ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

ISSN: 2225-4293

2018. Том 7. № 3 (29)

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ. 2018. Т. 7. № 3 (29)

Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

Учредители: Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Кравченко Виктор Филиппович, Пустовойт Владислав Иванович

Издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

Журнал зарегистрирован 15 февраля 2000 г. Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовой информации

Свидетельство о регистрации ПИ № 77–1685

Физические Основы Приборостроения

2018. Том 7. № 3 (29)

doi: 10.25210/jfop-1803

ISSN 2225–4293

Журнал «**Физические основы приборостроения**» включен:
- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В список журналов базы данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Пустовойт В.И., гл. редактор, академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Кравченко В.Ф., зам. гл. редактора, д.ф.–м.н., проф.
Боголюбов А.Н., д.ф.–м.н., проф.
Боритко С.В., д.ф.–м.н., проф.
Быков А.А., д.ф.–м.н.
Булатов М.Ф., д.ф.–м.н., проф.
Виноградов Е.А., член-корр. РАН, д.ф.–м.н., проф.
Гуляев Ю.В., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Дианов Е.М., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Дмитриев А.С., д.ф.–м.н., проф.
Компанец О.Н., д.ф.–м.н., проф.
Крохин О.Н., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Крюковский А.С., д.ф.–м.н., проф.
Кутуза Б.Г., д.ф.–м.н., проф.
Лукин Д.С., д.ф.–м.н., проф.
Мазур М.М., д.т.н.
Морозов А.Н., д.ф.–м.н., проф.
Назаров Л.Е., д.ф.–м.н.
Панич А.Е., д.т.н., проф.
Панич А.А., д.т.н., проф.
Пожар В.Э., д.ф.–м.н.
Садовничий В.А., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Самохин А.Б., д.ф.–м.н., проф.
Сидняев Н.И., д.т.н., проф.
Синявский Г.П., д.ф.–м.н., проф.
Татаренко Н.И., д.ф.–м.н.
Федоров И.Б., академик РАН, д.т.н., проф.

ЗАРУБЕЖНЫЕ ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

Буц В.А., д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Волосюк В.К., д.т.н., проф. (Украина)
Загородний А.Г., академик НАН Украины, иностранный член РАН, д.ф.–м.н., профессор (Украина)
Кобаяши К., проф. (Япония)
Кураев А.А., д.ф.–м.н., проф. (Беларусь)
Луценко В.И., д.ф.–м.н., (Украина)
Мартиросян Р.М., академик НАН Республики Армения, иностранный член РАН, д.ф.-м.н.. проф. (Республика Армения)
Мележик П.Н., академик НАН Украины, д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Миттра Р., проф. (США)
Павликов В.В., д.т.н., (Украина)
Перес-Меана Э., проф. (Мексика)
Пономарев В.И., д.т.н., проф. (Мексика)
Ра Д., проф. (Корея)
Фисун А.И., д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Хашимото М., проф. (Япония)
Яковенко В.М., академик НАН Украины, д.ф.–м.н., проф. (Украина)

EDITORIAL BOARD

Pustovoit, V.I., Editor-in-Chief, Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Kravchenko, V.F., Deputy Editor-in-Chief, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Bogolyubov, A.N., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Boritko, S.V., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Bykov, A.A., Dr. Sci. (Phys.– Math.)
Bulatov, M.F., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Vinogradov, E.A., Corresponding Member of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Gulyaev, Yu.V., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Dianov, E.M., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Dmitriev, A.S., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Kompanets, O.N., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Krohin, O.N., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Krukovsky, A.S., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Kutuza, B.U., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Lukin, D.S., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Mazur, M. M., Dr. Sci. (Techn.)
Morozov, A. N., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Nazarov, L.E., Dr. Sci. (Phys.– Math.)
Panich, A.E., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Panich, A.A., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Pozhar, V.E., Dr. Sci. (Phys.– Math.)
Sadovnichiy, V.A., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Samokhin, A.B., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Sidnayev, N.I., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Synyavskiy, G.P., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Tatarenko, N.I., Dr. Sci. (Phys.– Math.)
Fedorov, I.B., Academician of RAS, Dr. Sci. (Techn.), Prof.

FOREIGN EDITORIAL BOARD MEMBERS

Buts, V.A., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Volosyuk, V. K., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Ukraine)
Zagorodny, A.G., Academician NAS of Ukraine, Foreign Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Kobayashi, K., Prof. (Japan)
Kuraev, A.A., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Belarus)
Lutsenko, V.I., Dr. Sci. (Phys.– Math.) (Ukraine)
Martirosyan, R.M., Academician of NAS of Republic of Armenia, Foreign Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Republic of Armenia)
Melezhik, P.N., Academician of NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Mittra, R., Prof. (USA)
Pavlikov, V.V., Dr. Sci. (Techn.) (Ukraine)
Perez-Meana, H., Prof. (Mexico)
Ponomaryov, V.I., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Mexico)
Ra, J-W., Prof. (Korea)
Fisun, A. I., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Hashimoto, M., Prof. (Japan)
Yakovenko, V.M., Academician NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)

© НТЦ УП РАН, 2018

Адрес редакции: 117342, Москва, ул. Бутлерова, д. 15
www.jfop.ru

Заведующий редакцией: **Чуриков Д. В.**
Телефон редакции: **8 (495) 334-83-50**
E-mail: **info@jfop.ru**

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

2 **Балашов А.А., Морозов А.Н., Пустовойт В.И.**
Применение интерферометра Фабри-Перо в лазерном баллистическом гравиметре

СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И УСТРОЙСТВА

8 **Вагин В.А., Хорохорин А.И.**
Система управления, регистрации и обработки спектральной информации многозондового ИК фурье-спектрометра

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

16 **Тимонин В.И., Тянникова Н.Д.**
Проверка однородности распределений наработок до отказа элементов в двух различных режимах по результатам испытаний резервированных систем, составленных из этих элементов

R-ФУНКЦИИ, АТОМАРНЫЕ ФУНКЦИИ, ВЕЙВЛЕТЫ, ФРАКТАЛЫ И ХАОС В ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ

26 **Назаров Л. Е., Зудилин А. С.**
Эффективность окон Кайзера и Кравченко-Кайзера при приеме сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов, устойчивых к сосредоточенным по спектру помехам

38 **Андреев Ю.В., Герасимов М.Ю., Дмитриев А.С., Емельянов Р.Ю.**
Моделирование ансамблей нелинейных динамических систем в сверхширокополосных активных беспроводных прямохаотических сетях

ОСНОВЫ ПРИБОРОВ И УСТРОЙСТВ

50 **Дмитриев А.С., Ицков В.В., Петросян М.М., Попов М.Г., Рыжов А.И.**
Искусственное радиоосвещение: источники, приемники и получение изображений

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

64 **Гегузина Г.А.**
Особенности химических связей, условия существования структуры перовскита и сегнетоэлектрического состояния в сложных оксидах

70 **Гегузина Г.А.**
Напряженности межатомных связей в структуре двойных перовскитов и температуры их фазовых переходов

78 **Машарова О.А., Радченко Ю.С.**
Статистический анализ устойчивых оценок параметров в измерителях типа дискриминатор

86 **Пазынин В.Л.**
Строгая электродинамическая модель накопительного резонатора активного компрессора СВЧ мощности

CONTENTS

INSTRUMENTS AND METHODS OF EXPERIMENTAL PHYSICS

2 **Balashov, A.A., Morozov, A.N., and Pustovoit, V.I.**
Application of Fabry-Perot Interferometer in Laser Ballistic Gravimeter

SPECTRAL METHODS AND DEVICES

8 **Vaguine, V.A., Khorokhorin, A.I.**
Spectral Data Acquisition and Handling System with Control Function for Multy-Probe FTIR Spectrometer

NEW MATHEMATICAL AND PHYSICAL METHODS

16 **Timonin, V.I., Tyannikova, N.D.**
The Homogeneity Testing of the Distributions of Times to Failure of the Elements in Two Different Modes Based on the Results of Tests of Redundant Systems Composed of These Elements

R-FUNCTIONS, ATOMIC FUNCTIONS, WAVELETS, FRACTALS, AND CHAOS IN PHYSICS AND ENGINEERING

26 **Nazarov, L.E., Zudilin, A.S.**
Effectivity of Kaiser and Kravchenko-Kaiser Windows for Receiving of Constructions Based on Ofdm-Signals Robusted for Signal Influence Concentrated on a Range

38 **Andreyev, Yu.V., Gerasimov, M.Yu., Dmitriev, A.S., and Yemelyanov, R.Yu.**
Emulation of Ensembles of Nonlinear Dynamic Systems in Ultrawideband Active Wireless Direct Chaotic Networks

BASES OF INSTRUMENTS AND DEVICES

50 **Dmitriev, A.S., Itskov, V.V., Petrosyan, M.M., Popov, M.G., and Ryzhov, A.I.**
Artificial Radio Illimination: Sources, Receivers and Image Acquisition

MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES

64 **Geguzina, G.A.**
Chemical Bonds Features, Existence Conditions for Perovskite Structure and Ferroelectic State in Complex Oxides

70 **Geguzina, G.A.**
Interatomic Bond Strains in Binary Perovskites Structure and Their Phase Transition Temperatures

78 **Masharova, O.A., Radchenko, Y.S.**
Statistical Analysis of Steady Parameter Estimates in Measuring Instruments of Discriminator Type

86 **Pazynin, V.L.**
Strict Electromagnetic Model of Accumulation Resonator of an Active Microwave Power Compressor

doi: 10.25210/jfop-1803

Сдано в набор 28.09.2018. Подписано в печать 27.11.2018.
Формат бумаги 420×297. Печать цифровая. Печатных листов 27.
Тираж 120 экз. Цена договорная.
Отпечатано в типографии «DC Print», г. Москва, 3-й Нижнелихоборский проезд, д. 1А, стр. 3, оф. 3.

Все права защищены. Перепечатка материалов журнала невозможна без письменного разрешения редакции.

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

УДК 535.4; 534.2

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ-ПЕРО В ЛАЗЕРНОМ БАЛЛИСТИЧЕСКОМ ГРАВИМЕТРЕ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-002007

Балашов А. А. — д.т.н., гл.н.с., Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва
Морозов А. Н. — д.ф.- м.н., проф., заведующий кафедрой «Физика», Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана; Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН. E-mail: amor59@mail.ru
Пустовойт В. И. — академик РАН, д.ф.- м.н., проф., научный руководитель, Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва, Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево. E-mail: vladpustovoit@gmail.com

Аннотация
Проведено математическое моделирование лазерного баллистического гравиметра с встроенным интерферометром Фабри-Перо. Установлено, что при увеличении высоты падения зеркала интерферометра ухудшается глубина оптического отклика. Показана необходимость оптимизации параметров интерферометра Фабри-Перо при его использовании в лазерном баллистическом гравиметре.

Ключевые слова: *баллистический гравиметр, интерферометр Фабри-Перо, ускорение свободного падения*

Abstract
Mathematical modeling of a laser ballistic gravimeter with a built-in Fabry-Perot interferometer is carried out. It was found that the depth of the optical response deteriorates with increasing height of the interferometer mirror incidence. The need to optimize the parameters of the Fabry-Perot interferometer when it is used in a laser ballistic gravimeter is shown.

Keywords: *ballistic gravimeter, Fabry-Perot interferometer, gravity acceleration*

Лазерные баллистические гравиметры нашли широкое применение для прецизионного измерения абсолютной величины ускорения свободного падания [1, 2]. С помощью этих гравиметров удается измерять величину ускорения свободного падения на поверхности Земли с точностью до нескольких единиц мкГал (нескольких единиц на $10^{-9} g$) [3, 4]. Поставлена задача добиться абсолютной чувствительности на уровне не хуже 1 мкГал [5].

В качестве измерителя абсолютного значения ускорения свободного падения в лазерных баллистических гравиметрах обычно выступает интерферометр Майкельсона [6]. Целью данной статьи является рассмотрение возможности применения в этих гравиметрах интерферометра Фабри-Перо [7]. Подробный анализ возможности создания гравиметров и градиентометров на основе интерферометра Фабри-Перо выполнен в [8].

Проведем описание лазерного баллистического гравиметра, в подвижное плечо которого включен интерферометр Фабри-Перо. В [9–11] предложен метод математического описания распространения света в интерферометре Фабри-Перо с подвижным зеркалом. В рамках этой модели предполагается, что используемый лазер стабилизирован по частоте ω_e и мощности W_0 и создает на входе в интерферометр Фабри-Перо гармоническую световую волну с волновым числом k_e и амплитудой E_0. Указанные величины связаны между собой следующими соотношениями:

$$\omega_e = ck_e, \tag{1}$$

$$W_0 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 ScE_0^2, \tag{2}$$

где c — скорость света, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, S — площадь зеркал интерферометра Фабри-Перо.

Регистрация движения зеркала баллистического гравиметра с помощью интерферометра Фабри-Перо заключается в измерении текущего расстояния между зеркалами интерферометра по изменению мощности прошедшего интерферометр излучения $W_a(t)$. Далее для простоты будем считать зеркала интерферометра Фабри-Перо одинаковыми, имеющими амплитудный коэффициент отражения R и амплитудный коэффициент пропускания η. В современных интерферометрах Фабри-Перо коэффициент отражения R достигает значения 0.999999.

Следуя [9–11], будем считать, что попадающее в интерферометр лазерное излучение описывается монохроматической волной

$$E(t,x)=\frac{1}{2}E_0\exp\left[i\left(\omega_e t-k_e x\right)\right]+\text{к.с.}, \tag{3}$$

где i — мнимая единица. Тогда после многократных переотражений из интерферометра Фабри-Перо выйдет излучение, описываемое выражением

$$E_a(t,L)=\frac{1}{2}\eta^2E_0\sum_{n=1}^{\infty}R^{2(n-1)}\exp\left[i\left(\omega_e t-k_e\left(2\sum_{l=0}^{n-1}\left(x_2\left(t-(2l+1)t_0\right)-x_1\left(t-2lt_0\right)\right)\right)\right)\right]+\text{к.с.}, \tag{4}$$

где x_1 и x_2 — смещение первого и второго зеркал интерферометра, $t_0=L/c$ — время однократного прохождения светом расстояния между зеркалами, $L=x_2-x_1$ — расстояние между зеркалами интерферометра.

Далее будем считать первое зеркало неподвижным $x_1=0$, а второе — движущимся с ускорением свободного падения g

$$x(t)=x_2(t)=\frac{1}{2}gt^2, \tag{5}$$

при этом скорость движения зеркала будет равна

$$V(t)=gt \tag{6}$$

или

$$V(t)=\sqrt{2gx(t)}. \tag{7}$$

Если количество переотражений в интерферометре Фабри-Перо равно N, то для наблюдения интерферограммы с хорошей глубиной модуляции необходимо, чтобы время переотражений света в интерферометре

$$\Delta t_I=2N\frac{x}{c} \tag{8}$$

было много меньше времени, в течение которого зеркало интерферометра проходит расстояние, равное половине длины волны лазера

$$\Delta t_L=\frac{\lambda_e}{2V}. \tag{9}$$

Тогда, с использованием формулы (7) имеем

$$x\ll\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_e^2c^2}{4gN^2}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{10}$$

При $\lambda_e=633$ нм (гелий-неоновый лазер) [2] и $N=100$ получим $x\ll 0.23$ м.

Для простоты будем считать, что фотоприемник, регистрирующий прошедшее интерферометр Фабри-Перо излучение, расположен сразу после второго зеркала и имеет координату L. Тогда мощность регистрируемого фотоприемником прошедшего интерферометр излучения будет определяться выражением

$$W_a(t)=\frac{1}{2}\varepsilon_0Sc\overline{E_a(t,L)E_a^*(t,L)}, \tag{11}$$

где $E_a^*(t,L)$ — комплексно сопряженная с напряженностью поля $E_a(t,L)$ величина.

Подстановка в формулу (11) выражения (4) с учетом (2) дает

$$W_a(t)=\eta^2W_0\left\{\left[\sum_{n=1}^{\infty}R^{2(n-1)}\cos\Phi_n(t)\right]^2+\left[\sum_{n=1}^{\infty}R^{2(n-1)}\sin\Phi_n(t)\right]^2\right\}, \tag{12}$$

где

$$\Phi_n(t)=2k_e\sum_{l=0}^{n-1}x\left(t-(2l+1)t_0\right). \tag{13}$$

Здесь $k_e=2\pi/\lambda_e$, λ_e — длина волны лазерного излучения.

Проведем математическое моделирование отклика интерферометра Фабри-Перо при движении зеркала, описываемом формулами (5) и (6). Рассчитаем форму оптического отклика интерферометра Фабри-Перо в зависимости от пройденного падающим телом расстояния x. При этом в расчетных

формулах время переотражений t_0 будет зависеть от расстояния, пройденного зеркалом интерферометра

$$t_0 = \frac{x}{c}. \tag{14}$$

При математическом моделирование будем считать, что длина волны лазера $\lambda_e = 633$ нм, а коэффициент отражения от зеркал $R = 0.995$ (количество переотражений в интерферометре $N = 100$). Расчет проводился с помощью программы, написанной на языке Borland C++, и заключался в вычислении сумм в формулах (12) и (13) при движении зеркала в поле силы тяжести, описываемом выражением (5).

На рис. 1 приведена форма оптического отклика в случае падения тела с высоты $x_0 = 1$ мм. Хорошо просматривается типичная зависимость оптического отклика интерферометра Фабри-Перо. При этом глубина модуляции достигает величины, близкой к единице.

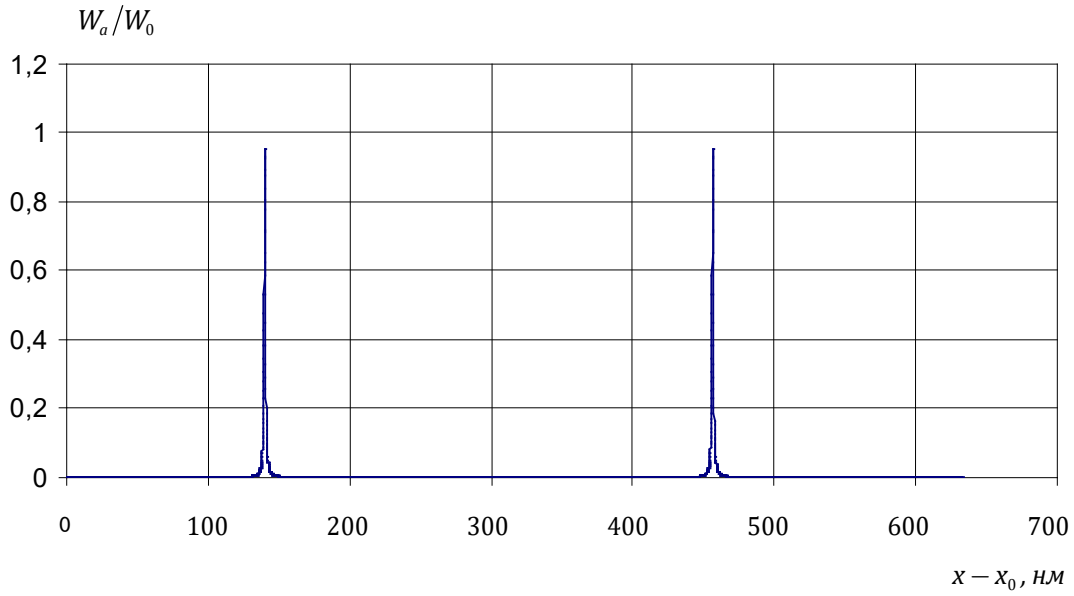


Рис. 1. *Зависимость оптического отклика интерферометра Фабри-Перо от перемещения зеркала при* $x_0 = 1$ *мм.*

На рис. 2–5 приведены графики оптического отклика интерферометра Фабри-Перо при различных значениях $x_0 = 3$ мм, $x_0 = 10$ мм, $x_0 = 30$ мм и $x_0 = 100$ мм, соответственно.

