e_-^+ = \exp(v_- \Delta)$.

Удовлетворим граничным условиям (11), (12) предварительно вычисляя тангенциальные составляющие полей (17), (18), (20), а именно:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{1\tau} &= \vec{E}_{0\tau} + E'_{1\tau} = \frac{i}{\sin \theta_0} (A \exp(ik_0 z \cos \theta_0) + X_1 \exp(-ik_0 z \cos \theta_0)) \Phi \vec{V}_1, \\ \vec{H}_{1\tau} &= \vec{H}_{0\tau} + \vec{H}'_{1\tau} = h_0 \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} (-A \exp(ik_0 z \cos \theta_0) + X_1 \exp(-ik_0 z \cos \theta_0)) \Phi \vec{V}_2, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_{2\tau} &= \frac{iX_2}{\sin\theta_0} \Phi \exp(ik_0 z \cos\theta_0) \vec{V}_1, \quad \vec{H}_{2\tau} = -h_0 X_2 \frac{\cos\theta_2}{\sin\theta_0} \Phi \exp(ik_0 z \cos\theta_0) \vec{V}_2, \\ E_\tau &= \frac{i}{\sin\theta_0} (Y_1 \exp(-v_+ z) + Y_2 \exp(v_+ z) + Z_1 \exp(-v_- z) + Z_2 \exp(v_- z)) \Phi \vec{V}_1, \\ H_\tau &= \frac{i}{\sin\theta_0} \left(\frac{\gamma_+ v_+}{k_+} (Y_2 \exp(v_+ z) - Y_1 \exp(-v_+ z)) + \frac{\gamma_- v_-}{k_-} (Z_2 \exp(v_- z) - Z_1 \exp(-v_- z)) \right) \Phi \vec{V}_2.\end{aligned}\quad (23)$$

Подставляя выражения (22), (23) в граничные условия (11), получим уравнения

$$Y_1 + Y_2 + Z_1 + Z_2 = X_1 + A, \quad (24)$$

$$q_+ (Y_1 - Y_2) + q_- (Z_1 - Z_2) = X_1 - A, \quad (25)$$

где

$$q_+ = \frac{\gamma_+ v_+ Z_0}{k_+ \cos\theta_0}, \quad q_- = \frac{\gamma_- v_- Z_0}{k_- \cos\theta_0}.$$

Далее удовлетворим граничным условиям (12), подставляя выражения (22), (23) в равенства (12). Получим систему уравнений

$$Y_1 e_+^- + Y_2 e_+^+ + Z_1 e_-^- + Z_2 e_-^+ = X_2 F_0, \quad (26)$$

$$q_+ (Y_2 e_+^+ - Y_1 e_+^-) + q_- (Z_2 e_-^+ - Z_1 e_-^-) = X_2 F_0, \quad (27)$$

где

$$F_0 = \exp(ik_0 \Delta \cos\theta_0).$$

Таким образом, из граничных условий (11), (12), (13) получена система алгебраических уравнений (21), (24) — (27) для определения коэффициентов X_j , Y_j , Z_j , $j = 1, 2$.

5. Вычисление амплитуд электромагнитных полей

Вычисление неизвестных амплитуд X_1 , X_2 , Y_1 , Y_2 , Z_1 , Z_2 электромагнитных полей (17), (18), (20) определяющих решение краевой задачи экранирования, сведено к решению линейной системы уравнений (21), (24)–(27). Решим систему уравнений аналитически. Разрешая систему уравнений (21) относительно Y_1 и Y_2 , получим

$$Y_1 = \alpha_{11} Z_1 + \alpha_{12} Z_2, \quad Y_2 = \alpha_{21} Z_1 + \alpha_{22} Z_2, \quad (28)$$

где

$$\alpha_{11} = q(e_-^- - e_+^+), \quad \alpha_{12} = q(e_-^+ - e_+^-), \quad \alpha_{21} = q(e_+^- - e_-^-), \quad \alpha_{22} = q(e_+^+ - e_-^+), \quad q = \frac{\gamma_- k_-}{2\gamma_+ k_+ \operatorname{sh}(v_+ \Delta)}.$$

Вычитая равенства (24), (25), исключим X_1 и получим соотношение

$$Y_1 (1 - q_+) + Y_2 (1 + q_+) + Z_1 (1 - q_-) + Z_2 (1 + q_-) = 2A. \quad (29)$$

Аналогично, вычитая равенства (26), (27), придем к соотношению

$$Y_1 e_+^- (1 + q_+) + Y_2 e_+^+ (1 - q_+) + Z_1 e_-^- (1 + q_-) + Z_2 e_-^+ (1 - q_-) = 0. \quad (30)$$

В дальнейшем подставим формулы (21) в уравнения (27), (30). Получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\beta_{11} Z_1 + \beta_{12} Z_2 = 2A, \quad \beta_{21} Z_1 + \beta_{22} Z_2 = 0, \quad (31)$$

где

$$\beta_{11} = 1 - q_- + \alpha_{11} (1 - q_+) + \alpha_{21} (1 + q_+),$$

$$\beta_{12} = 1 + q_- + \alpha_{12} (1 - q_+) + \alpha_{22} (1 + q_+),$$

$$\beta_{21} = e_-^- (1 + q_-) + \alpha_{11} e_+^- (1 + q_+) + \alpha_{21} e_+^+ (1 - q_+),$$

$$\beta_{22} = e_-^+ (1 - q_-) + \alpha_{12} e_+^- (1 + q_+) + \alpha_{22} e_+^+ (1 - q_+).$$