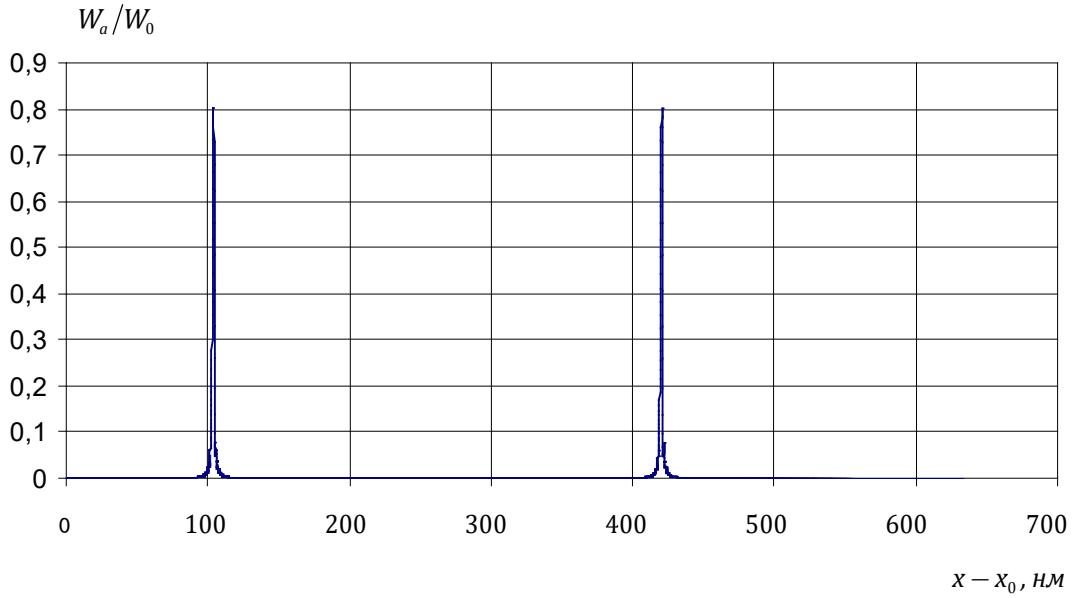


Рис. 2. *Зависимость оптического отклика интерферометра Фабри-Перо от перемещения зеркала при* $x_0 = 3$ *мм.*

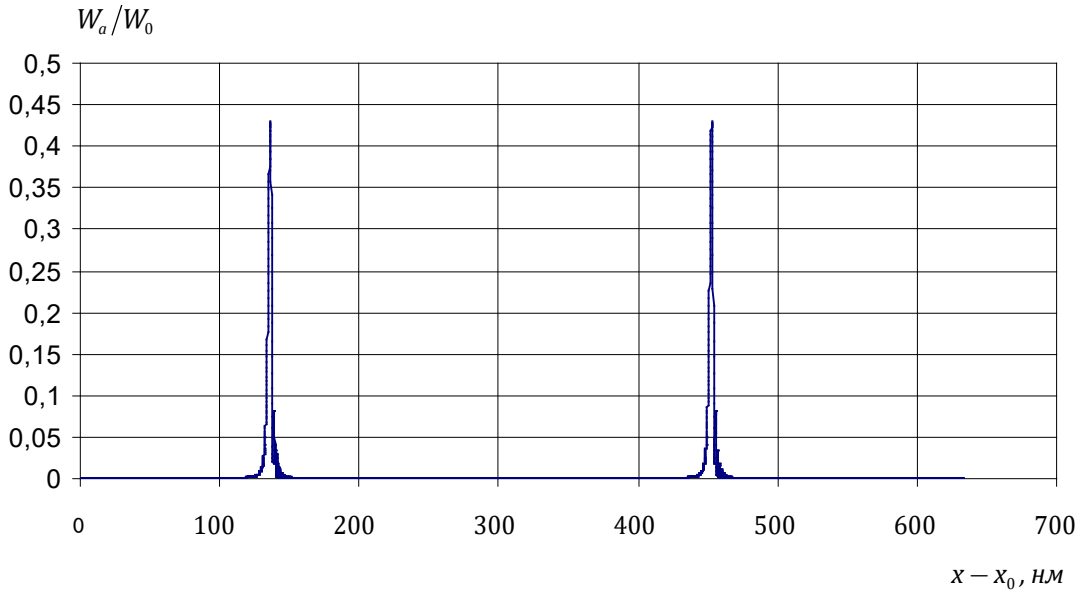


Рис. 3. *Зависимость оптического отклика интерферометра Фабри-Перо от перемещения зеркала при* $x_0 = 10$ *мм.*

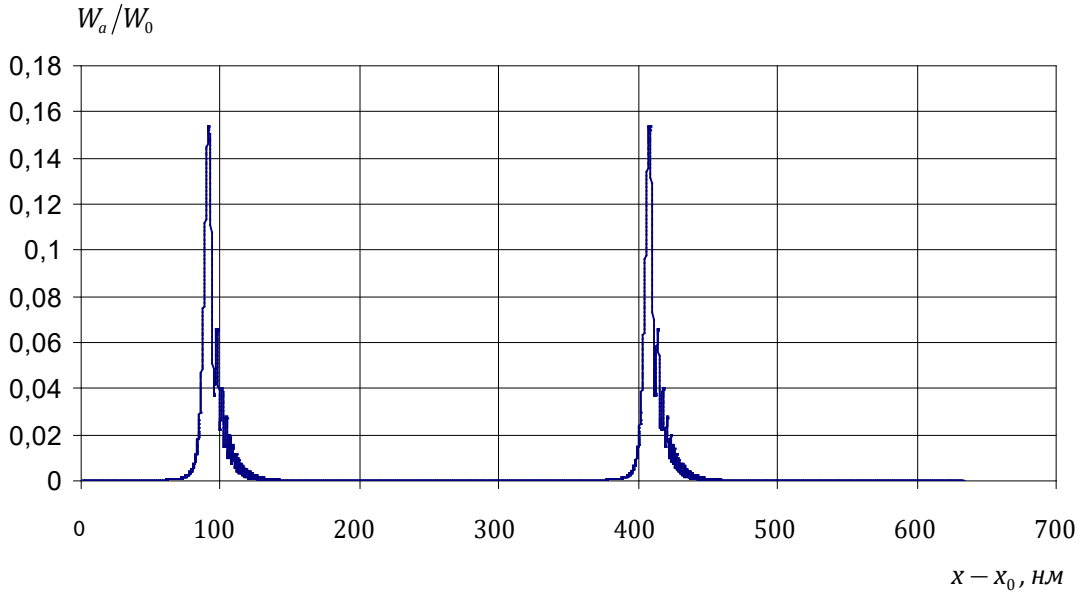


Рис. 4. *Зависимость оптического отклика интерферометра Фабри-Перо от перемещения зеркала при* $x_0 = 30$ *мм.*

На этих графиках хорошо просматривается уменьшение оптического отклика интерферометра Фабри-Перо при увеличении высоты x_0 падения зеркала. При высоте падения зеркала $x_0 = 100$ мм глубина оптической модуляции излучения, прошедшего интерферометр Фабри-Перо, уменьшается в 30...40 раз, по сравнению с откликом при падении с малой высоты $x_0 = 1$ мм. Кроме этого начинает наблюдаться переходный процесс после прохождения максимума оптического отклика.

Отметим, что применение данного подхода для определения предельной частоты гравитационной волны f_g, которая может быть зарегистрирована с помощью лазерной интерференционной гравитационной антенны, дает

$$f_g \ll \frac{c}{2NL_0}, \tag{15}$$

где $L_0 = 4000$ м — длина плеча гравитационной антенны LIGO [12]. Подстановка в формулу (15) значений, соответствующих реальным параметрам проекта LIGO, позволяет получить оценку: $f_g \ll 4 \cdot 10^3$ Гц, что подтверждает возможность регистрации гравитационных волн с частотами 100...300 Гц.

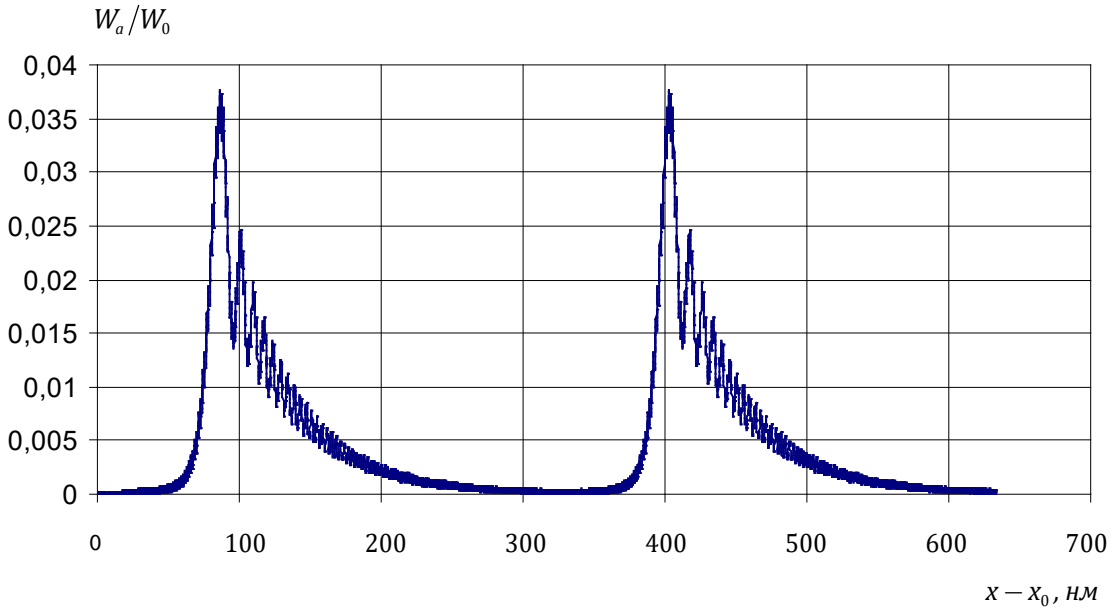


Рис. 5. *Зависимость оптического отклика интерферометра Фабри-Перо от перемещения зеркала при* $x_0 = 100$ *мм.*

Таким образом, при применении интерферометра Фабри-Перо в лазерных баллистических гравиметрах необходимо учитывать то, что при движение зеркала с достаточно большой скоростью, что соответствует падению с достаточно большой высоты, время переотражений света в интерферометре становится существенно больше времени, в течение которого расстояние между зеркалами интерферометра увеличивается на величину $\lambda_e/2$. Поэтому для получения выигрыша от применения интерферометра Фабри-Перо в лазерном баллистическом гравиметре требуется оптимизация высоты падения зеркала и количества переотражений света в интерферометре.

Список литературы

1. *Веселов К. Е., Сагитов М. У.* Гравитационная разведка. М.: Недра, 1969. 512 с.
2. *Niebauer, T. M., Sasagawa, G. S., Faller, J. E., Hilt, R., and Klopping, F.* A new generation of absolute gravimeters // Metrologia. 1995. V. 32. № 3. P. 159–180.
3. *Арнаутов Г. П., Калиш Е. Н., Стусь Ю. Ф., Смирнов М. Г.* Экспериментальное исследование вариаций ускорения силы тяжести абсолютными лазерными гравиметрами // Автометрия. 2004. Т. 40. № 6. С. 19–32.
4. *Бунин И. А., Калиш Е. Н., Носов Д. А., Смирнов М. Г., Стусь Ю. Ф.* Полевой абсолютный лазерный баллистический гравиметр // Автометрия. 2010. Т. 46. № 5. С. 94–102.
5. Global Geodetic Observing System, Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020. Hans-Peter Plag, Michael Pearlman, Harvard Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, MA, USA (Eds.). Springer, 2009. 332 p.
6. *Витушкин Л. Ф.* Абсолютные баллистические гравиметры // Гироскопия и навигация. 2015. № 3. С. 3–12.
7. *Canuteson E. L., Zumberge M. A.* Fiber-optic extrinsic Fabry-Perot vibration-isolated interferometer for use in absolute gravity meters // Applied Optics. 1996. V. 35. № 19. P. 3500–3505.
8. *Пустовойт В. И., Давлатов Р. А., Фатеев В. Ф.* Лазерные гравиметры на основе интерферометра Фабри-Перо // Физические основы приборостроения. 2017. Т. 6. № 3. С. 63–71.
9. *Гладышев В. О., Морозов А. Н.* Особенности отклика лазерной интерференционной гравитационной антенны на низкочастотные воздействия // Измерительная техника. 1990. № 10. С. 26–28.
10. *Морозов А. Н.* Необратимые процессы и броуновское движение: Физико-технические проблемы. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. 332 с.
11. *Морозов А. Н.* Применение интерферометра Фабри-Перо для регистрации высокочастотных флуктуаций метрики пространства-времени // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 5. С. 24.
12. *Пустовойт В. И., Морозов А. Н., Гладышев В. О., Измайлов Г. Н.* Лазерные гравитационно-волновые антенны. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2016. 63 с.

Поступила 3 мая 2018.

APPLICATION OF FABRY-PEROT INTERFEROMETER IN LASER BALLISTIC GRAVIMETER

A.A. BALASHOV, A.N. MOROZOV, AND V.I. PUSTOVOIT

doi: 10.25210/jfop-1803-002007

Mathematical modeling of a laser ballistic gravimeter with a built-in Fabry-Perot interferometer is carried out. It was found that the depth of the optical response deteriorates with increasing height of the interferometer mirror incidence. The need to optimize the parameters of the Fabry-Perot interferometer when it is used in a laser ballistic gravimeter is shown.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В базу данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И УСТРОЙСТВА

УДК 681.785.574

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ, РЕГИСТРАЦИИ И ОБРАБОТКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ МНОГОЗОНДОВОГО ИНФРАКРАСНОГО ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТРА

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-008015

Вагин В. А. — д.т.н., заведующий отделом инфракрасной спектроскопии, Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва. E-mail: vaguine@mail.ru

Хорохорин А. И. — с.н.с., Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН.

Аннотация

Представлена Система управления, регистрации и обработки спектральной информации (СУ ФС) для многозондового инфракрасного (ИК) фурье-спектрометра. СУ ФС состоит из персонального компьютера (PC) с необходимым программным обеспечением и электронной части прибора. Номера 4-х каналов регистрации интерферограмм задаются программно. Рассмотрена структура электронной части СУ ФС, состоящая из четырёх 18-разрядных АЦП, микроконтроллера, USB–моста, гальванической развязки и привода подвижного отражателя (ППО). Запуск всех АЦП происходит одновременно с частотой, пропорциональной скорости сканирования спектрометра, а чтение отсчётов в PC последовательно. Помимо подпрограммы регистрации интерферограммы с привязкой к стартовой позиции подвижного зеркала спектрометра, программа микроконтроллера содержит подпрограмму регистрации без ожидания стартовой позиции. Приведена структурная схема модуля ППО и описание его функционирования.

Ключевые слова: *фурье-спектрометр, оптоволоконный зонд, отражатель, сканирование, АЦП, микроконтроллер, USB–мост, гальваническая развязка, шина данных, интегрирующее звено*

Abstract

Data acquisition and handling system with control function (DAHS) for multy-probe Fourier-transform infrared (FTIR) spectrometer is presented. DAHS consists of data acquisition measurement hardware, moving mirror driver and a computer. A personal computer with an appropriate software points out the channels sequence and spectra calculation parameters options to an electronic data acquisition and handling module (DAHSM). DAHSM keeps up real-time registration of four interferograms simultaneously and transmits the last to the PC for spectra calculation.

DAHSM structure is also driven, which consists of four 18-bits ADCs, microcontroller, USB-bridge and a galvanic isolation unit. ADC sampling goes with frequency proportional to spectrometer scanning speed simultaneously, but samples reading-sequentially.

Microcontroller program beside spectrometer moving mirror Start position poling subroutine has an optional subroutine, which does not pole Start point. Special attention is paid to moving mirror driver.

Keywords: *FTIR spectrometer, fiber optic probe, reflector, scanning, ADC, microcontroller, USB-bridge, a galvanic isolation unit, data bus, integrating chain*

Многозондовый инфракрасный (ИК) фурье-спектрометр (ФС) позволяет с помощью системы оптоволоконных зондов выполнять одновременные спектральные измерения нескольких исследуемых объектов или одновременные измерения различных спектральных характеристик (оптического пропускания, отражения, НПВО в различных спектральных областях) одного исследуемого объекта [1]. Разработка такого спектрометра сопровождается решением ряда как обычных, так и специфических задач. На некоторых из них остановимся ниже.

Многозондовый ИК фурье-спектрометр состоит из оптико-механической части прибора, единой системы из нескольких оптоволоконных зондов и соответствующего числа приемников излучения, электронной части прибора, компьютера и программного обеспечения (ПО) для управления прибором, регистрации, хранения и обработки спектральной информации.

Электронная часть прибора и компьютер с необходимым программным обеспечением объединены в систему управления (СУ), регистрации и обработки спектральной информации (СИ) фурье-спектрометра. Ниже рассмотрим построение и функционирование этой системы и ее особенности, обеспечивающие работу прибора с учетом его специфики.

Система управления фурье-спектрометра выполняет следующие функции:

- задание основных параметров управления спектрометром;
- оцифровку и обработку данных измерений;
- передачу данных в персональный компьютер (PC);
- управление приводом подвижного зеркала (триэдра).

На рис. 1 представлена структура СУ ФС, отражающая выполняемые задачи.

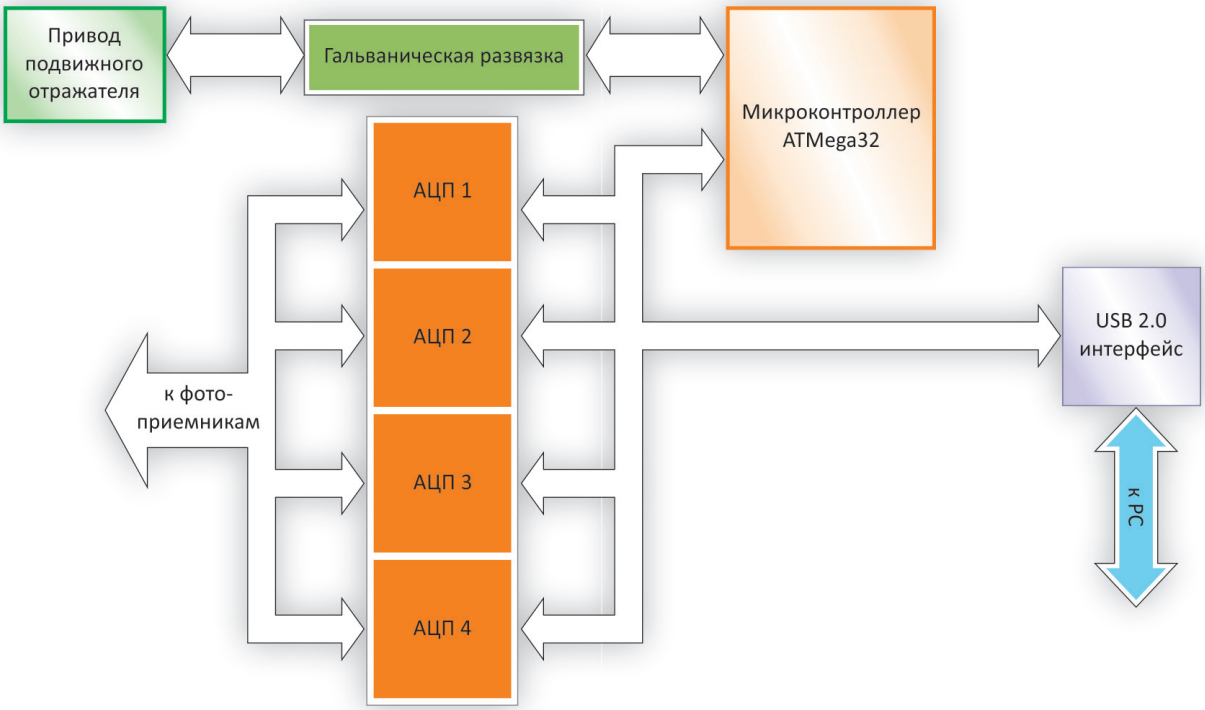


Рис. 1. *Структурная схема системы управления фурье-спектрометра.*

Оператор через программное обеспечение в диалоговом режиме задает номера каналов, с которых будет регистрироваться информация, а также обычные параметры спектральных измерений (спектральное разрешение, количество точек на разрешаемый интервал, число накопления и т.д.). Все необходимые параметры заносятся в Микроконтроллер СУ ФС.

Рассматриваемая СУ ФС обеспечивает одновременную регистрацию в реальном времени четырёх интерферограмм многозондового ИК фурье-спектрометра и передачу их в персональный компьютер с целью обработки измеренных интерферограмм и получения соответствующих спектров. Основные параметры рассматриваемой СУ ФС приведены в табл. 1.

Таблица 1. *Основные параметры рассматриваемой СУ ФС*

Параметр	**Значение**
число аналоговых входов	4
диапазон входных сигналов	±11 В
разрядность АЦП	18 бит
частота запуска АЦП	13, 33 кГц
Интерфейс	USB2.0, 1 Мбайт/сек
скорость сканирования	0.42 см/сек (6.6 кГц)
нестабильность скорости перемещения подвижного отражателя на рабочем участке	не более 1%;
сила тяги двигателя на токе 0.05 А	2 Н
масса триэдра	0.15 кг
потребляемый ток от источника 12 В	не более 2 А

В состав системы регистрации входят четыре АЦП AD7634 последовательного приближения (SAR), микроконтроллер ATMega32, USB-мост FT245BL, гальваническая развязка ADUM 1401 и модуль привода подвижного отражателя. Микроконтроллер, USB-мост и АЦП объединены 8-битной шиной данных.

В многоканальных системах приёма и обработки аналоговых сигналов обычно используют одно АЦП и коммутатор каналов. В нашем случае это решение неприемлемо, так как отсчёты интерферограмм по всем каналам должны быть привязаны к одним и тем же координатам перемещения отражателя. Запуск всех АЦП происходит одновременно по меткам референтного канала спектрометра.

Разрядность АЦП AD7634 равна 18, время преобразования составляет около полутора микросекунд. Микроконтроллер ATMega32 имеет четыре порта. Тактовая частота микроконтроллера равна 16 МГц. Для передачи параметров регистрации и приёма кода АЦП выделен порт C, для адресации АЦП — порт A, для выбора номера АЦП — порт B, для приёма-передачи сигналов квитирования с приводом подвижного отражателя — порт D. Микросхема FT245BL выполняет функцию моста связи с персональным компьютером.

Считывание данных АЦП происходит в последовательности, определяемой программой спектрометра, в соответствии с заданными оператором номерами используемых каналов (фотоприемников, с которых будут считываться интересующие нас интерферограммы). Длина передаваемых массивов определяется спектральным разрешением. Нами выбран АЦП с дифференциальным входом. Дифференциальный вход по сравнению с не симметричным даёт решительное преимущество в подавлении синфазного сигнала и, как следствие, в лучшем отношении сигал/шум в снимаемой информации. Предусилитель приемника ИК сигнала в нашей системе имеет несимметричный выход. Для перехода к симметричному входу АЦП выбрана лучшая в своём роде микросхема-драйвер AD8139. Шум этой микросхемы, приведенный ко входу на частоте 100 кГц не превышает 2.25 нВ/√Гц. АЦП подключен к внешнему прецизионному источнику опорного напряжения +5 В ADR445.

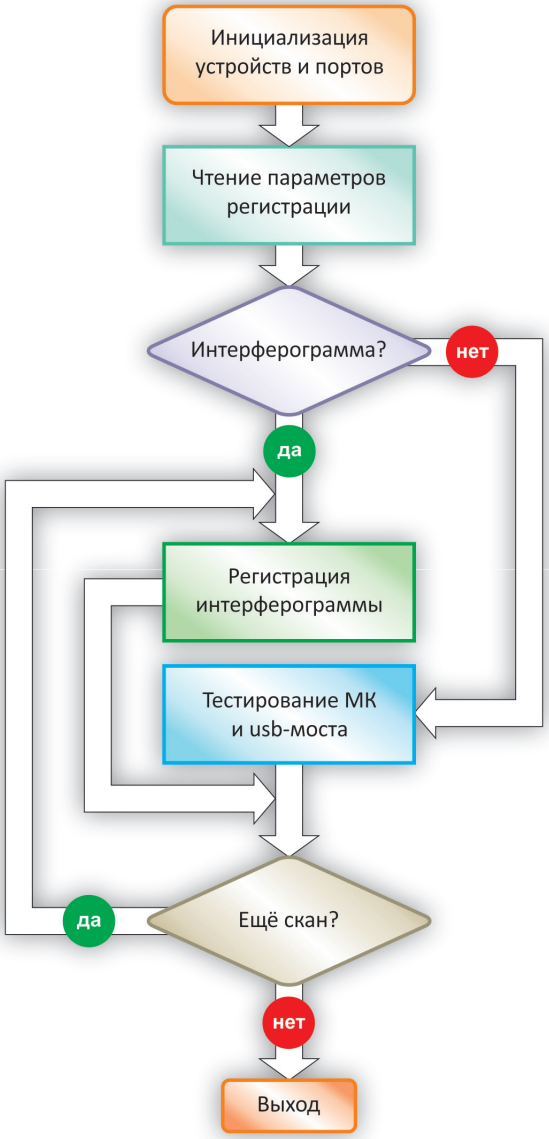


Рис. 2. *Блок-схема программы микроконтроллера.*

Считывание слова АЦП в микроконтроллер идёт в следующей очерёдности: сначала старший байт, затем средний и младшие два бита. К отсчёту интерферограммы добавляется 14-битное значение скорости сканирования. Таким образом, формируется массив элементов по 32 бита в каждом.

Блок-схема программы микроконтроллера (МК) показана на рис. 2. Работа программы начинается с инициализации портов МК и указателя стека SP. Для каждого контакта порта (Port A, Port B, Port C, Port D) устанавливается направление передачи. По окончании инициализации МК ждёт от PC передачи параметров: спектральное разрешение, число сканов. Принятые параметры заносятся в SRAM (оперативную память) МК. Далее программа решает: регистрировать интерферограмму в цикле или произвести проверку устройств МК, принимающих участие в выводе интерферограммы, и USB-моста. Если произошла регистрация заданного количества сканов, работа программы завершается.

Подпрограмма регистрации интерферограммы ждёт начала сканирования, прощупывая состояние концевого датчика «СТАРТ». Далее программа проверяет, готово ли АЦП передать данные или нет. Если да, то через USB-мост в PC поступает один отсчёт интерферограммы (18 бит) и 14 бит значения скорости сканирования. Данные в PC поступают блоками по 512 двойных слов (по 32 бита).

Счётчиком отсчётов внутри блока служит двухбайтный регистр Z. Требуемое спектральное разрешение определяет число блоков (frame). По окончании скана МК посылает модулю управления двигателем сигнал на разворот.

В процессе регистрации спектральных данных в компьютер из МК поступает массив интерферограмм, разделенный на отдельные сканы. Каждая отдельная интерферограмма (соответствующая конкретному каналу) заносится в выделенный под нее массив следующим образом. Берется уже накопленная в этом массиве интерферограмма и к ней когерентно прибавляется очередная (только что измеренная в предыдущем скане) интерферограмма. Когерентное суммирование заключается в следующем. В каждой измеренной в отдельном скане интерферограмме есть ярко выраженный максимум интенсивности, соответствующий нулевой разности хода в интерферометре. В тоже время, из-за неопределенности по оптической разности хода старта регистрации каждого очередного скана, в последовательно измеренных в каждом канале интерферограммах может быть расхождение этих максимумов интенсивности до нескольких шагов регистрации. Этот разнобой убирается следующим образом. Первая интерферограмма просто заносится в соответствующий массив. В ней определяется положение максимума. В очередной измеренной интерферограмме также определяется положение максимума. Далее происходит суммирование этих интерферограмм с учетом этого сдвига, так чтобы эти максимумы совпали. Эта процедура повторяется столько раз, сколько производится сканов.

Далее итоговые интерферограммы подвергаются фазовой коррекции и фурье-преобразованию [2]. В результате получаются спектры, измеренные одновременно на всех заданных каналах.

Еще одной задачей, решаемой СУ ФС, является управление сканированием оптической разности хода в интерферометре. Непрерывное сканирование предполагает постоянство скорости изменения оптической разности хода в интерферометре. Тогда, если не учитывать частотные характеристики основного и референтного каналов, частотный спектр аналогового сигнала полностью соответствует спектру исследуемого электромагнитного излучения, а временной сигнал на выходе приемного тракта — сканируемой интерферограмме. Но реальный механизм изменения оптической разности хода в интерферометре отличается от идеального и скорость такого изменения флуктуирует относительно некоторого среднего значения. Модуляция сигнала, обусловленная нестабильностью скорости, приводит к ошибкам в получаемом спектре из-за амплитудных и фазовых искажений, вносимых частотными характеристиками электрических трактов [2].

Привод подвижного отражателя (ППО) обеспечивает необходимое перемещение подвижного отражателя в интерферометре с целью получения интерферограммы. Интерферометр можно рассматривать как модулятор входящего излучения. Интерферограмма когерентного (референтного) излучения представляет собой сигнал, описываемый синусоидальной функцией. При постоянной скорости перемещения отражателя на приёмнике излучения (фотодиоде) получается синусоидальный сигнал, точки перехода которого через ноль используются как метки запуска АЦП.

Интерферограммы основных каналов представляют собой суммы гармоник разных частот и разных амплитуд. Для точного вычисления спектра по измеренной интерферограмме необходима точная привязка значений интерферограммы к координатам изменения оптической разности хода с учётом всех внешних факторов (вибраций, изменения температуры различных узлов и т.п.). Поскольку подвижный и неподвижный отражатели пространственно разнесены, то это исключает ряд методов измерения перемещения, таких как растровый накопительный типа RF20X, где измерительный растр и индикаторный должны находиться напротив друг друга, хотя точность измерения перемещения этим методом не хуже 50 нм. Высокие точности измерения линейного перемещения могут быть достигнуты также применением энкодеров с датчиками Холла типа AS5311 (austriamicrosystems) или каретки SCR050–020 (nipponpulse), но в этом случае не решается задача привязки значений интерферограммы. В тоже время интерферометрический метод измерения перемещения с использованием референтного (лазерного) излучения для получения меток привязки (меток запуска АЦП) является вполне естественным и точным.

Структурная схема привода подвижного отражателя приведена на рис. 3.

Привод подвижного отражателя состоит из следующих элементов:

- преобразователя частота/напряжение;
- источника опорного напряжения (задатчика скорости сканирования «уставки»);
- схемы сравнения (формирователя сигнала ошибки скорости);
- коммутатора сигнала ошибки;
- пропорционально-дифференцирующего звена;
- интегрирующего звена;
- триггера направления движения;
- сумматора сигналов управляющих напряжений;
- усилителя мощности.

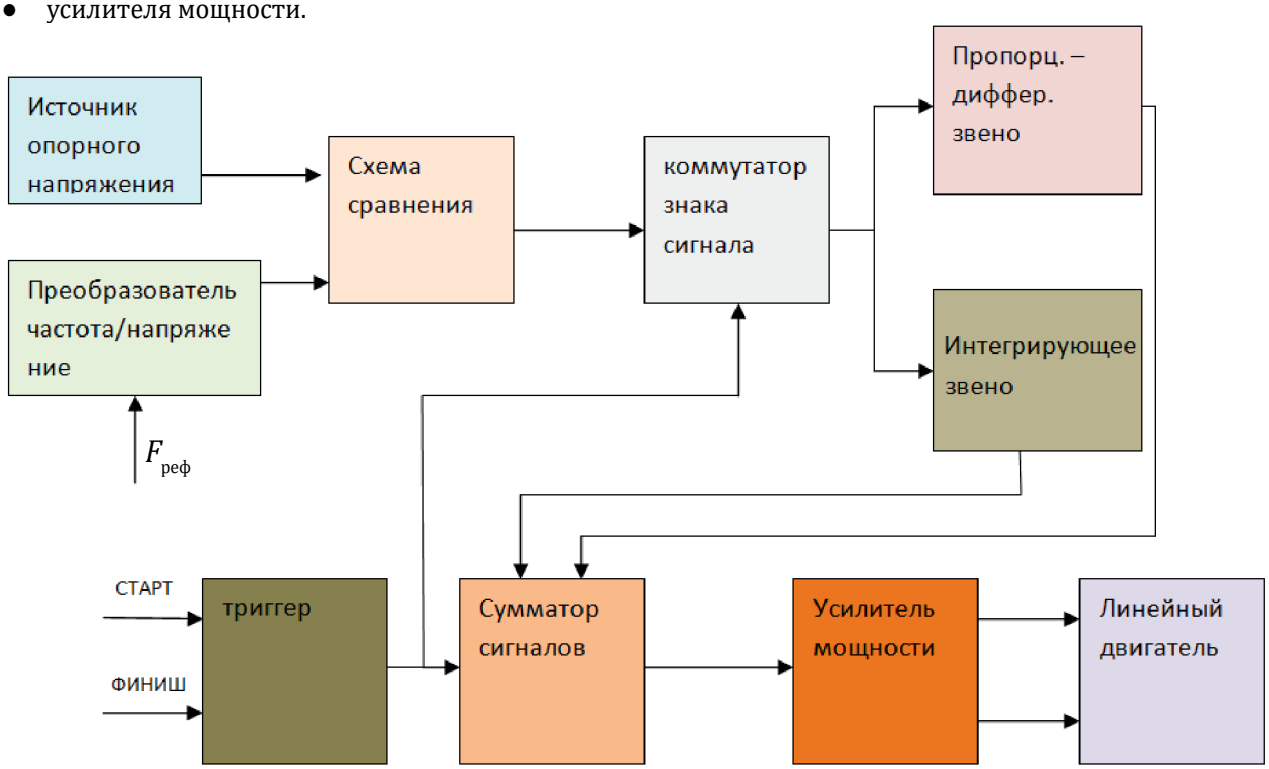


Рис. 3. *Структурная схема модуля привода подвижного отражателя.*

Линейный двигатель включен между выходами Усилителя Мощности. Обмотка линейного двигателя не связана с «Общим Проводом» (GND), что исключает протекание тока обмотки через сигнальные цепи и повышает отношение сигнал/шум в референтном канале.

Сигналы на выходах Усилителя мощности противофазны по постоянной и переменной составляющим. Значения этих составляющих зависят от отклонения скорости сканирования (частоты референтного канала) от номинального значения. Преобразователь частота/напряжение преобразует в напряжение частоту референтного канала ($F_{реф}$).

Результат преобразования сравнивается с «опорным напряжением» с помощью вычитающего усилителя. Введение коммутатора сигнала разности (ошибки) позволяет стабилизировать скорость в двух направлениях движения.

Результат вычитания (напряжение ошибки по скорости) поступает одновременно на «пропорционально-дифференцирующее» и «интегрирующее» звено через коммутатор в зависимости от знака направления перемещения. Коммутация сигналов обеспечивается триггером, который, в свою очередь, переключается сигналами СТАРТ и ФИНИШ датчиков начала и конца перемещения («концевых выключателей»). Развернуть подвижное зеркало интерферометра в сторону стартовой позиции можно также по команде обратного хода от микроконтроллера. Движение зеркала будет полностью блокировано, когда мощность лазера референтного канала становится меньше номинальной. Интегратор проходит состояние «0» (интегратор сброшен) всякий раз, когда его входное напряжение (ошибки по скорости) проходит через значение 0 Вольт. В этом же состоянии Интегратор оказывается некоторое время по включению питания. Маятниковое движение подвижного зеркала интерферометра обеспечивается сменой знака напряжения на двигателе при достижении концевых выключателей. Скорость движения на развороте проходит значение 0, далее по апериодическому закону выходит на номинальное значение. Чем ниже скорость, тем ниже

напряжение на выходе преобразователя частота/напряжение F/U, и наоборот, чем выше скорость, тем выше напряжение преобразователя, которое с противоположным знаком через Усилитель Мощности прикладывается к обмотке линейного двигателя. Интегратор компенсирует также влияние угловых наклонов прибора на перемещение подвижного отражателя.

Роль преобразователя частота/напряжение выполняет микросхема 1108ПП1 — аналог ADVFC32. Линейность преобразования этой микросхемы не хуже 0.01% до частоты 10 кГц.

К стабильности опорного напряжения («уставки») предъявляются очень высокие требования. Это напряжение формируется интегральным стабилизатором TL431CLP.

Микросхема TL431CLP представляет собой регулируемый стабилизатор напряжения параллельного типа (интегральный аналог стабилитрона).

В схеме коммутатора сигнала ошибки принято оригинальное решение изменения знака за счёт изменения знака коэффициента передачи операционного усилителя (ОУ), на котором он собран, замыканием на «землю» не инвертирующего входа последнего при условии, что сигнал ошибки поступает на оба входа ОУ одновременно.

Сравнение уставки с ошибкой по скорости сводится к вычитанию тока, пропорционального напряжению преобразователя F/U, и тока «уставки».