Разрешая систему уравнений (31), определим амплитуды Z_1 , Z_2

$$Z_1 = 2A \frac{\beta_{22}}{d}, \quad Z_2 = -2A \frac{\beta_{21}}{d}, \quad d = \beta_{11} \beta_{22} - \beta_{12} \beta_{21} \quad (32)$$

Далее, из (28) определим амплитуды Y_1 , Y_2

$$Y_1 = \frac{2A}{d} (\alpha_{11} \beta_{22} - \alpha_{12} \beta_{21}), \quad Y_2 = \frac{2A}{d} (\alpha_{21} \beta_{22} - \alpha_{22} \beta_{21}). \quad (33)$$

Амплитуда отраженного поля X_1 определяется из формул (24), (32), (33)

$$X_1 = Y_1 + Y_2 + Z_1 + Z_2 - A.$$

Для практического использования наибольший интерес представляет амплитуда X_2 , поля прошедшего через экран D . В соответствии с формулой (26) имеем

$$X_2 = (Y_1 e_+^- + Y_2 e_+^+ + Z_1 e_-^- + Z_2 e_-^+) / F_0. \quad (34)$$

6. Эффективность экранирования. Вычислительный эксперимент

На практике для оценки экранирующих свойств экранов используется эффективность экранирования

$$\Theta = \frac{|\vec{E}_0|}{|\vec{E}_2|} = \frac{|A|}{|X_2|}, \quad (35)$$

где A — амплитуда ТЕ-поляризованного поля, падающего на экран; X_2 — амплитуда поля, проникшего через экран; величина X_2 , определяемая формулой (34), зависит от толщины Δ , осей a_j , b_j сфероидальных частиц и круговой частоты ω посредством величин e_+^+ , e_+^- , e_-^+ , e_-^- (см. (21)), коэффициенты Y_j , Z_j также зависят от указанных параметров и от волновых чисел k_+ , k_- .

Эффективность экранирования (35) показывает во сколько раз ослабевает внешнее электрическое поле (16) при прохождении через плоский экран из области D_1 в область D_2 . Для численного исследования экранирующих свойств экрана в качестве функций $K_j(p)$, характеризующих пространственную дисперсию, мы выбрали экспоненциально убывающие функции вида

$$K_j(\xi) = M_j \bar{K}_j(\xi), \quad \bar{K}_j(\xi) = \frac{\exp(-\bar{a}_j \xi) - \exp(-\bar{a}_j c_j)}{\exp(-\bar{a}_j) - \exp(-\bar{a}_j c_j)}, \quad 1 \leq \xi \leq c_j, \quad j = 1, 2, \quad (36)$$

где $\bar{a}_j, M_j = M_j^{(1)} + iM_j^{(2)}$ — заданные постоянные.

Легко убедиться, что функция $\bar{K}_j(p)$ принимает максимальное значение 1 на оси сфероида Oz в точках $-\bar{f}_j \leq z \leq \bar{f}_j$ ($\xi = 1$) и экспоненциально затухает в направлении к поверхности сфероида, принимая нулевое значение на поверхности сфероида ($\xi = c_j$) и вне сфероида.

Подставляя (36) в (8), получаем

$$\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_0(\varepsilon_r + M_1 J_1), \quad \mu_{\Pi} = \mu_0(\mu_r + M_2 J_2), \quad (37)$$

где $J_j = F_j \int_1^{c_j} \bar{K}_j(\xi)(3\xi^2 - 1)d\xi$.

Рассмотрим проводящие частицы с электрической поляризацией. Для функций (36) положим $\bar{a}_1 = 2$, $\bar{a}_2 = 1$, $M_1^{(1)} = 1$, $M_1^{(2)} = \sigma$, $M_2^{(1)} = 1$, $M_2^{(2)} = 0$. С одной стороны, безразмерная величина σ характеризует функции, определяющие пространственную дисперсию экрана. С другой стороны, величину σ можно интерпретировать как безразмерную удельную электрическую проводимость на частоте ω . Действительно, в соответствии с формулами (37) для комплексной диэлектрической проницаемости имеем

$$\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r' + i \frac{\sigma_p}{\omega \varepsilon_0} \right),$$

где $\varepsilon_r' = \varepsilon_r + J_1$, $\sigma_p = \sigma_n \sigma$ — размерная удельная электрическая проводимость, измеряемая в См/м; $\sigma_n = \omega \varepsilon_0 J_1$ — опорная удельная электрическая проводимость (См/м), выбранная для перехода к безразмерной проводимости σ .

На частоте $f = 10^9$ Гц для сфероида с осями $a_1 = 0.707 \cdot 10^{-4}$ м, $b_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ м величина $\sigma_n = 2.61855 \cdot 10^{-2}$ См/м, а для сфероидальной системы координат: $\bar{f}_1 = 1.87087 \cdot 10^{-4}$ м, $c_1 = 1.06902$, $F_1 = 6.55033$, $J_1 = 0.47069$. Значение величины σ будем варьировать в пределах от 10^5 до 10^8 .