Схема двигателя перемещения триэдра приведена на рис. 4. Двигатель разработан по аналогии с двигателями для перемещения датчиков Холла в накопителе на жёстких дисках в персональных компьютерах.

Катушка 1 находится между двумя парами постоянных магнитов 2, 4 и 3, 5. Магниты 2, 3 и 4, 5 соединены магнитопроводами 6 и 7 из мягкого магнитного материала. Направления магнитного поля через правую и левую части катушек противоположны друг другу, как и противоположны направления тока по виткам катушки справа и слева. Поэтому сила Ампера действует на обе части катушки в одну и ту же сторону, а направление этой силы зависит от полярности напряжения, приложенного к катушке. Эта сила F [Н] равна

$$F = 2INhB,$$

где I — сила тока, А, N — число витков, h — ширина магнитов, м, B — индукция в зазоре, Тл.

Строго говоря, это линейный двигатель, создающий прямолинейное перемещение катушки относительно магнитов. Катушка жестко закреплена на нижней платформе каркаса параллелограммного механизма, а магниты устанавливаются на движущейся части параллелограммного механизма.

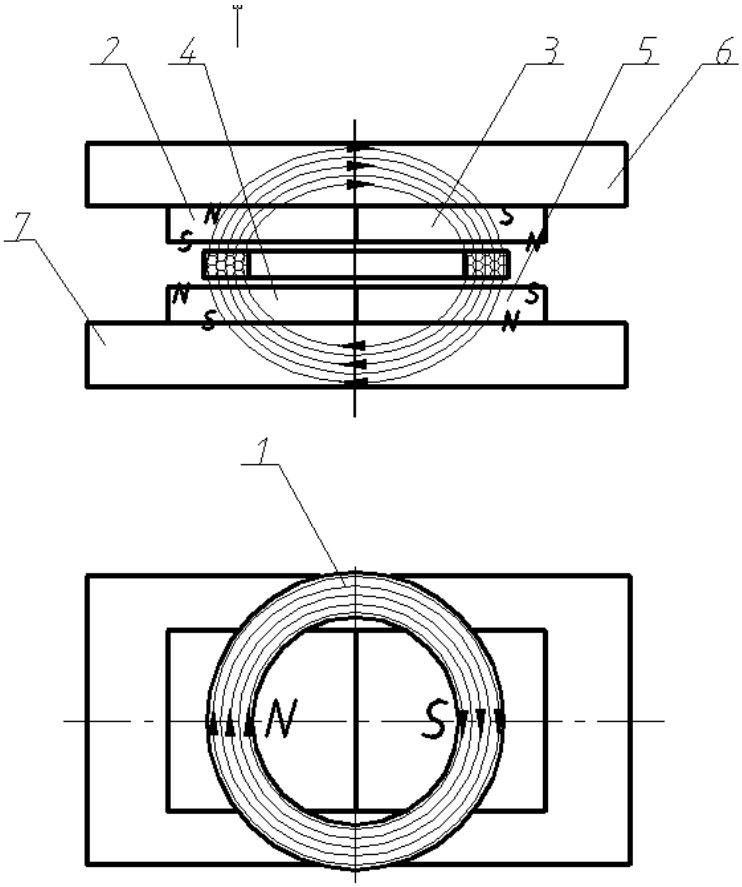


Рис. 4. *Схема двигателя перемещения триэдра.*

Заключение

Рассмотренная система управления, регистрации и обработки спектральной информации многозондового фурье-спектрометра проходит апробацию на макете многозондового фурье-спектрометра, разрабатываемого в НТЦ УП РАН. Подобный прибор не имеет аналогов. За ним, как нам представляется большое будущее в различных прецизионных и сложных физических и химических экспериментах. Он позволит проводить различные удаленные спектральные измерения (одновременно с набором необходимых для исследователя оптоволоконных зондов) без пробоподготовки как стационарных так и меняющихся во времени процессов.

Список литературы

1. *Балашов А.А., Вагин В.А., Голяк И.С., Морозов А.Н., Хорохорин А.И.,* Многоканальный динамический ИК-фурье-спектрометр // Журнал прикладной спектроскопии. 2017. Т. 84. № 4. С.643-647.
2. *Вагин В.А., Гершун М.А., Жижин Г.Н., Тарасов К.И.* Светосильные спектральные приборы / Под ред. К.И. Тарасова. М.: Наука, 1988.

Поступила 15 августа 2018.

SPECTRAL DATA ACQUISITION AND HANDLING SYSTEM WITH CONTROL FUNCTION FOR MULTY-PROBE FTIR SPECTROMETER

V.A. VAGUINE, A.I. KHOROKHORIN

doi: 10.25210/jfop-1803-008015

The multy-probe FTIR spectrometer allows real-time measurement of several objects under study. Such a spectrometer consists of optical-mechanical part of the device, several fiber optic probes and the corresponding number of radiation receivers, the electronic part of the device, computer (PC) and software package (SP). The electronic part of the device, PC with corresponding SP are integrated into the data acquisition and handling with control function system (DAHS).

Electronic part of the device consists of four ADCs, microcontroller (MC), USB-bridge, a galvanic isolation unit and a scanning reflector driver (SRD). ADCs, USB-bridge and MC are combined by 8-bits data bus. ADC sampling goes simultaneously, but samples reading – sequentially, according to channel numbers, dialed by the operator.

MC program structure and functioning are also driven. By the help of this program MC receives from PC the main registration parameters: spectral resolution and the number of scans. In return PC receives the Interferogram array, which is divided by scans. Each of the next interferogram (corresponding to a specific channel) is coherently summed with the interferogram previously accumulated in this array. The total interferogram is subjected to phase correction and Fourier transform.

Scanning the reflector is performed by the SRD, structure and functioning of the last are also considered. The driver includes a frequency-to-voltage converter, an ultrahigh precision reference voltage, a scanning speed adjuster (setpoint), a comparison circuit(a velocity signal error deriver), an error signal switch, a proportional-differential chain, an integrating chain, a moving direction trigger, a summator of control voltage signals, a power amplifier.

The reflector moving linear motor is inserted between the two outputs of the power amplifier. The output signals of the amplifier are opposite in phase. The values of this signal depend on scanning reflector velocity deviation from nominal value. The frequency-to-voltage converter converts into a voltage the frequency of the reference channel. The result of conversion is compared with a reference voltage by means of a subtractor amplifier. The difference signal switch allows to maintain reflector speed at both scanning direction. The sign of the scanning speed error, which goes into the proportional-differential chain and the integrating chain is determined by the direction of scanning. The difference signal switching is provided by the trigger, which, in its turn, is switched by limit switches. There is possibility to reverse the scanning reflector to Start position by a command from MC also. Special attention is paid to the linear motor. The motor coil is fixed on the lower platform of the parallelogram mechanism frame and the magnets are mounted on its moving part. Magnetic field directions through the right and left parts of the coil are opposite to each other.

The considered spectral data acquisition and handling system with control function for multy-probe FTIR spectrometer has been developed at STC UI RAS and now is being tested. The device has no analogues. It will allow various remote spectral measurements without sample preparation for stationary and time-varying processes.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В базу данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

УДК 519.248

ПРОВЕРКА ОДНОРОДНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НАРАБОТОК ДО ОТКАЗА ЭЛЕМЕНТОВ В ДВУХ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ, СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ЭТИХ ЭЛЕМЕНТОВ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-016025

Тимонин В. И.— д.ф.-м.н., проф., кафедра ФН-1 «Высшая математика», Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана. E-mail: timoninmgtu52@mail.ru

Тянникова Н. Д.— к.ф.-м.н., доцент кафедра ФН-1 «Высшая математика» Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана. E-mail: tiannikova@yandex.ru

Аннотация

Пусть имеются два типа параллельных систем различной кратности, состоящих из одинаковых элементов (отказ системы наступает при отказе последнего элемента). Получены две выборки: одна выборка из наработок до отказа систем одной кратности, вторая – другой. Решается задача проверки однородности распределений наработок элементов по данным такого рода. Для решения этой задачи каждая из выборок рассматривается как цензурированная из наработок до отказа элементов. Разработан критерий типа Колмогорова – Смирнова, основанный на сравнении оценок типа Каплана – Мейера функций распределения наработок элементов. Предложен метод вычисления точных распределений статистики критерия. Вычислены значения вероятностей для широкого набора возможных значений объёмов выборок. Доказана сходимость распределения данной статистики к стандартному распределению Колмогорова – Смирнова при условии справедливости проверяемой гипотезы.

Ключевые слова: *непараметрическая статистика, критерий типа Колмогорова-Смирнова, оценка типа Каплана-Мейера*

Abstract

Suppose that there are two types of parallel systems of different multiplicity, consisting of the same elements (system failure occurs when the last element fails). Two samples are obtained: one sample from the times to failures of systems of one multiplicity, the second one of another multiplicity. The problem of testing the homogeneity of the distributions of the times to failures of elements from data of this kind is solved. To solve this problem, each of the samples is considered as censored from the times to failures of the elements. A criterion of the Kolmogorov-Smirnov type is developed, based on a comparison of Kaplan-Meier type estimates of the distribution functions of the workings of the elements. A method for calculating the exact distributions of the statistics of the criterion is proposed. The probabilities for a wide range of possible values of sample sizes are calculated. The convergence of the distribution of this statistic to the standard distribution of the Kolmogorov-Smirnov is proved under the condition of justice of the hypothesis.

Keywords: *nonparametric statistics, the Kolmogorov-Smirnov criterion, the Kaplan-Meier estimate*

Существует большое количество критериев для проверки гипотезы однородности двух или нескольких цензурированных выборок [1–3]. К наиболее известным относятся критерии Сэвиджа, Гилберта–Гехана, Ментэля–Хейнтцеля и др. [4–6]. Они применимы к данным, получаемым при различных механизмах цензурирования. В монографиях [4, 7] подробно исследованы различные аспекты этой задачи. Для большинства критериев известны лишь предельные распределения их статистик при справедливости гипотезы однородности. Данный факт определяется тем, что распределение моментов цензурирования практически всегда неизвестно, что заставляет переходить к условным перестановочным распределениям статистик критериев. Это же обстоятельство не позволяет использовать оценки Каплана-Мейера функций надежности выборок для их непараметрического сравнения.

Существует, однако, вид цензурирования, позволяющий разрабатывать критерии типа Колмогорова-Смирнова сравнения таких выборок, причем распределение статистик не зависит от вида распределений наработок до отказа. Это механизм прогрессивного цензурирования.

Пусть в некотором режиме испытывается N изделий. Механизм прогрессивного цензурирования описывается следующим образом [7]. При очередном i-м отказе ξ_i ($\xi_{i-1} < \xi_i, i = \overline{1,s}$) с испытаний снимаются (цензурируются) r_i случайным образом отобранных изделий. Уточним, что параметры r_i ,s известны заранее и не являются случайными величинами.

В [8-10] разработаны критерии типа Колмогорова-Смирнова, позволяющие проверять однородность распределения наработок до отказа элементов в том случае, когда известны наработки до отказа составленных из этих элементов последовательных систем. Статистики критериев основаны на сравнении оценок Каплана-Мейера функций надежности элементов, причем их распределения не зависят от распределения наработок до отказа при любых объемах выборок. Непараметрическая оценка Каплана-Мейера функции надежности $P_\xi(t)=P(\xi>t)$ наработок до отказа изделий имеет вид [11]

$$\widehat{P}_{KM}(t)=\prod_{\xi_i<t}\left(1-1/R_i\right),\quad R_i=N-\sum_{j=1}^{i-1}(r_j+1),$$
$$i=2,...,s-1,\quad R_1=N,\quad R_s=1,$$

при $t>\xi_1$; $\widehat{P}_{KM}(t)=1$, при $t<\xi_1$. R_i называется объемом множества риска перед отказом ξ_i.

В настоящей работе рассматривается аналогичная задача в случае испытаний параллельных систем.

Пусть имеется n_1 систем, каждая из которых состоит из m_1 параллельно соединенных элементов и n_2 систем, каждая из которых состоит из m_2 параллельно соединенных элементов такого же типа (нагруженный резерв). Без ограничения общности можно считать, что $m_2\le m_1$. Пусть n_1 систем эксплуатируются в режиме ε_1, а n_2 систем в режиме ε_2. Требуется проверить гипотезу о том, что распределение наработок до отказа элементов в каждом из режимов одинаково.

Обозначим через $F_1(t)$ функцию распределения наработок до отказа элементов в режиме ε_1. Аналогично, $F_2(t)$ — функция распределения наработок до отказа в режиме ε_2. Тогда проверяемая гипотеза имеет вид

$$H_0: F_1(t)=F_2(t)=F_0(t), \tag{1}$$

где $F_0(t)$ неизвестна.

По таким испытаниям наблюдаются только максимумы из наработок до отказа в каждой системе. Пусть

$$\Theta_1=\left(\theta_1^1,...,\theta_1^{n_1}\right),\quad \Theta_2=\left(\theta_2^1,...,\theta_2^{n_2}\right)$$

выборки из максимумов наработок до отказа систем, работающих в режимах ε_1 и ε_2 соответственно.

В этом случае использование оценок Каплана-Мейера функций надежности является неудобным, так как данные являются цензурированными слева. По этой причине для таких данных предлагается использовать оценки функции распределения $F_0(t)$, построенные аналогично оценкам Каплана-Мейера функции надежности. Идея метода приведена ниже.

Пусть $0<t_1<t_2<...<t_n$. Тогда по формуле произведения вероятностей имеем

$$P(\xi<t_i)=P(\xi<t_n)\cdot P(\xi<t_{n-1}/\xi<t_n)\cdot P(\xi<t_{n-2}/\xi<t_{n-1})\cdot...\cdot P(\xi<t_i/\xi<t_{i+1}).$$

Условные вероятности, по аналогии с оценками Каплана-Мейера, можно оценить выражением

$$\widehat{P}(\xi<t_j/\xi<t_{j+1})=\frac{d(t_j)}{d(t_{j+1})},$$

где $d(t_j)$ — число отказавших к моменту времени t_j элементов. Величины $d(t_j)$ связаны с объемами множеств риска R_j (количеством не отказавших к моменту времени t_j элементов) соотношением $d(t_j)+R_j=N$, где N — общее число испытываемых элементов.

В таком случае предлагается оценивать функцию распределения $F_0(t)$ по выборкам Θ_1 и Θ_2 согласно следующим формулам:

$$\widehat{F}_{\theta_j}(t)=\begin{cases}0, d_j(t)=0,\\ \prod_{i=1}^{n_j-d_j(t)}\left(1-\dfrac{1}{m_j(n_j-i+1)}\right), 1\le d_j(t)\le(n_j-1);\ j=1,2,\\ 1, d_j(t)=n_j,\end{cases}$$

где $d_j(t)$ — количество отказов систем к моменту времени t выборки Θ_j. Оценки $\widehat{F}_{\theta_1}(t),\widehat{F}_{\theta_2}(t)$ назовём оценками типа Каплана–Мейера функции распределения $F_0(t)$ по цензурированным слева данным.

Очевидно, что основные свойства оценок Каплана-Мейера сохраняются.

Если рассматривать выборки Θ_1,Θ_2 как независимые полные выборки из отказов систем, тогда их функции распределения можно оценить эмпирическими функциями распределения $\widehat{F}^1,\widehat{F}^2$.

Для проверки гипотезы (1) предлагается статистика вида

$$T=\frac{m_1 m_2\sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{\rho m_1^2+m_2^2}}\max_t\frac{\left(k_1\left(\widehat{F}^1\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_2\left(\widehat{F}^2\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-1}}{k_2\left(k_1\left(\widehat{F}^1\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_2\left(\widehat{F}^2\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-m_1}+k_1}\cdot\left|\widehat{F}_{\theta_1}(t)-\widehat{F}_{\theta_2}(t)\right|, \qquad (2)$$

где

$$\rho=\frac{n_1}{n_2}, k_1=\frac{\rho m_1^2}{\rho m_1^2+m_2^2}, k_2=\frac{m_2^2}{\rho m_1^2+m_2^2}.$$

Статистика (2) является аналогом статистики Смирнова применительно к проверке однородности двух цензурированных независимых выборок. Заметим, что при $m_1=m_2=1$ вид данной статистики совпадает с классической статистикой Смирнова.

Точные распределения статистики T

Точные распределения статистики T вычисляются способом, аналогичным тому, который описан в работе [12], с незначительными изменениями, обусловленными другой постановкой задачи. По этой причине приведем лишь его основные моменты.

Пусть $Q=\left\{\theta_1^1,...,\theta_1^{n_1},\theta_2^1,...,\theta_2^{n_2}\right\}$ — объединённая выборка из отказов систем в обоих режимах. Расположим элементы выборки Q в порядке убывания, полученный из них ряд $\Gamma=\left\{\gamma_1\geq\gamma_2\geq\gamma_3\geq...\geq\gamma_{n_1+n_2}\right\}$ будем в дальнейшем называть вариационным рядом.

Положим

$$z_k=\begin{cases}1, \text{если } \gamma_k=\theta_{01}^i, i=\overline{1,n_1},\\ 0, \text{если } \gamma_k=\theta_{02}^i, i=\overline{1,n_2},\end{cases}\quad k=1,\ldots,n_1+n_2..$$

Вектор $\mathbf{Z}=\left(z_1,z_2,...,z_{n_1+n_2}\right)$ состоит из n_1 единиц и n_2 нулей.

Лемма 1. Распределение вероятностей векторов $\mathbf{Z}=\left(z_1,z_2,...,z_{n_1+n_2}\right)$ не зависит от вида функции распределения $F_0(t)$ и определяется следующим выражением:

$$p(\mathbf{Z})=\prod_{k=1}^{n_1+n_2}\left(\frac{\left(\left(n_1-V_{k-1}\right)m_1\right)^{z_k}\left(\left(n_2-U_{k-1}\right)m_2\right)^{1-z_k}}{\left(n_1-V_{k-1}\right)m_1+\left(n_2-U_{k-1}\right)m_2}\right),$$

где $V_k=\sum_{i=1}^{k}z_i$, $V_0=0$ — количество единиц в векторе $\mathbf{Z}$ до k-го места включительно, $U_k=k-\sum_{i=1}^{k}z_i$, $U_0=0$ — количество нулей в векторе $\mathbf{Z}$ до k-го места включительно,

Доказательство. Утверждение леммы следует из вида условных вероятностей перехода «вверх» или «вправо» в схеме случайного блуждания частицы [12]. ◁

Для упрощения дальнейшего изложения запишем статистику (2) в виде $T=\max_t f(t)$, где $f(t)$ определяется видом статистики. Чтобы вычислить точные распределения статистики T, введем следующую модель случайного блуждания.