Для первичного поля (15) положим $A = 1$, так как амплитуда A в силу линейности краевой задачи не влияет на эффективность экранирования (35). В вычислительном эксперименте исследовалась эффективность экранирования $\Theta = \Theta(f)$ (35) экрана из материала с пространственной дисперсией в зависимости от частоты поля f в диапазоне частот $10^8 \leq f \leq 3 \cdot 10^{10}$ Гц.

На рис. 2 представлены графики зависимости эффективности экранирования электромагнитного поля для экрана со сфероидальными частицами от частоты f при различных углах падения θ_0 . Из рисунка видно, что эффективность экранирования изменяется с частотой и имеет характерный максимум в области $3.5 \cdot 10^8$ Гц. Величина эффективности экранирования очень сильно зависит от угла падения излучения на экран. При нормальном падении $\theta_0 = 0$ (кривая 1), Θ в максимуме составляет 250, при угле $\theta_0 = \pi/4$ (кривая 2) уже составляет 350, а при угле $\theta_0 = 2\pi/5$ (кривая 3) равна 800. Такая сильная зависимость объясняется тем, что с увеличением угла падения возрастает доля излучения, отраженного от экрана, что и приводит к увеличению эффективности экранирования.

На рис. 3 представлены графики зависимости эффективности экранирования электромагнитного поля от частоты в случае, когда экран образован сферическими частицами при тех же углах падения. При проведении расчетов предполагалось, что объемы сфероидальных и сферических частиц одинаковы.

Рис. 2. Эффективность экранирования плоского электромагнитного поля, распространяющегося под углами θ_0 к экрану D со сфероидальными частицами. $\Delta = 2.5 \cdot 10^{-4}$ м, $\varepsilon_r = 10$, $\mu_r = 1$, $\bar{a}_1 = 2$, $\bar{a}_2 = 1$, $A = 1$, $f_1 = 1 \cdot 10^8$ Гц, $f_2 = 1 \cdot 10^9$ Гц, $a_1 = 0.707 \cdot 10^{-4}$ м, $a_2 = 0.707 \cdot 10^{-4}$ м, $b_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ м, $b_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ м, $M_1^{(1)} = 1$, $M_1^{(2)} = \sigma = 1 \cdot 10^8$, $M_2^{(1)} = 1$, $M_2^{(2)} = 0$, $\sigma = 10^8$, $\sigma_p = 2.61855 \cdot 10^6$ См/м, $1 - \theta_0 = 0$, $2 - \theta_0 = \pi / 4$, $3 - \theta_0 = 2\pi / 5$.

Из рисунка видно, что характер зависимости $\mathcal{E}$ от частоты при различных углах падения такой же, как и в случае, когда экран состоит из сфероидальных частиц. Главное отличие состоит в том, что максимальные значения эффективности экранирования на порядок выше и сдвинуты в сторону меньших частот. Это означает, что эффективность экрана, составленного из одинаковых сферических частиц, значительно превосходит эффективность экрана со сфероидальными частицами. По-видимому, это связано с тем, что сечение сферических частиц плоскостью Oxy больше сечения сфероидальных частиц, вытянутых вдоль оси Oz , при этом объёмы сферических и сфероидальных частиц одинаковы. Поэтому доля прошедшего через экран излучения вдоль оси Oz для сфероидальных частиц меньше.

Рис. 3. Эффективность экранирования плоского электромагнитного поля, распространяющегося под углами θ_0 к экрану D со сферическими частицами.

Исходные параметры

$$\Delta = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \varepsilon_r = 10, \mu_r = 1, \bar{a}_1 = 2, \bar{a}_2 = 1, A = 1, f_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ Гц}, f_2 = 1 \cdot 10^9 \text{ Гц}, \\ R_1 = 10^{-4} \text{ м}, R_2 = 10^{-4} \text{ м}, M_1^{(1)} = 1, M_1^{(2)} = \sigma = 1 \cdot 10^8, M_2^{(1)} = 1, M_2^{(2)} = 0, \\ 1 - \theta_0 = 0, 2 - \theta_0 = \pi / 4, 3 - \theta_0 = 2\pi / 5.$$

На рис. 4 представлены графики зависимости эффективности экранирования электромагнитного поля от частоты при различных значениях параметра σ и при двух углах падения, а именно: $\theta_0 = 0$ (рис. 4(а)), и $\theta_0 = \pi / 4$ (рис. 4(б)). Из рис. 4(а) видно, что при нормальном падении эффективность экранирования сильно зависит от значения параметра σ , фактически определяющего проводимость материала экрана. В зависимости $\mathcal{E}$ от частоты наблюдается характерный максимум, значение которого наибольшее при $\sigma = 10^7$ (кривая 1). С уменьшением значения σ до $\sigma = 10^6$ (кривая 2) его величина уменьшается и сдвигается в сторону больших частот, а при $\sigma = 10^5$ максимум практически исчезает и, в рассматриваемой обла-

сти частот, зависимость $\mathcal{E}$ от f носит монотонный характер. Физически это, по-видимому, связано с тем, что в материале проводящего экрана амплитуда волны в процессе распространения уменьшается, то есть в проводящей среде электромагнитная волна распространяется с затуханием амплитуды. Оценки показывают, что в рассматриваемой области частот глубина проникновения излучения в экран пропорциональна $\sigma^{-1/2}$, а значит с уменьшением σ она растет, что может приводить к уменьшению эффекта экранирования. Наличие максимумов связано с зависимостью глубины проникновения от частоты и проявлением некоторых резонансных эффектов. При наклонном падении ($\theta_0 = \pi/4$) характер зависимости $\mathcal{E}$ от f сохраняется, но эффективность экранирования в максимумах имеет большие значения.