Пусть $(i,j), 0\leq i\leq n_1, 0\leq j\leq n_2$ — целочисленная решетка на плоскости. Частица на первом шаге выходит из точки $(0,0)$ и на (n_1+n_2)-ом шаге она заканчивает блуждание в точке (n_1,n_2), совершая n_1 скачков «вправо» и n_2 скачков «вверх». Траектории ω частицы будут находиться во взаимно однозначном соответствии с векторами $\mathbf{Z}$. Равенство $z_k=1$, $k=1,\ldots,(n_1+n_2)$ в векторе $\mathbf{Z}$ соответствует скачку вправо на k шаге, появление $z_k=0$, $k=1,\ldots,(n_1+n_2)$ — скачку вверх. При прохождении блуждания через точку (i,j) (что соответствует $V_{i+j}=i, U_{i+j}=j$) функция $f(t)$ принимает значение T_{ij}, равное

$$T_{ij}=\frac{m_1 m_2\sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{\rho m_1^2+m_2^2}}\frac{\left(k_1\left(\frac{n_1-i}{n_1}\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_2\left(\frac{n_2-j}{n_2}\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-1}}{k_2\left(k_1\left(\frac{n_1-i}{n_1}\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_2\left(\frac{n_2-j}{n_2}\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-m_1}+k_1}\cdot\Delta_{ij},$$

где $\Delta_{ij}=\left|\prod_{s_1=1}^{i}\left(1-\frac{1}{m_1(n_1-s_1+1)}\right)-\prod_{s_2=1}^{j}\left(1-\frac{1}{m_2(n_2-s_2+1)}\right)\right|$. Заметим, что T_{ij} одинаково для любой траектории, проходящей через точку (i,j). Схематически множество точек, по которым происходит блуждание, показано на рис. 1.

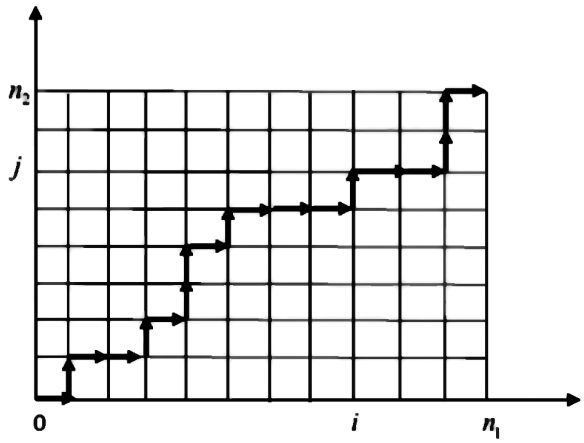


Рис. 1. *Случайное блуждание частицы по целочисленной решетке.*

Теорема 1. Вероятность $P\{T<h\}$ равна величине $\pi_{n_1,n_2}(h)$, которую можно получить повторным применением соотношения

$$\pi_{ij}(h)=\begin{cases}1, \text{ если } i=0,\ j=0;\\ \left(\frac{m_2(n_2-j+1)}{m_1(n_1-i)+m_2(n_2-j+1)}\pi_{i,j-1}(h)\right)\chi_{ij}(h),\ i=0,\ 1\le j\le n_2;\\ \left(\frac{m_1(n_1-i+1)}{m_1(n_1-i+1)+m_2(n_2-j)}\pi_{i-1,j}(h)\right)\chi_{ij}(h),\ 1\le i\le n_1,\ j=0;\\ \left(\begin{array}{l}\frac{m_1(n_1-i+1)}{m_1(n_1-i+1)+m_2(n_2-j)}\pi_{i-1,j}(h)+\\ +\frac{m_2(n_2-j+1)}{m_1(n_1-i)+m_2(n_2-j+1)}\pi_{i,j-1}(h)\end{array}\right)\chi_{ij}(h),\ 1\le i\le n_1,\ 1\le j\le n_2.\end{cases} \tag{3}$$

Здесь $\chi_{ij}(h)=\begin{cases}1, & T_{ij}<h\\ 0, & T_{ij}\ge h\end{cases}$.

Доказательство. Из леммы 1 получим, что вероятность каждой траектории ω можно записать в следующем виде:

$$p(\mathbf{Z})=p(\omega)=\prod_{k=1}^{n_1+n_2}\left(\frac{\left((n_1-V_{k-1})m_1\right)^{z_k}\left((n_2-U_{k-1})m_2\right)^{1-z_k}}{(n_1-V_{k-1})m_1+(n_2-U_{k-1})m_2}\right)=\prod_{k=1}^{n_1+n_2}\lambda_k(\omega).$$

Пусть ω_{ij} — множество «частичных» траекторий, начинающихся в точке $(0,0)$ и оканчивающихся в точке (i,j) (соответствующие $\mathbf{Z}$ имеют i единиц и j нулей на k-ом месте, где $k=i+j$). Обозначим $p_{ij}(\omega)=\prod_{l=1}^{k}\lambda_l(\omega)$. Вероятность любой траектории, совершающей скачок $(i-1,j)\to(i,j)$ (что соответствует $z_k=1$), имеет множитель $\lambda_k(\omega)=\frac{m_1(n_1-i+1)}{m_1(n_1-i+1)+m_2(n_2-j)}$. Если же происходит скачок $(i,j-1)\to(i,j)$ (что соответствует $z_k=0$), то $\lambda_k(\omega)=\frac{m_2(n_2-j+1)}{m_1(n_1-i)+m_2(n_2-j+1)}$. Пусть $\pi_{ij}=\sum_{\omega_{ij}}p_{ij}$. Тогда (3) следует из того, что в (i,j) за один скачок можно попасть только из точки $(i-1,j)$ или из $(i,j-1)$. Множитель $\chi_{ij}(h)$ обеспечивают обращение в нуль вероятностей траекторий, для которых $T_{ij}>h$. ◁

Выбор вида статистики (2) обусловлен тем, что ее предельное распределение при $n_1 \to \infty$, $n_2 \to \infty$ не зависит от m_1, m_2 и является классическим распределением Колмогорова–Смирнова. В табл. 1, 2 для некоторых объемов n_1, n_2 приведены точные вероятности распределения (2) для квантилей h=1.22, h=1.36 и h=1.63, которые являются соответственно квантилями уровней 0.8901, 0.9505 и 0.9901 асимптотического распределения Колмогорова–Смирнова [13].

Таблица 1. *Вероятности точного распределения $P(T < h)$ в случае равных объёмов выборок*

n_1=n_2	$P(T<h)$					
	h=1.22		h=1.36		h=1.63	
	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3
100	0.9218	0.9108	0.9636	0.9570	0.9939	0.9906
200	0.9122	0.9080	0.9604	0.9555	0.9915	0.9908
300	0.9005	0.9069	0.9577	0.9547	0.9906	0.9909
400	0.9065	0.9056	0.9554	0.9545	0.9921	0.9909
500	0.9045	0.9049	0.9584	0.9538	0.9911	0.9908
1000	0.9029	0.9030	0.9516	0.9532	0.9903	0.9907
1500	0.8997	0.9021	0.9530	0.9526	0.9910	0.9906
2000	0.9045	0.9015	0.9546	0.9524	0.9910	0.9906
∞	0.8981	0.8981	0.9505	0.9505	0.9901	0.9901

Таблица 2. *Вероятности точного распределения $P(T < h)$ в случае пропорциональных объёмов выборок, $n_2 = 2n_1$*

n_1, n_2=2n_1	$P(T<h)$					
	h=1.22		h=1.36		h=1.63	
	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3
100	0.9122	0.9051	0.9580	0.9532	0.9917	0.9891
200	0.9078	0.9049	0.9561	0.9534	0.9913	0.9900
300	0.9061	0.9042	0.9543	0.9532	0.9911	0.9903
400	0.9050	0.9038	0.9538	0.9530	0.9910	0.9904
500	0.9043	0.9031	0.9537	0.9528	0.9909	0.9904
1000	0.9023	0.9019	0.9530	0.9523	0.9907	0.9904
1500	0.9016	0.9012	0.9524	0.9520	0.9906	0.9904
2000	0.9011	0.9008	0.9522	0.9519	0.9905	0.9904
∞	0.8981	0.8981	0.9505	0.9505	0.9901	0.9901

Асимптотическое распределение статистики T

Рассмотрим вопрос о нахождении асимптотического распределения статистики (2). Хотя изложенный выше метод позволяет находить точные вероятности для любых используемых на практике объемов выборок, сам вид применяемой статистики может быть получен только анализом предельных свойств процессов, определяемых оценками функций распределения $\widehat{F}_{\theta_1}(t)$ и $\widehat{F}_{\theta_2}(t)$.

Заметим, что при справедливости гипотезы (1) распределение статистики (2) не зависит от вида $F_0(t)$, поэтому можно считать, что $F_0(t) = t$, $0 \le t \le 1$. Рассмотрим случайный процесс $Z_n(t) = \left(\widehat{F}_{\theta_1}(t) - t\right) - \left(\widehat{F}_{\theta_2}(t) - t\right), 0 < t \le 1$. Найдём математическое ожидание и функцию ковариации этого процесса. Рассмотрим сначала процесс $X_1(t) = \widehat{F}_{\theta_1}(t) - t$.

Выразим $\widehat{F}_{\theta_1}(t)$ через гамма-функцию. Обозначим $q_1(t) = n_1 - d_1(t)$ — число неотказавших систем к моменту времени t.

Нетрудно преобразовать $\widehat{F}_{\theta_1}(t)$ к виду

$$\widehat{F}_{\theta_1}(t)=\begin{cases}\dfrac{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}\right)\Gamma\left(n_1-q_1(t)+1\right)}{\Gamma\left(n_1+1\right)\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}-q_1(t)\right)}, & 0\le q_1(t)\le n_1-1,\\ 0,\ q_1(t)=n_1. & \end{cases}$$

Для дальнейших рассуждений приведем сначала лемму, доказательство которой представлено в [14].

Лемма 2. При $\beta>K-1, K\in\mathbb{N}$ и $0<t<1$ справедливо соотношение

$$\sum_{i=0}^{K}\frac{\Gamma\left(\beta+2\right)}{\Gamma\left(\beta-i+2\right)\Gamma\left(i+1\right)}t^i\left(1-t\right)^{\beta-i+1}=1-\frac{1}{\mathrm{B}\left(\beta-K+1,K+1\right)}\int_0^t x^K\left(1-x\right)^{\beta-K}dx\,.\ \triangleleft$$

При $K=[\beta]+1$ получаем

$$\sum_{i=0}^{[\beta]+1}\frac{\Gamma\left(\beta+2\right)}{\Gamma\left(\beta-i+2\right)\Gamma\left(i+1\right)}t^i\left(1-t\right)^{\beta-i+1}=$$

$$=1-\frac{1}{\mathrm{B}\left(\beta-\left([\beta]+1\right)+1,\left([\beta]+1\right)+1\right)}\int_0^t x^{[\beta]+1}\left(1-x\right)^{\beta-\left([\beta]+1\right)}dx=$$

$$=1-\frac{1}{\mathrm{B}\left([\beta]+2,\{\beta\}\right)}\int_0^t x^{\left([\beta]+2\right)-1}\left(1-x\right)^{\{\beta\}-1}dx\,.$$

Так как $I_t\left(\lambda,\mu\right)=\dfrac{1}{B\left(\lambda,\mu\right)}\displaystyle\int_0^t\tau^{\lambda-1}\left(1-\tau\right)^{\mu-1}d\tau$ — неполная функция Пирсона, то

$$\sum_{i=0}^{[\beta]+1}\frac{\Gamma\left(\beta+2\right)}{\Gamma\left(\beta-i+2\right)\Gamma\left(i+1\right)}t^i\left(1-t\right)^{\beta-i+1}=1-I_t\left([\beta]+2,\{\beta\}\right).$$

Найдем среднее процесса $X_1(t)=\widehat{F}_{\theta_1}(t)-t$. Заметим, что случайная величина $q_1(t)$ имеет биномиальное распределение $q_1\left(t\right)\sim B\left(1-t^{m_1},n_1\right)$.

Тогда, полагая, $y=1-t^{m_1}$ получим

$$\mathrm{E}X_1\left(t\right)=\mathrm{E}\widehat{F}_{\theta_1}(t)-t=\sum_{i=0}^{n_1-1}\frac{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}\right)\Gamma\left(n_1-i+1\right)}{\Gamma\left(n_1+1\right)\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}-i\right)}C_{n_1}^i y^i\left(1-y\right)^{\left(n_1-i\right)}-t=$$

$$=\sum_{i=0}^{n_1-1}\frac{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}\right)}{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}-i\right)\Gamma\left(i+1\right)}\left(1-t^{m_1}\right)^i t^{m_1\left(n_1-i\right)}-t=-t\,I_y\left(n_1,\frac{m_1-1}{m_1}\right).$$

Найдем ковариацию процесса $X_1\left(t\right)$. При решении задачи о проверке гипотезы однородности в испытаниях с переменной нагрузкой, в [14] для оценки Каплана-Мейера

$$\widehat{P}_{\theta_1}\left(t\right)=\begin{cases}1,\ d_1\left(t\right)=0,\\ \displaystyle\prod_{i=1}^{d_1(t)}\left(1-\frac{1}{m_1\left(n_1-i+1\right)}\right),\\ 0,\ d_1\left(t\right)=n_1,\end{cases}$$

$$1\le d_1\left(t\right)\le\left(n_1-1\right)$$

функции надежности $P_0(t)=1-F_0(t)$ была доказана следующая лемма.

Лемма 3. Пусть $0 \le s \le t \le \Delta < 1$, тогда

$$\mathrm{E}\widehat{P}_{\theta_1}(s)\widehat{P}_{\theta_1}(t) = \frac{\Lambda(n_1)}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2} \cdot \sqrt[m_1]{1-x} - \frac{y(n_1-1)}{n_1} \cdot \frac{\Lambda(n_1-1)}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2} \cdot \sqrt[m_1]{1-x},$$

где $x = 1-(1-t)^{m_1}$, $y = 1-(1-s)^{m_1}$, $\Lambda(n_1) = \iint\limits_D \frac{e^{-n_1(u+v)}}{\sqrt[m_1]{(1-e^{-u})(1-e^{-v})(1-ye^{v})^{m_1-1}}} du dv$. Область D имеет следующий вид $D = \left\{(u,v) \middle| \begin{array}{c} 0 \le u \le -\ln\left(1 - \frac{1-x}{1-y}(1-ye^{v})\right) \\ 0 \le v \le -\ln y \end{array} \right\}$. ◁

Вид области D представлен на рис. 2.

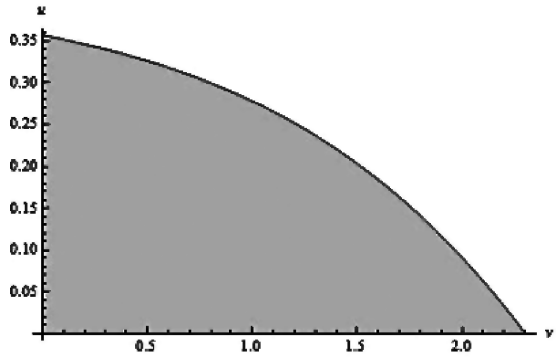


Рис. 2. *Вид области интегрирования* D.

При выводе $\mathrm{E}\widehat{F}_{\theta_1}(s)\widehat{F}_{\theta_1}(t)$ применяется тот же метод, но с другими значениями параметров $y = 1-t^{m_1}$, $x = 1-s^{m_1}$. Поэтому справедлива следующая лемма.

Лемма 4. Пусть $0 < \Delta \le s \le t \le 1$, тогда

$$\mathrm{E}\widehat{F}_{\theta_1}(s)\widehat{F}_{\theta_1}(t) = \frac{\Lambda(n_1)}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2} \cdot \sqrt[m_1]{1-x} - \frac{y(n_1-1)}{n_1} \cdot \frac{\Lambda(n_1-1)}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2} \cdot \sqrt[m_1]{1-x},$$

где $y = 1-t^{m_1}$, $x = 1-s^{m_1}$, $\Lambda(n_1) = \iint\limits_D \frac{e^{-n_1(u+v)}}{\sqrt[m_1]{(1-e^{-u})(1-e^{-v})(1-ye^{v})^{m_1-1}}} du dv$.

Область D имеет следующий вид:

$$D = \left\{(u,v) \middle| \begin{array}{c} 0 \le u \le -\ln\left(1 - \frac{1-x}{1-y}(1-ye^{v})\right) \\ 0 \le v \le -\ln y \end{array} \right\}. \triangleleft$$

Рассмотрим асимптотические разложения для моментов функций $X_1(t) = \widehat{F}_{\theta_1}(t) - t$.

Легко получить асимптотическое разложение при $n_1 \to \infty$ для $\frac{1}{\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)}$, используя разложение для входящих в него гамма–функций [15]. Оно имеет вид

$$\frac{1}{\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)} \sim \frac{1}{\left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}} \Gamma\left(\frac{m_1-1}{m_1}\right)\right]} \left\{1 - \frac{1}{n_1}\frac{m_1-1}{2m_1^2} + \frac{1}{n_1^2}\frac{2m_1^3-3m_1^2-2m_1+3}{6m_1^4} + \ldots\right\}.$$

Тогда

$$\frac{1}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2} \sim \frac{1}{\left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}} \Gamma\left(\frac{m_1-1}{m_1}\right)\right]^2} \left\{1 - \frac{1}{n_1}\frac{m_1-1}{m_1^2} + \frac{1}{n_1^2}\frac{m_1^3-4m_1+3}{6m_1^4} + \ldots\right\}.$$

Для вывода предельного распределения статистики T нас интересует поведение моментов при $n_1 \to \infty, n_2 \to \infty$.

Теорема 2. Пусть $0 < \Delta \le s \le t \le 1$, тогда

$$E\widehat{F}_{\theta_1}(s)\widehat{F}_{\theta_1}(t) \sim st\left\{1 + \frac{1}{n_1 m_1^2} \cdot \frac{y}{1-y} + \ldots\right\}. \triangleleft$$

Доказательство аналогичной теоремы для оценки функции надежности Каплана-Мейера представлено в [8]. Оно основано на том факте, что при выводе асимптотического разложения область интегрирования D в $\Lambda(n_1)$ можно заменить на $D_0 = [0,+\infty) \times [0,+\infty)$. При этом

$$\frac{1}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1 - \frac{1}{m_1}\right)\right)^2} \Lambda(n_1) \sim \frac{1}{\left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}} \Gamma\left(\frac{m_1 - 1}{m_1}\right)\right]^2} \left\{1 - \frac{1}{n_1} \frac{m_1 - 1}{m_1^2} + \ldots\right\} \times$$

$$\times \left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}} \Gamma\left(\frac{m_1 - 1}{m_1}\right)\right]^2 \left\{1 + \frac{1}{n_1} \cdot \frac{m_1 - 1}{m_1^2}\left(\frac{1 + (m_1 - 2)y}{1 - y}\right) + \ldots\right\} \frac{1}{\sqrt[m_1]{(1-y)^{m_1 - 1}}} =$$

$$= \left\{1 + \frac{1}{n_1} \cdot \frac{m_1 - 1}{m_1^2}\left(\frac{(m_1 - 1)y}{1 - y}\right) + \ldots\right\} \frac{1}{\sqrt[m_1]{(1-y)^{m_1 - 1}}}.$$

Можно показать, что при $0 < \Delta \le s \le t \le 1$, коэффициенты в асимптотическом разложении $EX_1(t)$ при степенях $n_1^{-\frac{1}{2}}$ и $n_1^{-\frac{3}{2}}$ равны нулю. Сохраняя члены до порядка n_1^{-1} включительно, получим главный результат, дающий асимптотическое разложение для ковариации процесса $X_1(t)$.

Теорема 3. Пусть $0 < \Delta \le s \le t \le 1$, тогда

$$K_1(s,t) = EX_1(s)X_1(t) - EX_1(s)EX_1(t) \sim ts\left(\frac{1 - t^{m_{11}}}{m_1^2 n_1 t^{m_1}} + o\left(\frac{1}{n_1}\right)\right). \triangleleft$$

Аналогичным образом, рассматривая процесс $X_2(t) = \widehat{F}_{\theta_2}(t) - t$, получим

$$K_2(s,t) = EX_2(s)X_2(t) - EX_2(s)EX_2(t) \sim ts\left(\frac{1 - t^{m_2}}{m_2^2 n_2 t^{m_2}} + o\left(\frac{1}{n_2}\right)\right).$$

Учитывая, что ковариация разности двух независимых случайных процессов равна сумме ковариаций каждого из процессов в отдельности, окончательно получаем следующую теорему для асимптотического разложения ковариации процесса $Z_n(t)$.

Теорема 4. Пусть $0 < \Delta \le s \le t \le 1$, тогда при $n_1 \to \infty, n_2 \to \infty, n_1 = \rho n_2$

$$K_n(s,t) = K_1(s,t) + K_2(s,t) \sim$$

$$\sim ts\left(\frac{1 - t^{m_1}}{m_1^2 n_1 t^{m_1}} + \frac{1 - t^{m_2}}{m_2^2 n_2 t^{m_2}} + o\left(\frac{1}{n_2}\right) + o\left(\frac{1}{n_1}\right)\right) \sim s\left(\frac{1}{n_2} \frac{1 - t^{m_1}}{m_1^2 \rho t^{m_1 - 1}} + \frac{1 - t^{m_2}}{m_2^2 n_2 t^{m_2 - 1}} + o\left(\frac{1}{n_2}\right)\right).$$

В [1] доказана общая теорема о сходимости распределений цензурированных эмпирических процессов к распределениям гауссовских процессов. Как следствие, в нашем случае распределение $Y_n(t) = \frac{m_1 m_2 \sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{\rho m_1^2 + m_2^2}} Z_n(t)$ слабо сходится к распределению гауссовского процесса $Y(t)$ с

$$E[Y(t)] = 0, \quad E[Y(s) \cdot Y(t)] = s \cdot \left(\frac{1 - t^{m_1}}{\rho m_1^2 t^{m_1 - 1}} + \frac{1 - t^{m_2}}{m_2^2 t^{m_2 - 1}}\right), \quad 0 < \Delta \le s \le t \le 1.$$

Теорема 5. Предельным распределением статистики T при справедливости (1) является стандартное распределение Колмогорова–Смирнова

$$P\{T < x\} \xrightarrow[\substack{n_1 \to \infty \\ n_2 \to \infty}]{} K(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2 x^2}.$$

Доказательство. Рассмотрим преобразование $\tau(s)=\dfrac{k_2 s^{m_2-m_1}+k_1-s^{m_2}}{k_2 s^{m_2-m_1}+k_1}:\ [0,1]\to[1,0]$. Нетрудно показать, что $\tau'(t)\le 0$, $\tau(0)=1$, $\tau(1)=0$. Тогда существует обратное преобразование $s=\psi(\tau)$. Введем в рассмотрение процесс

$$W(\tau)=Y(\psi(\tau))\cdot\frac{\psi(\tau)^{m_2-1}}{k_2\psi(\tau)^{m_2-m_1}+k_1}=Y(\psi(\tau))\cdot\lambda(\psi(\tau)).$$

Имеем при некотором $\Delta_1:\ 0\le u\le v\le\Delta_1<1$, $\psi(u)=t$, $\psi(v)=s$

$$E[W(\tau)]=0,\ E[W(u)\cdot W(v)]=\lambda(\psi(u))\lambda(\psi(v))\cdot E[Y(\psi(u))Y(\psi(v))]=$$
$$=\lambda(s)\lambda(t)\cdot E[Y(s)Y(t)]=$$
$$=\frac{s^{m_2-1}}{k_2 s^{m_2-m_1}+k_1}\cdot\frac{t^{m_2-1}}{k_2 t^{m_2-m_1}+k_1}\cdot s\cdot\frac{k_2 t^{m_2-m_1}+k_1-t^{m_2}}{t^{m_2-1}}=$$
$$=\frac{s^{m_2}}{k_2 s^{m_2-m_1}+k_1}\cdot\frac{k_2 t^{m_2-m_1}+k_1-t^{m_2}}{k_2 t^{m_2-m_1}+k_1}=u\cdot(1-\nu).$$

Следовательно, $W(\tau)$ — стандартный броуновский мост, $0\le\tau\le\Delta_1<1$. В [16] показано, что, в силу произвольности Δ_1, можно считать, что временной интервал может быть расширен до интервала $0\le\tau\le 1$. Тогда утверждение теоремы следует из распределения точной верхней грани модуля броуновского моста [17]. ◁

Сравнивая точные и асимптотические вероятности распределения статистики (2) нетрудно видеть, что на практике, при небольших n_1, n_2 следует пользоваться точными вероятностями, так как разница между ними существенна.

Список литературы

1. *Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д.* Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ. М.: Либроком, 2013. 584 с.
2. *Гнеденко Б. В.* Вопросы математической теории надежности. М.: Радио и связь, 1983. 376 с.
3. *Gamiz, M. L., Kulasekera, K. B., Limnios, N., and Lindqvist, B. H.* Applied Nonparametric Statistics in Reliability. London: Springer, 2011. 229 p.
4. *Bagdanovich, V., Kruopis, J., and Nikulin, M. S.* Nonparametric Tests for Censored Data. London: ISTE Ltd, 2011. 233 p.
5. *Skiadas, C. H.* Advances in Data Analysis. Boston: Birkhauser, 2010. 364 p.
6. *Кокс Д., Оукс Д.* Анализ данных типа времени жизни. М.: Финансы и статистика, 1988. 191 с.
7. *Balakrishnan, N., Cramer, E.* The Art of Progressive Censoring. Applications to Reliability and Quality. New York, Springer, 2014.
8. *Тимонин В. И., Тянникова Н. Д.* Прогрессивное цензурирование — проверка однородности нескольких независимых выборок // Физические основы приборостроения. 2016. Т. 5. № 2 (19). С. 80–87.
9. *Тимонин В. И., Тянникова Н. Д.* Сравнение прогрессивно цензурированных выборок — численные методы табулирования распределений статистик однородности и исследование оценки параметров связи их распределений методом Монте-Карло // Математическое моделирование и численные методы. 2015. № 3.С. 89–100.
10. *Тимонин В. И., Тянникова Н. Д.* Применение оценок Каплана–Мейера для проверки степенной гипотезы Кокса по двум прогрессивно цензурированным выборкам // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. 2015. № 6. С. 68–84.
11. *Ng, N., Balakrishnan, N.* Precedence-Type Test Based on Kaplan-Meier Estimator of Cumulative Distribution Function // Journal of Statistical Planning and Inference. 2010. No. 140. P. 2295–2311.
12. *Тимонин В. И., Тянникова Н. Д.* Метод вычисления точных распределений статистик типа Колмогорова-Смирнова в случае нарушения однородности и независимости анализируемых выборок // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование». 2014. № 11. P. 217–227.
13. *Большев Л. Н., Смирнов Н. В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.
14. *Тимонин В. И., Ермолаева М. А.* Оценки Каплана-Мейера в статистиках типа Колмогорова-Смирнова при проверке гипотез в испытаниях с переменной нагрузкой // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т. 15. № 7. С. 18–26.
15. *Олвер Ф.* Асимптотика и специальные функции. М.: Наука, 1990. 528 с.
16. *Bordes, L.* Non-Parametric Estimation Under Progressive Censoring // Journal of Statistical Planning and Inference. 2004. № 119. P. 171–189.
17. *Hajek, J., Sidak, Z.* Theory of Rank Tests. London: Academic Press, 2004. 438 p.

Поступила 28 февраля 2018.

THE HOMOGENEITY TESTING OF THE DISTRIBUTIONS OF TIMES TO FAILURE OF THE ELEMENTS IN TWO DIFFERENT MODES BASED ON THE RESULTS OF TESTS OF REDUNDANT SYSTEMS COMPOSED OF THESE ELEMENTS

V.I. TIMONIN, N.D. TYANNIKOVA

doi: 10.25210/jfop-1803-016025

Suppose that there are two parallel systems of different multiplicity, consisting of the same elements (system failure occurs when the last element fails). Two samples in two different modes were obtained from testing the systems in two different modes: one sample - from operating times to failure of systems (one multiplicity) operating in the first mode, the second one - from the operating times to failure of the systems (different multiplicity) operating in the second mode. The problem of testing the homogeneity of the distributions of the up times to failure of the elements from data of this kind is solved. To solve this problem, each of the samples is considered as censored from the times to failure of the elements. According to such samples, estimates of the distribution function of the times to failure of the elements are proposed, similar to the estimates of the Kaplan-Meier reliability function. The Kolmogorov-Smirnov type criterion which is based on a comparison of the estimates of these distribution functions is considered. In the particular case, for unit multiplicity of systems, the criterion coincides with the classical criterion for Smirnov's homogeneity. It is shown that the distribution of the statistics of the criterion does not depend on the form of the distribution function for the validity of the hypothesis of homogeneity being tested. A method for calculating the exact distributions of the statistics of a criterion is developed, it is based on the random walk model of a particle on an integer-valued lattice in the plane. The values of the exact probabilities for a wide range of possible sample sizes are calculated. For the asymptotic distribution of the statistics of the criterion, the weak convergence of the distributions of the empirical processes used to the distribution of the standard Brownian bridge is proved. A consequence of this is the convergence of the exact distributions of statistics to the classical Kolmogorov-Smirnov distribution. Comparison of exact and asymptotic probabilities has shown that in practice, with small sample sizes, it is necessary to use exact probabilities, since the difference between exact and asymptotic probabilities is essential.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В базу данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

R-ФУНКЦИИ, АТОМАРНЫЕ ФУНКЦИИ, ВЕЙВЛЕТЫ, ФРАКТАЛЫ И ХАОС В ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ

УДК 621.391.01

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОКОН КАЙЗЕРА И КРАВЧЕНКО-КАЙЗЕРА ПРИ ПРИЕМЕ СИГНАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ OFDM-СИГНАЛОВ, УСТОЙЧИВЫХ К СОСРЕДОТОЧЕННЫМ ПО СПЕКТРУ ПОМЕХАМ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-026037

Назаров Л. Е.— гл.н.с., д.ф.-м.н., Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Фрязино. E-mail: nazarov@sunclass.ire.rssi.ru

Зудилин А. С.— инженер-программист, Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. E-mail: zudilinas@hotbox.ru

Аннотация

Приведены описания алгоритмов приема с использованием весовых окон для сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов, устойчивых к сосредоточенных по спектру помехам. Даны критерии оптимальности весовых окон, используемых при приеме данных сигнальных конструкций. Даны результаты анализа помехоустойчивости при приеме рассматриваемых сигнальных конструкций с использованием весовых окон Кайзера и Кравченко-Кайзера, обладающих свойствами оптимальности.

Ключевые слова: *OFDM-сигналы, сосредоточенные по спектру помехи, компенсация помех, окно Кайзера, окно Кравченко-Кайзера*

Abstract

The focus of this paper is directed towards the development and investigation of efficient technique for narrow-band mitigation for OFDM signals. In this paper the frequency-domain algorithms with Kaiser and Kravchenko-Kaiser windows for reduction of signals concentrated on a range are proposed.

Keywords: *OFDM, noise reduction, narrow-band noise, Kaiser window, Kravchenko-Kaiser window*

Введение

OFDM-сигналы (orthogonal frequency division multiplexing) интенсивно используются в приложениях и являются базовыми для семейства стандартов IEEE802.12.11 (WiFi) (пакетная передача по каналам беспроводных локальных сетей WLAN) и IEEE802.16 (WiMax) (пакетная передача по каналам беспроводных городских сетей WMAN) и для ряда принятых протоколов: DAB, DVB-T, DVB-T2 (цифровое радиовещание и телевидение), DVB-SH (цифровое спутниковое телевидение), 3GPP LTE (мобильная связь 4G) [1,2].

С использованием OFDM-сигналов возможна организация связи с многолучевым распространением, обусловливающим частотно-селективные замирания сигналов, межсимвольную интерференцию и нестационарность каналов передачи [1,2]. Полезным свойством OFDM-сигналов является их высокая спектральная эффективность. При формировании и приеме этих сигналов используется алгоритм быстрого спектрального преобразования в базисе Фурье (БПФ) [3].

Исследованию свойств OFDM-сигналов, в частности, оцениванию мощности интермодуляционных помех за счет нелинейности передающих устройств сигналов, посвящен ряд работ [1,2,4–6].

Для приложений важной является проблема повышения помехоустойчивости систем передачи информации, использующих OFDM-сигналы, при наличии класса сосредоточенных по спектру помех. С целью решения этой проблемы в [7–9] предложены сигнальные конструкции на основе OFDM-сигналов, помехоустойчивого кодирования и перемежения, при приеме которых используются алгоритмы компенсации сосредоточенных по спектру помех в частотной области. Разработанные алгоритмы приема данных сигнальных конструкций основаны на нелинейной обработке входных реализаций с использованием БПФ в сочетании с весовыми окнами.

Актуальной является проблема выбора оптимальных весовых окон, определяющих максимальную помехоустойчивость передачи информации с использованием исследуемых сигнальных конструкций, и анализ помехоустойчивости при приеме этих сигнальных конструкций для класса рассматриваемых помех.

1. Постановка задачи

OFDM-сигналы $\dot{s}(t)$ представляют сумму N парциальных гармонических сигналов, ортогональных в усиленном смысле на интервале определения T [1]

$$\dot{s}(t)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{m=0}^{N-1}\dot{\alpha}_m\exp\left(j2\pi f_m t\right). \quad (1)$$

Здесь символы $\dot{\alpha}_m$ в блоке $(\dot{\alpha}_0,\dot{\alpha}_1,...,\dot{\alpha}_{N-1})$ объемом J^N (J — объем алфавита символов $\dot{\alpha}_m$) задаются используемым сигнальным "созвездием" на основе входной информационной последовательности длительностью $L=N\log_2 J$. Для «созвездия» с 2-х фазовой манипуляцией (ФМ2) $J=2$ и $L=N$.

Сосредоточенные по спектру помехи эквивалентны полигармоническим сигналам, включая однотональные сигналы, и подобны по структуре OFDM-сигналам (1). Это обусловливает более высокую эффективность данных помех относительно снижения помехоустойчивости OFDM-сигналов по сравнению с базовой моделью помехи в виде аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ). Количественной мерой помехоустойчивости является вероятность ошибки на информационный бит $P_б$ при приеме сигналов.

В качестве примера на рис. 1 приведен вид спектральных плотностей $S(f)$ сосредоточенных по спектру помех в окрестности несущей частоты с полосой ± 50 кГц, полученный в результате обработки сигналов спутниковой информационной системы в Р-диапазоне [10]. Наблюдается в среднем до 5 помех рассматриваемого типа, отношение мощности информационного сигнала к мощности широкополосной помехи может достигать –20…–25 дБ и менее.

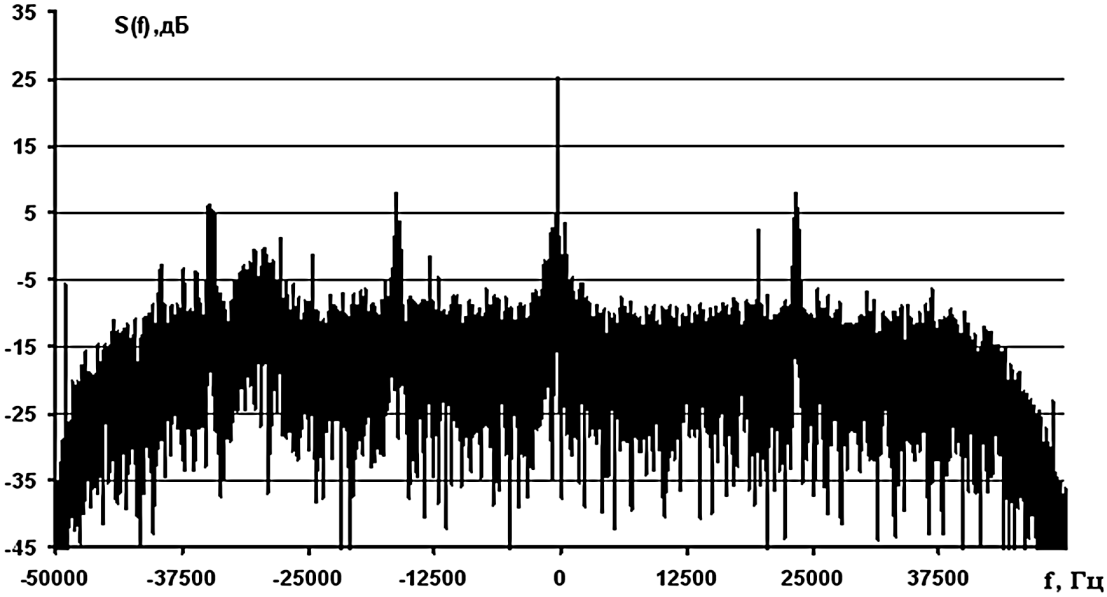


Рис. 1. *Вид спектральных плотностей сосредоточенных по спектру помех в окрестности несущей частоты с полосой ± 50 кГц, полученных в результате обработки сигналов спутниковой информационной системы в Р-диапазоне.*

Известные методы снижения эффективности сосредоточенных по спектру помех основаны на увеличении базы B сигналов или применении адаптивных методов компенсации данных помех.

При использовании сигналов с базой B, определяемой отношением полосы сигналов к скорости передачи информации, вероятность $P_б$ монотонно зависит от отношения $\sqrt{\frac{BP_с}{P_п}}$ — при приеме сигналов происходит снижение эффективности сосредоточенных по спектру помех в B раз [11]. Здесь $P_с$ — мощность сигналов, $P_п$ - мощность сосредоточенных по спектру помех.

При превышении мощности $P_п$ более чем в B раз над мощностью $P_с$ существенно снижается помехоустойчивость при приеме OFDM-сигналов, поэтому применяются методы обработки, осуществляющие компенсацию данного типа помех [10].

В целях повышения надежности передачи информации при наличии в канале рассматриваемых помех в [7–9] предложены сигнальные конструкции на основе OFDM-сигналов, помехоустойчивого кодирования, перемежения кодовых символов и увеличения их базы. Алгоритмы приема этих сигнальных конструкций основаны на компенсации рассматриваемых канальных помех в частотной области и включают БПФ с весо-

вым окном, пороговое ограничение значений спектральных составляющих и вычисление решений с выхода сигнального демодулятора, используемых при декодировании помехоустойчивых кодов.