Рис. 4. Эффективность экранирования плоского электромагнитного поля экраном с различными проводимостями σ экрана D со сфероидальными частицами.

Исходные параметры а) $-\theta_0 = 0$, б) $-\theta_0 = \pi/4$,

$$\Delta = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \varepsilon_r = 10, \mu_r = 1, \bar{a}_1 = 2, \bar{a}_2 = 1, A = 1, f_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ Гц}, f_2 = 1 \cdot 10^9 \text{ Гц},$$

$$a_1 = 0,707 \cdot 10^{-4} \text{ м}, a_2 = 0,707 \cdot 10^{-4} \text{ м}, b_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}, b_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м},$$

$$M_1^{(1)} = 1, M_1^{(2)} = \sigma, M_2^{(1)} = 1, M_2^{(2)} = 0, 1 - \sigma = 10^7, 2 - \sigma = 10^6, 3 - \sigma = 10^5.$$

Заключение

В настоящей статье на основании математической модели, разработанной в [13,14], решена краевая задача прохождения плоских электромагнитных волн через плоский однослойный тонкостенный экран из материала с пространственной дисперсией, содержащей сфероидальные частицы. Для формулировки краевой задачи экранирования использовались классические граничные условия непрерывности тангенциальных составляющих полей на граничных плоскостях Γ_1 и Γ_2 . Введены дополнительные граничные условия, накладываемые на магнитное поле на плоскостях экрана, которые обеспечивают единственность решения краевой задачи.

Задача экранирования электромагнитных полей экранами с пространственной дисперсией решалась аналитически путем преобразования интегро-дифференциальной модели к более простой дифференциальной модели уравнений с частными производными второго порядка. Получены выражения для амплитуд электромагнитных полей, определяющих решение краевой задачи экранирования. На практике для оценки экранирующих свойств экранов используется величина $\mathcal{E}$ — эффективность экранирования, определяющая отношение амплитуды электромагнитного поля, падающего на экран, к величине амплитуды поля, проникшего через экран. Численно исследована эффективность экранирования ТЕ-поляризованного поля (вектор $\vec{E}_0$ параллелен экрану). Для оценки экранирующих свойств материала экрана проведено исследование эффективности экранирования $\mathcal{E}$ в зависимости от частоты поля в диапазоне частот $10^8 < f < 3 \cdot 10^{10}$ Гц при различных значениях угла падения электромагнитного излучения на экран. Определен диапазон частот и углов, где величина $\mathcal{E}$ максимальна. Проведен учет влияния на эффективность экранирования формы частиц. Показано, что для сферических и сфероидальных частиц одинаковых объемов эффективность экрана со сферическими частицами превосходит эффективность экрана со сфероидальными частицами. Проведено также исследование влияния на эффективность экранирования проводимости материала экрана в различных диапазонах частот. Показано, что эффективность экранирования сильно зависит от значения проводимости материала экрана и растет с увеличением значения удельной электрической проводимости σ .

Список литературы

1. Виноградов А. П. Электродинамика композитных материалов. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 206 с.
2. Костин М. В., Шевченко В. В. К теории киральной среды на основе сферических спирально-проводящих частиц // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 8. С. 921–926.
3. Шатров А. Д. Модель биизотропной среды из резонансных сферических частиц с идеальной смешанной проводимостью поверхности вдоль спиральных линий // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. № 10. С. 1168–1170.
4. Ерофеенко В. Т., Демидчик В. И., Малый С. В., Корнев Р. В. Проникновение электромагнитных волн через композитные экраны, содержащие идеально проводящие спирали // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 4. С. 740–746.
5. Балагуров Б. Я. О влиянии формы включений на проводимость двумерных моделей композитов // Журнал технической физики. 2011. Т. 81. Вып. 5. С. 5–8.
6. Ерофеенко В. Т. Электродинамическая модель расчета эффективных параметров композитов из сферических биизотропных частиц // Информатика. 2014. № 1. С. 45–58.
7. Ерофеенко В. Т., Бондаренко В. Ф. Экранирование электромагнитных полей экранами из матричных композитов, содержащих биизотропные частицы // Информатика. 2014. № 3. С. 28–43.
8. Ерофеенко В. Т., Бондаренко В. Ф. Экранирование электромагнитных волн плоским однослойным экраном из материалов с пространственной дисперсией // Информатика. 2017. № 4. С. 5–15.
9. Бондаренко В. Ф., Ерофеенко В. Т. Экранирование импульсных электромагнитных полей многослойными плоскопараллельными экранами с чередующимися магнитными и немагнитными слоями // Физические основы приборостроения. 2017. Т. 6. № 2. С. 53–66.
10. Иванов О. В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах. Ульяновск: УлГТУ, 2010. 262 с.
11. Кравченко В. Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. М.: Физматлит, 2006. 280 с.
12. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979. 432 с.
13. Силин Р. А., Тимошина И. Р. Обратные волны и пространственная дисперсия // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 7. С. 725–733.
14. Ерофеенко В. Т., Козловская И. С. Аналитическое моделирование в электродинамике. М.: ДК Либроком, 2014. 304 с.
15. Ерофеенко В. Т. Моделирование распространения электромагнитных волн в средах с пространственной дисперсией // Информатика. 2017. № 3. С. 5–12.
16. Ерофеенко В. Т., Урбанович А. И. Математическая модель распространения электромагнитных волн в композитных средах со сфероидальными частицами // Информатика. 2018. Т. 15. № 3. С. 102–112.
17. Ерофеенко В. Т., Урбанович А. И. Моделирование взаимодействия электромагнитного излучения со средой с пространственной дисперсией, содержащей сфероидальные частицы // Труды XXVIII Международной конференции «Радиационная физика твердого тела» (Севастополь, 9 июля — 14 июля 2018 г.), под ред. Г. Г. Бондаренко. М., ФГБНУ «НИИ ПМТ». 2018. С. 481–490.
18. Кравченко В. Ф., Кравченко О. В. Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники. М.: Техносфера, 2018. 696 с. ISBN 978-5-94836-518-3

Поступила 20 мая 2019 г.

THE MODELING OF SCREENING OF ELECTROMAGNETIC RADIATION BY MEANS OF SCREENS OF SPACE DISPERSION MATERIAL, CONTAINING SPHEROIDAL PARTICLES

V.F. BONDARENKO, V.T. EROFEENKO, AND A.I. URBANOVICH

doi: 10.25210/jfop-1902-091101

This paper presents a solution of the boundary-value problem of electromagnetic wave transmission through a plane screen of space dispersion material with spheroidal particles on the basis of a developed mathematical model. The boundary-value problem of screening was solved using a system of linearly independent plane basic electromagnetic fields propagating in a layer of the space dispersion screen, the number of which was twice that in ordinary magnetoelectric materials. To formulate the boundary-value problem of screening, the classical boundary conditions of continuity of the tangential components for fields at the boundary planes have been used. Additional boundary conditions have been introduced for the magnetic field across the screen planes to guarantee uniqueness of a solution of the boundary-value problem. The analytical solution has been found by transformation of an integro-differential model to a simpler differential model comprising the second-order equations with partial derivatives. The screening effectiveness $\mathfrak{D}$ of materials has been studied depending on the field frequency over the range $10^8 < f < 3 \cdot 10^{10}$ Hz and on different values of the electromagnetic radiation incidence angle. Ranges of the frequencies and angles associated with a maximal value of $\mathfrak{D}$ have been established. The effect of the particle form on the screening efficiency has been included. It has been shown that a screen with spherical particles has a higher efficiency as compared to that with spheroidal particles of the same volume. Also, the effect of the screen material conductivity on the screening efficiency has been studied over different frequency ranges.

РЕДАКЦИЯ ЖУРНАЛА ПОЗДРАВЛЯЕТ
АКАДЕМИКА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ВЛАДИСЛАВА ИВАНОВИЧА ПУСТОВОЙТА
С ПРИСУЖДЕНИЕМ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРЕМИИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ В ОБЛАСТИ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ 2018 ГОДА
И ЖЕЛАЕТ ЕМУ ДОБРОГО ЗДОРОВЬЯ, УДАЧИ
И ВОПЛОЩЕНИЯ НОВЫХ ТВОРЧЕСКИХ ИДЕЙ!

УКАЗ

ПРЕЗИДЕНТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**О присуждении Государственных премий Российской
Федерации в области науки и технологий 2018 года**

Рассмотрев предложения Совета при Президенте Российской Федерации по науке и образованию, п о с т а н о в л я ю:

Присудить Государственные премии Российской Федерации в области науки и технологий 2018 года и присвоить почетное звание лауреата Государственной премии Российской Федерации в области науки и технологий:

Митрофанову Валерию Павловичу, доктору физико-математических наук, профессору кафедры физики колебаний отделения радиопизики физического факультета федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова", Пустовойту Владиславу Ивановичу, доктору физико-математических наук, академику Российской академии наук, научному руководителю федерального государственного бюджетного учреждения науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Хазанову Ефиму Аркадьевичу, доктору физико-математических наук, члену-корреспонденту Российской академии наук, заместителю директора по научной работе федерального государственного бюджетного научного учреждения "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук", - за создание фундаментальных основ и инструментальных решений проблем регистрации гравитационных волн;

2

Наумкину Виталию Вячеславовичу, доктору исторических наук, академику Российской академии наук, научному руководителю федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт востоковедения Российской академии наук, - за выдающийся вклад в востоковедение (арабистика и исламоведение);

Порханову Владимиру Алексеевичу, доктору медицинских наук, академику Российской академии наук, главному врачу государственного бюджетного учреждения здравоохранения "Научно-исследовательский институт - Краевая клиническая больница № 1 имени профессора С.В.Очаповского" Министерства здравоохранения Краснодарского края, Паршину Владимиру Дмитриевичу, доктору медицинских наук, члену-корреспонденту Российской академии наук, заведующему хирургическим торакальным отделением Университетской клинической больницы № 1 федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования Первый Московский государственный медицинский университет имени И.М.Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации (Сеченовский Университет), Харченко Владимиру Петровичу, доктору медицинских наук, академику Российской академии наук, научному руководителю федерального государственного бюджетного учреждения "Российский научный центр рентгенорадиологии" Министерства здравоохранения Российской Федерации, - за научное обоснование и внедрение в клиническую практику новой концепции снижения заболеваемости и смертности у пациентов со стенотическими заболеваниями трахеи.