В настоящей статье приводятся критерии оптимальных весовых окон, определяющих максимальную помехоустойчивость передачи информации с использованием рассматриваемых сигнальных конструкций. Приводятся результаты исследований вероятностных характеристик алгоритмов обработки при приеме сигнальных конструкций для сосредоточенных по спектру помех с использованием весовых окон Кайзера и Кравченко-Кайзера [3,12-14], удовлетворяющих сформулированным критериям оптимальности. Приведены результаты моделирования алгоритмов приема.

2. Описание сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов

На рис. 2 приведена схема формирования рассматриваемых сигнальных конструкций [7]. Дадим пояснения по составляющим блокам схемы.

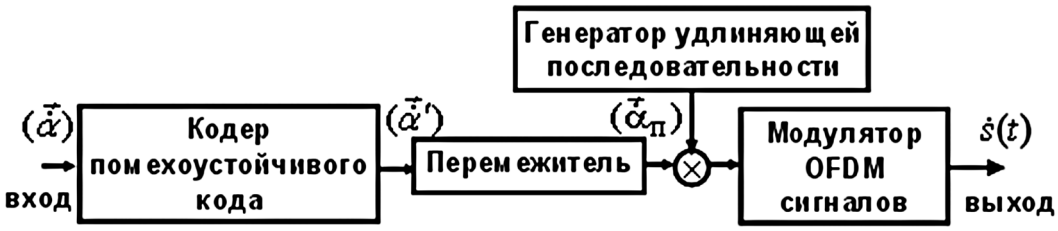


Рис. 2. *Схема формирования сигнальных конструкций на основе OFDM сигналов, помехоустойчивого кодирования и перемежения.*

На вход кодера помехоустойчивого кода подается последовательность информационных символов $(\vec{\dot{\alpha}})$ длительностью K. С выхода кодера последовательность кодовых символов $(\vec{\dot{\alpha}}')$ длительностью $\frac{K}{R}$ (R — кодовая скорость помехоустойчивого кода) поступает на вход перемежителя и далее каждый кодовый символ с выхода перемежителя $(\vec{\dot{\alpha}}_п)$ отображается в последовательность $(\dot{\alpha}_{п,i}\dot{p}_0(i),...,\dot{\alpha}_{п,i}\dot{p}_{l-1}(i))$ длительностью l действием умножителя и генератора удлиняющей последовательности. Здесь $\dot{p}_j(i)$, ($j=1,2,...,l$) — последовательность символов удлиняющей последовательности с двоичными компонентами ± 1. Последовательность символов с выхода умножителя длительностью $\frac{Kl}{R}$ поступает на вход модулятора OFDM-сигналов, реализующего обратное спектральное преобразование в базисе Фурье размерностью N и формирующего последовательность $L=\frac{Kl}{RN}$ OFDM-сигналов (1) с использованием манипуляции ФМ2 парциальных сигналов.

Для фиксированной частотной полосы и фиксированного числа парциальных сигналов N в (1) действие умножителя и генератора удлиняющей последовательности эквивалентно увеличению длительности и базы рассматриваемой сигнальной конструкции по отношению к длительности исходных OFDM-сигналов (уменьшению информационной скорости) в l раз.

На рис. 3 приведена схема алгоритма обработки реализации $\vec{\dot{z}}$ с выхода канала передачи при приеме рассматриваемых сигнальных конструкций $\vec{\dot{s}}$ [7]. Отсчеты $\dot{z}_i$ реализации $\vec{\dot{z}}$ задаются соотношением

$$\dot{z}_i = \dot{s}_i + \dot{n}_i + \dot{N}_i . \qquad (2)$$

Здесь $\dot{n}_i$ — комплексные отсчеты, соответствующие АБГШ; $\dot{N}_i$ — комплексные отсчеты, соответствующие рассматриваемым сосредоточенным по спектру помехам. Дадим пояснения по составляющим блокам схемы.

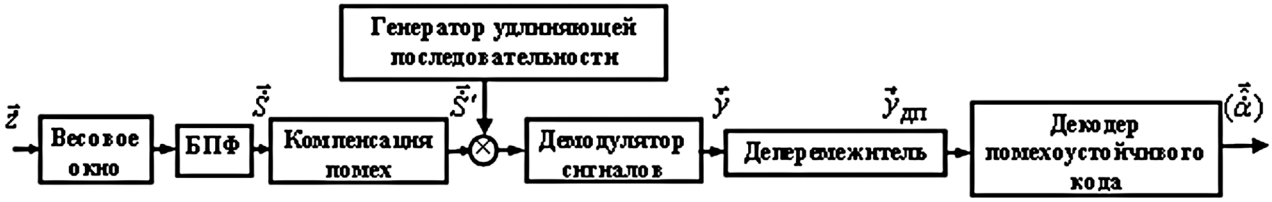


Рис. 3. *Схема обработки при приеме сигнальных конструкций на основе OFDM сигналов, помехоустойчивого кодирования и перемежения.*

Реализация $\vec{\dot{z}}$ с выхода канала поступает на вход приемного устройства, содержащего весовое окно с коэффициентами $w(k)$, $k=0,1,2,...,N-1$; модуль вычисления спектрального преобразования в базисе Фурье размерностью N; модуль компенсации сосредоточенных по спектру помех; генератор удлиняющей последовательности и умножитель; демодулятор OFDM-сигналов; деперемежитель и декодер помехоустойчивого кода.

На вход модуля компенсации сосредоточенных по спектру помех поступают нормированные спектральные отсчеты $\dfrac{\dot{S}_j(k)}{\dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=0}^{N-1}\left|\dot{S}_j(k)\right|}$, $k=0,1,2,...,N-1$, $j=1,2,...,L$, вычисленные с использованием БПФ размерностью N для последовательности взвешенных входных отсчетов $\dot{z}_i(k)w(k)$.

Демодулятор OFDM-сигналов осуществляет вычисление решений $\vec{\dot{y}}$ для декодера помехоустойчивого кода с использованием последовательности спектральных отсчетов $\vec{\dot{S}}'$ с выхода модуля компенсации помеховых сигналов

$$\dot{y}_i=\sum_{j=1}^{l}\dot{S}'_j(i)\dot{p}^*_j(i). \tag{3}$$

Здесь $(\cdot)^*$ — операция комплексного сопряжения символов с выхода генератора удлиняющей последовательности.

Декодер помехоустойчивого кода на основе символов деперемеженной последовательности решений $\vec{\dot{y}}_{\text{дп}}$ выдает решения относительно символов информационной последовательности $(\vec{\hat{\dot{\alpha}}})$.

При компенсации помех осуществляется ограничение («мягкое» ограничение) значений реальной части спектральных отсчетов $\dot{S}_i(k)$

$$\mathrm{Re}(\dot{S}'_j(k))=\begin{cases}\mathrm{Re}(\dot{S}_j(k)), & \text{если } \left|(\dot{S}_j(k))\right|<P,\\ \mathrm{sign}(\mathrm{Re}(\dot{S}_j(k)))\cdot P, & \text{если } \left|(\dot{S}_j(k))\right|>P.\end{cases} \tag{4}$$

Подобная операция (4) осуществляется и над мнимой частью $\mathrm{Im}(\dot{S}_i(k))$ при формировании $\mathrm{Im}(\dot{S}'_j(k))$. Здесь $\mathrm{sign}(x)$ — знак аргумента x; P — порог.

В более простом варианте рассматриваемого алгоритма компенсации, не требующем порога P, используется «жесткое» ограничение с значениями ± 1 при формировании отсчетов $\mathrm{Re}(\dot{S}'_j(k))$, $\mathrm{Im}(\dot{S}'_j(k))$ (двухуровневое квантование).

Эффективность компенсации рассматриваемых помех и помехоустойчивость рассматриваемых сигнальных конструкций в сочетании с алгоритмами приема определяется выбором весовых окон [8]. Использование весовых окон при обработке входных реализаций обусловливает уменьшение значений боковых лепестков относительно значения главного лепестка в частотной области [3]. Это снижает искажающее влияние рассматриваемых помех при приеме парциальных сигналов в составе OFDM-сигналов по отношению к обработке входных реализаций с использованием прямоугольного окна. Вследствие этого общее свойство оптимальности весовых окон основывается на критерии обеспечения минимальных значений боковых лепестков их частотной характеристики и достижении минимума энергии спектра частотной характеристики окна за пределами задаваемой полосы спектра.

Известен ряд весовых окон, представляющих приближенное решение рассматриваемой задачи синтеза окна с минимизацией энергии спектра вне главного лепестка, например, окна Кайзера, Кайзера-Кравченко, и Дольфа-Чебышева [3, 12-14]. Основные характеристики этих окон (ширина главного лепестка, значения амплитуд боковых лепестков в частотной области) задаются через параметры, варьирование их значений дает возможность конструирования рассматриваемых весовых окон со свойствами, близкими к оптимальным свойствам.

Ниже рассмотрены два окна, перспективных для использования в алгоритмах приема рассматриваемых сигнальных конструкций: окна Кайзера и Кравченко-Кайзера.

Весовые коэффициенты $w_{\text{К}}(k)$ окна Кайзера длительностью N имеют вид [3]

$$w_{\text{К}}(k)=\frac{I_0\left(\beta\sqrt{1-\left(\dfrac{2k}{N}-1\right)^2}\right)}{I_0(\beta)}. \tag{5}$$

Здесь $0 \le k < N$; $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода 0-го порядка, β — параметр, значения которого задают соответствие между шириной главного лепестка и значениями амплитуды A боковых лепестков частотной характеристики окна. При расширении главного лепестка происходит уменьшение значений боковых лепестков [3].

Весовые коэффициенты $w_{\text{КК}}(k)$ окна Кравченко-Кайзера длительностью N задаются соотношением [12,13]

$$w_{\text{КК}}(k) = \frac{1}{\text{fup}_n(0)} \text{fup}_n\left(\frac{2k}{N} - 1\right) w_{\text{К}}(k). \tag{6}$$

Здесь $\text{fup}_n(x)$ — атомарная функция

$$\text{fup}_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jux) \left(\frac{\sin(u/2)}{u/2}\right)^n \prod_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(u \cdot 2^{-k})}{u \cdot 2^{-k}} du, \tag{7}$$

а n — параметр окна.

Весовое окно Кравченко-Кайзера имеет два параметра n и β, задание значений которых определяет ширину главного лепестка и уровни боковых лепестков частотной характеристики.

При обработке взвешенных входных отсчетов $\dot{z}_i(k)w(k)$ уменьшаются значения сигнал/помеха на выходе сигнального демодулятора по отношению к случаю согласованной фильтрации (прямоугольное весовое окно), а также нарушается ортогональность парциальных гармонических сигналов OFDM-сигналов (1), что обусловливает возникновение межканальных помех (МКИ) в дополнение к АБГШ [1]. Анализ вероятностных характеристик алгоритмов приема рассматриваемых сигнальных конструкций необходимо производить с учетом этих эффектов.

3. Результаты исследований вероятностных характеристик алгоритмов приема сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов

Исследование вероятностных характеристик сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и помехоустойчивого кодирования произведено для сверточного кода. Кодер сверточного кода представляется решетчатой диаграммой и задается порождающими многочленами. Оптимальный прием сигналов, соответствующих сверточному коду выполняется на основе алгоритма Витерби — осуществляется динамический перебор возможных путей по кодовой решетке с выбором наиболее правдоподобного пути.

Используемый при исследовании сверточный код имеет кодовую скорость 1/2 и задается порождающими многочленами в 8-м представлении (133,171) [15]. Этот код включен в состав помехоустойчивых кодов, рекомендуемых для спутниковых систем связи [15]. При его использовании вероятность ошибки на информационный бит $P_{\text{б}} = 10^{-5}$ обеспечивается при отношении сигнал/шум $\frac{E_{\text{б}}}{N_0} = 4.0$ дБ. Здесь $E_{\text{б}}$ — энергия на информационный бит, N_0 — спектральная плотность (односторонняя) АБГШ.

Возможность существенного снижения эффективности сосредоточенных по спектру помех при использовании рассматриваемых сигнальных конструкций показана путем компьютерного моделирования алгоритмов приема этих сигнальных конструкций при наличии АБГШ и до 5 помеховых сигналов с вариацией их количества и произвольным размещением в полосе OFDM-сигналов, размерность БПФ $N = 1024$, сигнальное «созвездие» ФМ2. Число испытаний при моделировании ограничивалось достижением не менее 500 ошибок. Отношение общей мощности помеховых сигналов $P_{\text{п}}$ к мощности OFDM сигналов $P_{\text{с}}$ при моделировании равно $\chi = P_c / P_n = -40$ дБ. В этом случае, в соответствии с рассмотренными выше методами снижения эффективности сосредоточенных по спектру помех, надежная связь возможна с использованием сигналов с базой B, превышающей 44 дБ.

На рис. 4 и 5 приведены зависимости вероятности ошибки на информационный бит $P_{\text{б}}$ от значения порога «мягкого» ограничения P нормированных спектральных составляющих в алгоритме компенсации сосредоточенных по спектру помех с использованием окна Кайзера (5) и окна Кравченко-Кайзера (6). Вероятностные кривые получены путем моделирования приведенных алгоритмов обработки при приеме сигнальных конструкции, отношение сигнал/помеха АБГШ равно $\frac{E_{\text{б}}}{N_0} = 4.5$ дБ.

Кривая 1 на рис. 4 соответствует сигнальной конструкции с параметром $l = 2$ и использованию окна Кайзера с параметром $\beta = 7$, кривая 2 соответствует параметрам $\beta = 7$, $l = 4$, кривая 3 соответствует параметрам $\beta = 6$, $l = 8$. Кривые 1, 2, 3 на рис. 5 соответствуют приему сигнальной конструкции с использованием окна Кравченко-Кайзера с параметрами $n = 2$, $\beta = 4$: кривые 1, 2, 3 соответствуют параметрам $l = 2$, $l = 4$ и $l = 8$.

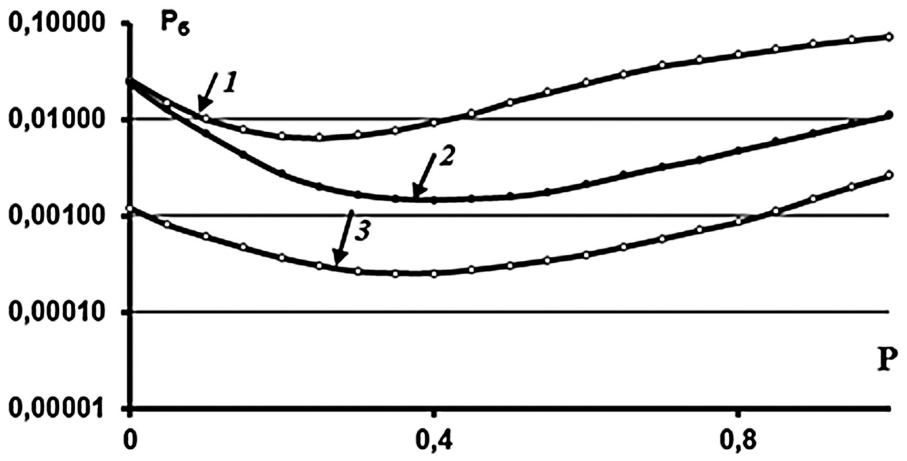


Рис. 4. *Зависимости вероятностей ошибки* $P_б$ *от порога* P *при приеме сигнальной конструкции на основе OFDM сигналов и сверточного кода с кодовой скоростью* 1/2 *с использованием окна Кайзера при наличии АБГШ и до* 5 *помеховых гармонических сигналов,* $\chi = -40$ *дБ,* $E_б/N_0 = 4.5$ *дБ: кривая* 1 — $\beta = 7$, $l = 2$; *кривая* 2 — $\beta = 7$, $l = 4$; *кривая* 3 — $\beta = 6$, $l = 8$.

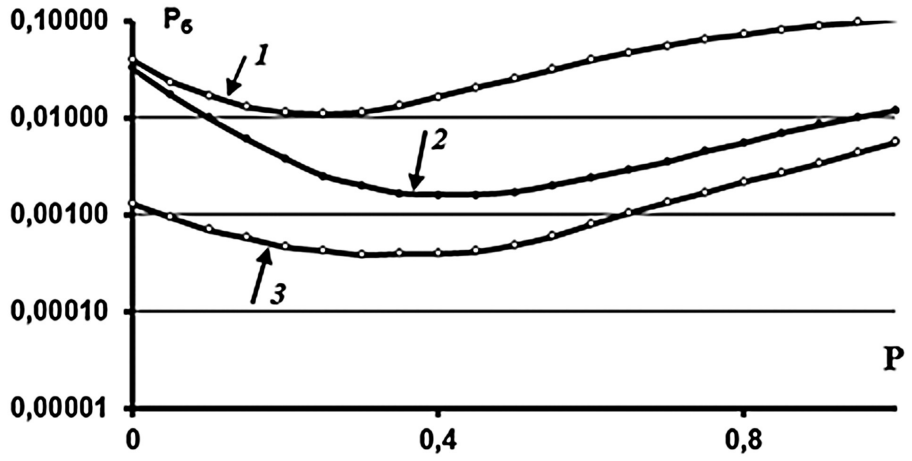


Рис. 5. *Зависимости вероятностей ошибки* $P_б$ *от порога* P *при приеме сигнальной конструкции на основе OFDM сигналов и сверточного кода с кодовой скоростью* 1/2 *с использованием окна Кравченко-Кайзера (параметры* $n = 2$, $\beta = 4$*) при наличии АБГШ и до* 5 *помеховых гармонических сигналов,* $\chi = -40$ *дБ,* $E_б/N_0 = 4.5$ *дБ: кривая* 1 — $l = 2$; *кривая* 2 — $l = 4$; *кривая* 3 — $l = 8$.

Из приведенных кривых видно, что существуют оптимальные значения параметров рассматриваемых окон $\beta_{опт}$, $n_{опт}$ и порогов ограничения $P_{опт}$, определяющие минимальные вероятности ошибки $P_б$. В табл. 1 приведены полученные оптимальные значения $\beta_{опт}$, $n_{опт}$ и порогов ограничения $P_{опт}$ весовых окон Кайзера и Кравченко-Кайзера для используемых сигнальных конструкций с параметрами $l = 8,4,2$.

Таблица 1. *Оптимальные значения параметров* $\beta_{опт}$, $n_{опт}$ *и порогов ограничения* $P_{опт}$ *для весовых окон Кайзера и Кравченко-Кайзера при приеме сигнальных конструкций с параметром* l *на основе OFDM-сигналов*

Тип окна	$l = 8$	$l = 4$	$l = 2$
Окно Кайзера	$\beta_{опт} = 6.0$, $P_{опт} = 0.40$	$\beta_{опт} = 7.0$, $P_{опт} = 0.35$	$\beta_{опт} = 7.0$, $P_{опт} = 0.25$
Окно Кравченко-Кайзера	$n_{опт} = 2$, $\beta_{опт} = 4.0$, $P_{опт} = 0.30$	$n_{опт} = 2$, $\beta_{опт} = 4.0$, $P_{опт} = 0.40$	$n_{опт} = 2$, $\beta_{опт} = 4.0$, $P_{опт} = 0.25$

На рис. 6, 7 приведены вероятностные кривые для сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и сверточного кода при наличии рассматриваемого комплекса помех, варьируемым параметром является сигнал/помеха $E_б / N_0$ для АБГШ при постоянном отношении общей мощности сосредоточенных по спектру помех к мощности OFDM-сигналов, равным $\chi = -40$ дБ. По оси ординат даны значения вероятностей ошибки $P_б$, по оси абсцисс отложены значения сигнал/помеха $E_б / N_0$.