Президент
Российской Федерации В.Путин

Москва, Кремль
10 июня 2019 года
№ 234

РУБРИКИ ЖУРНАЛА

Обзоры Reviews	Физические основы приборостроения для биологии и медицины Physical Bases of Instrumentation for Biology and Medicine
Математическое моделирование физических процессов Mathematical Modeling of Physical Processes	Методы высокоточных измерений и воспроизведения физических величин Methods of High-Precision Measurements and Reproduction of Physical Values
Приборы и методы быстропротекающих физических процессов Devices and Methods of Fast-Proceeding Physical Processes	Приборы и методы экспериментальной физики The devices and methods of experimental physics
Приборы и методы оценки погрешности физических величин Devices and Methods of an Assessment of an Error of Physical Values	Физические основы приборов и устройств Physical Bases of Instruments and Devices
Приборы и методы физики и техники СВЧ диапазона Microwave Range Devices and Methods of Physics and Techniques	Приборы и устройства Instruments and Devices
Приборы и методы измерений в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах Devices and Methods of Measurements in Millimeter and Submillimeter Ranges	Оптические материалы и технологии Optical Materials and Technologies
Лазерная физика и техника Laser Physics and Technique	Спектральные методы и устройства Spectral Methods and Devices
Приборы и методы дистанционного зондирования Devices and Methods of Remote Sensing	Акустооптические и оптоакустические методы и устройства Acousto-optic and Opto-Acoustic Methods and Devices
Радиолокационные средства и системы Radars and Systems	Физика плазмы в приборостроении Plasma Physics in Instrumentation
Физические основы приборов и устройств метрологии Physical Bases of Metrology Instruments and Devices	Физика и техника плазмы Physics and Technique of Plasma
Проблемы оптического приборостроения на основе метаматериалов Problems of Optical Instrumentation on the Basis of Metamaterials	Новые математические и физические методы New Mathematical and Physical Methods
Проблемы обработки сигналов и изображений в акустооптике и радиофизике Problems of Signal and Image Processing in Acousto-Optics and Radiophysics	R-функции, атомарные функции, вейвлеты, фракталы и хаос в физике и технике R-functions, Atomic Functions, Wavelets, Fractals, and Chaos in Physics and Engineering
Проблемы атомной науки и техники Problems of Atomic Science and Technology	Электродинамика искусственных сред и структур Electrodynamics of Artificial Materials and Structures
Информационно-измерительные системы Information-Measuring System	Электродинамика низко и высокотемпературных сверхпроводящих структур Electrodynamics of Low- and High-Temperature Superconducting Structures
Методы радиолокационных и радиометрических измерений Methods of Radar and Radiometric Measurements	Новости науки Science News
Физические основы космического приборостроения Physical Bases of Space Instrumentation	Краткие сообщения Brief Communications
	Памятные даты Memorable Dates
	Наши юбиляры Our Hero of the Day
	В помощь экспериментатору To Help the Experimenter
	Информация Information

«ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

1. К публикации принимаются оригинальные работы, не предназначенные для публикации в других изданиях.
2. Необходимы следующие материалы:
 - сопроводительное письмо,
 - акт экспертизы,
 - соответствующий индекс универсальной десятичной классификации (УДК) литературы,
 - название на русском и английском языках,
 - фамилии и инициалы авторов на русском и английском языках (фамилии следуют в алфавитном порядке),
 - аннотацию на русском и английском языках,
 - ключевые слова на русском и английском языках,
 - краткое содержание статьи (реферат) на русском и английском языках объемом 1–2 с,
 - текст статьи вместе с рисунками и таблицами,
 - список литературы в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008,
 - краткие сведения об авторах, включающие контактный телефон, фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень (звание), место работы, служебные и домашние адреса авторов с обязательным указанием почтового индекса и номеров телефонов, адрес электронной почты (на отдельной странице на русском и английском языках).
3. Статья представляется в виде файлов формата **MS Word 97-2003 (*.doc)** и одного экземпляра распечатки с полуторным межстрочным интервалом. Файлы могут быть записаны на оптический (CD, DVD) носитель, а также высланы по электронной почте редакции. Статья должна иметь сквозную нумерацию.
4. При наборе текста используются стандартный True Type шрифт — Times New Roman. Устанавливаемый размер бумаги — А4 (210×297 мм).
5. Формульные выражения, а также отдельные символы выполняются исключительно в редакторе формул **MathType**.
6. Иллюстрации выполняют в виде **графических файлов** (цветных/черно-белых) в **растровом** (*.tiff с **сжатием без потери качества** (LZW) или *.png) или **векторном** формате. Разрешение изображений должно быть не хуже **300 dpi** и шириной не менее 8 см (абсолютные размеры изображения **не менее 1000×1000 точек**). Все иллюстрации сопровождаются подрисуночными подписями (не повторяющими фразы-ссылки на рисунки в тексте), включающими в себя номер, название и при необходимости условные обозначения.

Рисунки должны соответствовать следующим требованиям:

 - буквенные и цифровые обозначения на рисунках по **начертанию и размеру** должны соответствовать обозначениям в тексте статьи,
 - текстовая информация и условные обозначения выносятся из рисунка в текст статьи или подрисуночные подписи,
 - для оформления рисунков **не допускается применять средства рисования Word**, а также таблицы. Режим обтекания только «в тексте» с выравниванием по центру.

Иллюстрации должны быть включены в текст, а также представлены отдельными графическими файлами.

7. Термины, определения и единицы физических величин должны соответствовать действующим ГОСТ.
8. В формулах латинские буквы следует набирать курсивом, а цифры, греческие строчные и прописные символы прямо. Векторы и матрицы следует набирать прямыми жирным шрифтом; «exp(·)» в значении экспоненты набирать прямым светлым шрифтом. В индексах сокращения от русских и английских слов следует набирать прямым шрифтом.
9. Формулы нумеруются в круглых скобках (например, (2)), литературные ссылки в прямых — [2], подстрочные замечания оформляются сноской.
10. На последней странице рукописи должны быть подписи всех авторов.
11. Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.
12. Рукописи, в которых не соблюдены данные требования, возвращаются авторам без рассмотрения.
13. Редакция оставляет за собой право использовать наиболее интересные статьи в периодических тематических сборниках библиотек журнала. Предоставление редакции рукописи является подтверждением согласия автора на указанное выше использование его произведения.
14. Авторы статей несут ответственность за полноту и достоверность цитируемой в них литературы, а также за публикацию заимствованного материала без ссылки на источник.
15. За достоверность сведений, изложенных в публикациях, редакция и издатель ответственности не несут.
16. За публикацию материалов, содержащих закрытые сведения, авторы несут персональную ответственность на основании действующих законодательных актов.
17. Итоговое решение об одобрении или отклонении представленного в редакцию материала принимается редакционной коллегией и является окончательным.

3-Я ЕЖЕГОДНАЯ ВЫСТАВКА-СЕМИНАР «СОВРЕМЕННЫЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ»

ОРГАНИЗАТОР

Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

ПРИ УЧАСТИИ

Министерства науки и высшего образования Российской Федерации,
Отделения нанотехнологий и информационных технологий Российской академии наук,
Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук,
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова,
Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана,
МИРЭА — Российского технологического университета

ПРИГЛАШЕНИЕ

Уважаемые коллеги, приглашаем Вас принять участие в работе 3-й Выставки-семинара «Современные приборы для физических исследований», которая будет проходить 4 декабря 2019 года по адресу: г. Москва, ул. Бутлерова, д. 15, НТЦ УП РАН.

Основной тематикой Выставки является разработка приборов и технических систем для оптики, спектроскопии, радиотехники, передачи, хранения и обработки информации. На семинаре планируется обсудить современные достижения в приборостроении и разработке технических систем.

В рамках Выставки-семинара «Современные приборы для физических исследований» будут представлены доклады-презентации, проведено Пленарное заседание и Круглый стол «Перспективы научного приборостроения».

Для участия заявке необходимо направлять на электронную почту expo@ntcup.ru пометкой «Выставка-2019». В заявке необходимо указать название доклада, выставляемое оборудование, его характеристики, область применения, технические условия размещения (габариты, вес, потребность в электричестве и др.), а также список представителей (форма заявки «**Participation-MDPI-EXPO-2019.rtf**» размещена по адресу <http://ntcup.ru/expo-2019/>).

Отбор заявок проходит в порядке поступления. Участие бесплатное.

Адрес: Москва, ул. Бутлерова, д.15
Тел: +7 (495) 333-61-02
Факс: +7 (495) 334-75-00
E-mail: expo@ntcup.ru
WEB: <http://ntcup.ru>

ИНФОРМАЦИЯ

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ, В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ТЕХНОСФЕРА» ВЫШЛИ МОНОГРАФИИ

Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В. Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами. М.: Техносфера, 2019 (Дополнительный тираж). 182с.

ISBN 978-5-94836-506-0

Под редакцией заслуженного деятеля науки РФ,
доктора физико-математических наук, профессора В.Ф. Кравченко

Аннотация

Монография посвящена исследованию, развитию и разработке методов анализа физических систем на основе теорий атомарных, R- и WA- систем функций, построению алгоритмов обработки и моделирования процессов дистанционного зондирования и радиоастрономии с целью улучшения физических характеристик передачи, восстановления и распознавания многомерных сигналов. Рассматриваются новые весовые функции (окна) и фильтры с конечной импульсной характеристикой на их основе, а также ортогональные и аналитические вейвлеты. Исследована обобщенная теорема отсчетов на основе атомарных функций и её частные случаи. Разработан алгоритм синтеза многомерных функций с произвольной геометрией опорной области. Предложено и обосновано обобщение функции неопределенности по времени и частоте применительно к анализу сложных зондирующих сигналов. Книга предназначена для научных работников, аспирантов и студентов, работающих в области цифровой обработки сигналов применительно к современным задачам радиопизики и радиотехники.

Кравченко В.Ф., Кравченко О.В. Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники. М.: Техносфера, 2018. 696с.

ISBN 978-5-94836-518-3

Под редакцией заслуженного деятеля науки РФ,
доктора физико-математических наук, профессора В.Ф. Кравченко

Аннотация

В монографии изложены конструктивные методы алгебры логики, теория R-функций (функций В.Л. Рвачева), атомарных функций (АФ), вейвлетов, WA-систем функций и фракталов применительно к задачам современной физики и техники. Теория R-функций, содержащая в себе идеи булевой алгебры и аналитической геометрии, представляет собой универсальный математический аппарат, позволяющий в неявном виде получать уравнения границ областей произвольной геометрии. На основе этих уравнений осуществляется построение структур решения краевых задач в областях сложной формы, т.е. таких аналитических выражений, которые априори удовлетворяют заданным краевым условиям. Структуры решения зависят от неопределенных компонент, находящихся из условия минимизации функционала Ритца или одним из проекционных методов.

В главах 1–4 и приложениях описаны алгоритмы и приведены многочисленные примеры решения различных типов внешних и внутренних краевых задач электростатики и электродинамики в областях сложной формы. В главе 5 рассмотрено построение новых ортогональных вейвлетов Кравченко на основе атомарных функций. Глава 6 посвящена построению новых конструкций ортогональных вейвлетов на основе АФ $h(x)$. Обосновано обобщение функции неопределенности (ФН) по времени и частоте на основе семейства АФ применительно к цифровой обработке сигналов в антенных системах. Исследован новый класс аналитических вейвлетов Кравченко–Рвачева (АКР-вейвлетов). В главе 7 предложен и обоснован новый метод решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа на основе R-функций и вейвлетов применительно к волноводам сложного поперечного сечения. В главе 8 и приложении к ней построен и обоснован новый класс фрактальных функций с учетом специфических свойств атомарных функций. Впервые получены новые синтезированные атомарно-фрактальные функции в комбинациях с классическими фрактальными функциями. Проведен численный эксперимент для одномерных, двумерных и кольцевых фрактальных антенных решеток.

Монография представляет интерес для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов радиофизических и радиотехнических специальностей, а также специалистов, работающих в области вычислительной математики и физики. Рукопись монографии Кравченко В.Ф., Кравченко О.В. «Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники» была рассмотрена на заседании Ученого совета Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН 25 декабря 2015 года (выписка из протокола № 7) и рекомендована к опубликованию. При оформлении обложки использована иллюстрация знаменитой шахматной партии (Р. Фишер — М. Тайманов, Ванкувер, 1971), комментарий см. на стр. 695.

мир цифровой обработки

В.Ф. КРАВЧЕНКО,
Д.В. ЧУРИКОВ

Цифровая обработка
сигналов атомарными
функциями и вейвлетами

КРАВЧЕНКО ВИКТОР ФИЛИППОВИЧ –
ЗАСЛУЖЕННЫЙ ДЕЯТЕЛЬ НАУКИ РФ, Д.Ф.-М.Н.,
ПРОФЕССОР, ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ И
ЭЛЕКТРОНИКИ ИМ. В. А. КОТЕЛЬНИКОВА РАН,
НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
УНИКАЛЬНОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ РАН,
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

ЧУРИКОВ ДМИТРИЙ ВИКТОРОВИЧ –
К.Ф.-М.Н., ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ
И ЭЛЕКТРОНИКИ ИМ. В. А. КОТЕЛЬНИКОВА РАН,
НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
УНИКАЛЬНОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ РАН,
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)
РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

- ИССЛЕДОВАНИЕ, РАЗВИТИЕ И РАЗРАБОТКА
МЕТОДОВ АНАЛИЗА ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ
НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ АТОМАРНЫХ,
• R- И WA-СИСТЕМ ФУНКЦИЙ
• ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ И
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ
ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ И
РАДИОАСТРОНОМИИ В ЦЕЛЯХ УЛУЧШЕНИЯ
ФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕДАЧИ
• ВОССТАНОВЛЕНИЯ И РАСПОЗНАВАНИЯ
МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ.

ТЕХНОСФЕРА

ISBN 978-5-94836-510-3
9 785948 365103

Цифровая обработка
сигналов атомарными
функциями и вейвлетами

цифровой обработки

XI
◆
15

цифровой обработки

В.Ф. КРАВЧЕНКО,
Д.В. ЧУРИКОВ

Цифровая обработка
сигналов атомарными
функциями и вейвлетами

ТЕХНОСФЕРА

Харьковский национальный университет
им. В.Н. Каразина

Московский государственный
технический университет
им. Н.Э. Баумана

Институт радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН

В.Ф. Кравченко
О.В. Кравченко

КОНСТРУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ
ЛОГИКИ, АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ,
ВЕЙВЛЕТОВ, ФРАКТАЛОВ В ЗАДАЧАХ
ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ

В.Ф. Кравченко, О.В. Кравченко

КОНСТРУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ, АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ, ВЕЙВЛЕТОВ, ФРАКТАЛОВ В ЗАДАЧАХ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ

ISBN 978-5-94836-510-3
9 785948 365103

ТЕХНОСФЕРА

ISSN 2225-4293

9 772225 429003 >

<http://jfop.ru>

<http://dx.doi.org/10.25210/jfop-1902>