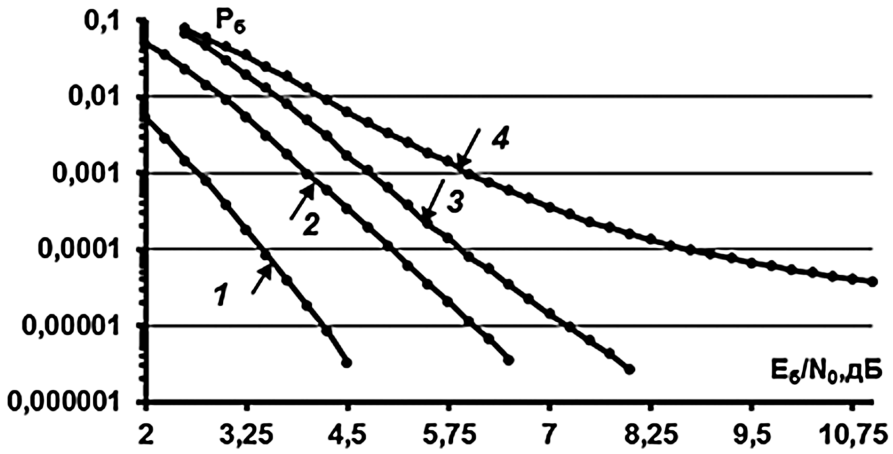


Рис. 6. *Вероятностные кривые для сигнальных конструкций на основе OFDM сигналов и сверточного кода с кодовой скоростью* 1/2 *при наличии АБГШ и до* 5 *помеховых сигналов* (*окно Кайзера с параметром* β, $\chi = -40$ *дБ*)*: кривая* 1 — *наличие лишь АБГШ; кривая* 2 — $\beta_{опт} = 6.0$, $l = 8$, $P_{опт} = 0.40$; *кривая* 3 — $\beta_{опт} = 7.0$, $l = 4$, $P_{опт} = 0.35$; *кривая* 4 — $\beta_{опт} = 7.0$, $l = 2$, $P_{опт} = 0.25$.

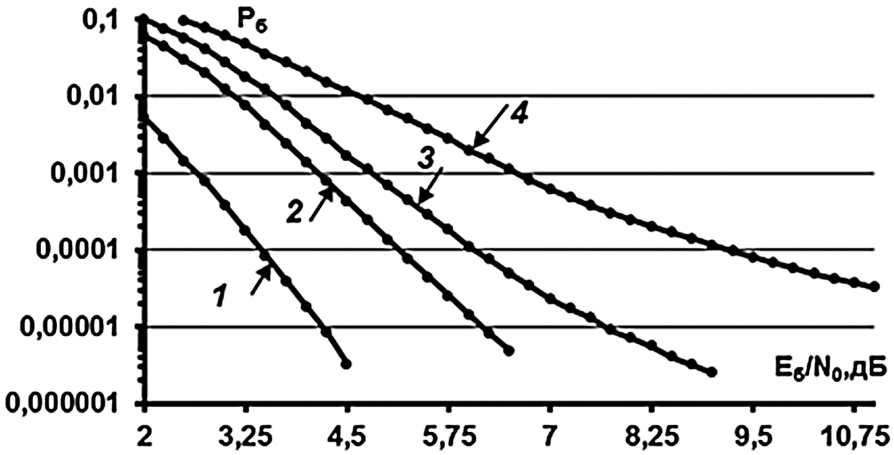


Рис. 7. *Вероятностные кривые для сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и сверточного кода с кодовой скоростью* 1/2 *при наличии АБГШ и до* 5 *помеховых сигналов* (*окно Кравченко-Кайзера с параметрами* $n_{опт} = 2$, $\beta_{опт} = 4.0$, $\chi = -40$ *дБ*)*: кривая* 1 — *наличие лишь АБГШ; кривая* 2 — $l = 8$, $P_{опт} = 0.30$; *кривая* 3 — $l = 4$, $P_{опт} = 0.40$; *кривая* 4 — $l = 2$, $P_{опт} = 0.25$.

Кривые 1 на рис. 6, рис. 7 соответствуют наличию лишь АБГШ, вероятность $P_б = 10^{-5}$ достигается при $\frac{E_б}{N_0} = 4.0$ дБ. Кривые 2, 3, 4 соответствуют сигнальным конструкциям с параметрами $l = 8,4,2$ и использованию при приеме оптимальных значений параметров $\beta_{опт}$ для весового окна Кайзера (рис. 6) и $\beta_{опт} = 4.0$, $n_{опт} = 2$ для окна Кравченко-Кайзера (рис. 7) и оптимальных значений порогов «мягкого» ограничения $P_{опт}$ (табл. 1).

Видно, что использование окон Кайзера и Кравченко-Кайзера с оптимальными параметрами $\beta_{опт}$ и $n_{опт}$ обусловливает практически совпадающие вероятностные характеристики для $l = 8$ (кривые 2) — в этом случае вероятность ошибки $P_б = 0.00001$ обеспечивается при отношении $\frac{E_б}{N_0} = 6.0$ дБ для окна Кайзера

и $\frac{E_б}{N_0} = 6.2$ дБ для окна Кравченко-Кайзера, т.е. различие не превышает 0.2 дБ. При уменьшении параметра l наблюдается увеличение различий значений сигнал/помеха, обеспечивающие эквивалентные значения ошибок $P_б$ — при $l = 4$ (кривые 3) вероятность $P_б = 0.00001$ достигается при отношении $\frac{E_б}{N_0} = 7.25$ дБ для окна Кайзера и $\frac{E_б}{N_0} = 7.75$ дБ для окна Кравченко-Кайзера, т.е. различие достигает 0.5 дБ.

Для сигнальной конструкции с параметром $l = 2$ (кривые 4 на рис. 6 и 7) наблюдается выраженный эффект выравнивания вероятностей ошибки $P_б$ — при увеличении значений $\frac{E_б}{N_0}$ скорость уменьшения $P_б$ снижается, приближаясь практически к постоянному значению 0.000030 для окна Кайзера и 0.000035 для окна Кравченко-Кайзера. Наблюдаемый эффект выравнивания обусловлен совокупным влиянием сосредоточенных по спектру помех и помех МКИ за счет нарушения ортогональности парциальных сигналов OFDM-сигналов при использовании оконной обработки.

Для оценивания мощности помех МКИ на рис. 8 приведены вычисленные зависимости отношений мощности сигналов $P_с$ к мощности МКИ $P_{мки}$ от параметра β окон Кайзера и Кравченко-Кайзера для сигнальных конструкций с параметром $l = 1$. При оценивании отношения $\frac{P_с}{P_{мки}}$ вычислялась мощность $P_с$ на основе корреляция исходного парциального сигнала и этого сигнала с взвешенными отсчетами. Оценивание мощности $P_{мки}$ производилось также на основе корреляции парциального сигнала и OFDM-сигналов без данного парциального сигнала в своем составе с учетом влияния весового окна. Для окон Кайзера и Кравченко-Кайзера с соответствующими параметрами $\beta = 7.0$ и $n = 2$, $\beta = 4.0$, оптимальными для $l = 2$, имеем $\frac{P_с}{P_{мки}} \approx 5.30$ дБ. Таким образом, окна Кайзера и Кравченко-Кайзера являются практически эквивалентными относительно рассматриваемого параметра $\frac{P_с}{P_{мки}}$. При увеличении l отношения $\frac{P_с}{P_{мки}}$ пропорционально увеличиваются, для $l = 2$ увеличиваются на 3 дБ.

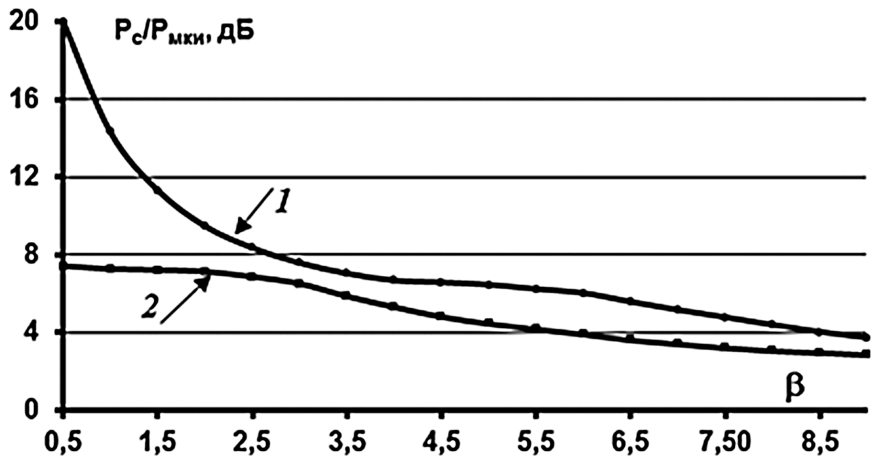


Рис. 8. *Зависимость отношений мощности сигналов* ($l = 1$) *к мощности взаимных помех* $P_с / P_{мки}$ *от параметра* β *для окна Кайзера* (*кривая* 1) *и окна Кравченко-Кайзера с параметром* $n_{ïî} = 2$ (*кривая* 2).

На рис. 9 приведен спектр весового окна Кайзера с параметром $\beta = 7$ (кривая 1) и окна Кравченко-Кайзера с параметрами $n = 2$, $\beta = 4$ (кривая 2). По оси абсцисс отложены номера спектральных компонент i. Видно, что значения боковых лепестков окна Кравченко-Кайзера превышают значения боковых лепестков окна Кайзера (различие превышает 10 дБ). Видно также, что относительно ширины главного лепестка, которая определяет эффективность подавления рассматриваемых помех в соответствии с критерием оптимальности, эти весовые окна практически эквивалентны.

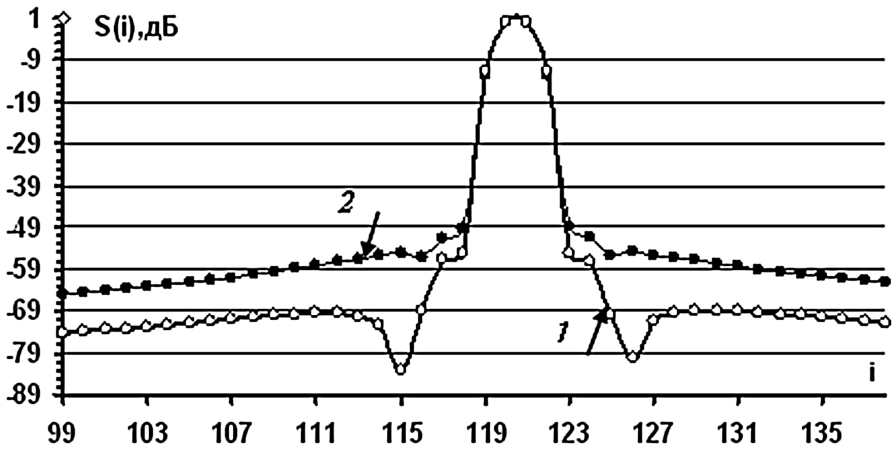


Рис. 9. *Спектр весовых окон:* 1 — *окно Кайзера с параметром* $\beta = 7.0$ *;*
2 — *окно Кравченко-Кайзера с параметрами* $n = 2$, $\beta = 4.0$.

На рис. 10. приведены вероятностные кривые для сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов (параметр $l = 1$) и сверточного кода с кодовой скоростью 1/2 при наличии только АБГШ с использованием анализируемых весовых окон. При приеме не применяется ограничение значений спектральных отсчетов $\dot{S}_i(k)$ (4). В этом случае вероятности ошибки $P_б$ определяются совместным влиянием АБГШ и типом весового окна, обусловливающим помехи МКИ (рис. 8) и энергетические потери по отношению к согласованной фильтрации (прямоугольное окно). Кривая 1 соответствует использованию прямоугольного окна, в этом случае осуществляется оптимальная обработка при приеме без нарушения ортогональности парциальных сигналов и без энергетических потерь по отношению к согласованной фильтрации. Кривые 2 и 3 соответствуют использованию окна Кайзера (параметр $\beta = 7.0$) и окна Кравченко-Кайзера ($n = 2$, $\beta = 4.0$).

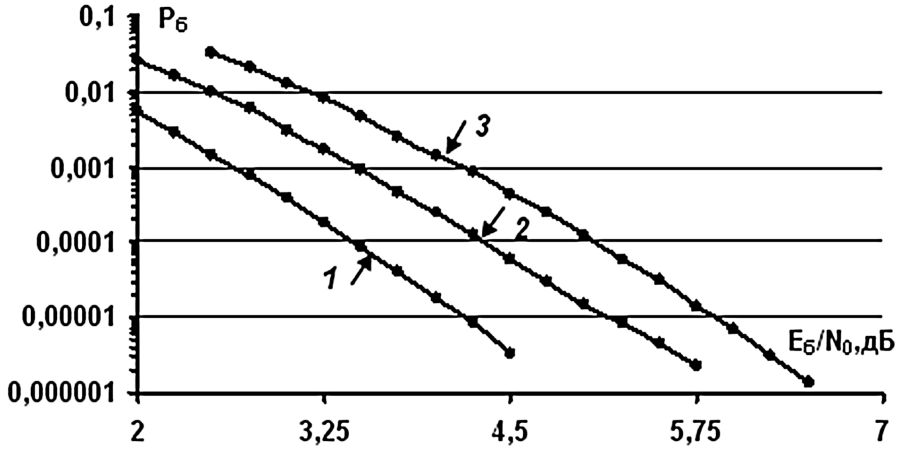


Рис. 10. *Вероятностные кривые для сигнальных конструкций* (*параметр* $l = 2$) *на основе OFDM-сигналов и сверточного кода с кодовой скоростью* 1/2 *при наличии АБГШ* (*без применения пороговой обработки*)*:*
кривая 1 — *использование прямоугольного окна; кривая* 2 — *окно Кайзера* ($\beta = 7.0$)*;*
кривая 3 — *Кравченко-Кайзера* ($n = 2$, $\beta = 4.0$).

Видно, что для $P_б = 10^{-5}$ энергетические потери при использовании окна Кравченко-Кайзера (кривая 3) по отношению прямоугольному окну (кривая 1) достигают 1.75 дБ, окно Кайзера (кривая 2) является более эффективным — энергетические потери не превышают 1 дБ. Это поясняет различие в поведении вероятностных кривых 3, 4 на рис. 6 и 7 ($l = 4$, $l = 2$) — окно Кайзера является более эффективным по сравнению с окном Кравченко-Кайзера относительно их помехоустойчивости при наличии рассматриваемого комплекса помех, обусловливающих эффект выравнивания вероятностей ошибки $P_б$.

На рис. 11 приведены вероятностные кривые для сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и сверточного кода при наличии АБГШ и сосредоточенных по спектру помех. При приеме используется весовое окно Кравченко-Кайзера.

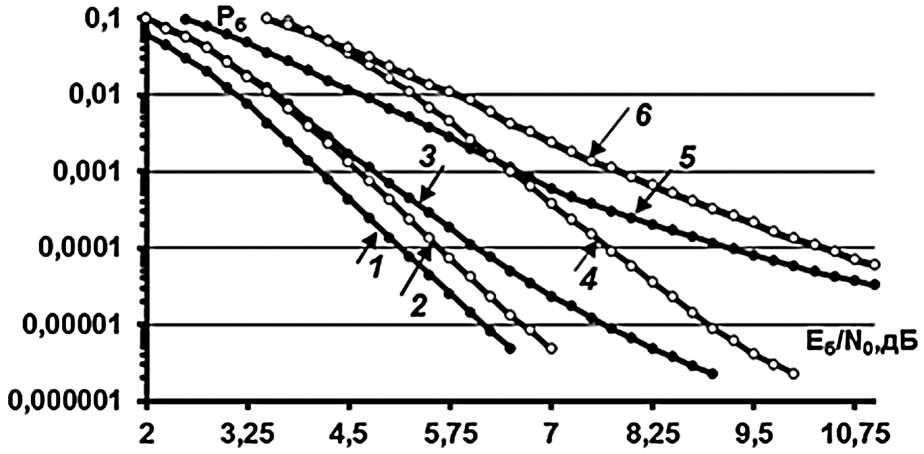


Рис. 11. *Вероятностные кривые для сигнальных конструкций на основе OFDM сигналов и сверточного кода с кодовой скоростью* 1/2 *при наличии АБГШ и до* 5 *помеховых сигналов* (*окно Кравченко-Кайзера,* $\chi = -40$ *дБ*)*: кривые* 1, 2 — *параметры* $l = 8$, *пороговая обработка с «мягким» и «жестким» ограничением; кривые* 3, 4 — *параметры* $l = 4$, *пороговая обработка с «мягким» и «жестким» ограничением; кривые* 5, 6 — *параметры* $l = 2$, *пороговая обработка с «мягким» и «жестким» ограничением.*

Кривые 1, 2 соответствуют сигнальной конструкции с параметром $l = 8$ и применению пороговой обработке с «мягким» ограничением и с “жестким” ограничением, не требующим порога ограничения $P_{опт}$. Видно, что энергетические потери при использовании «жесткого» ограничения по отношению к обработке с «мягким» ограничением не превышают 0.5 дБ. Кривые 3, 4 соответствуют сигнальной конструкции с параметром $l = 4$ и применению пороговой обработке с «мягким» и с «жестким» ограничением — в этом случае потери достигают 1.7 дБ для $P_б = 10^{-4}$. Кривые 5, 6 соответствуют сигнальной конструкции с параметром $l = 2$ и использованию пороговой обработке с «мягким» и с «жестким» ограничением — в этом случае потери достигают 1.25 дБ для $P_б = 10^{-4}$.

Численный эксперимент показал, что энергетические потери для окна Кайзера при приеме сигнальных конструкций с эквивалентными параметрами l с использованием пороговой обработки с «жестким» ограничением практически совпадают с приведенными значениями энергетических потерь для окна Кравченко-Кайзера.

Заключение

Приведены описания сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и помехоустойчивого кодирования, устойчивых к влиянию сосредоточенных по спектру помех. Разработанные алгоритмы приема этих сигнальных конструкций, снижающие эффективность класса рассматриваемых помех, основаны на их компенсации в частотной области и использовании свойства увеличения базы сигнальных конструкций по отношению к исходным OFDM-сигналам. Эти алгоритмы приема включают БПФ с весовым окном, пороговое ограничение значений спектральных составляющих и вычисление решений с выхода сигнального демодулятора, используемых при декодировании помехоустойчивых кодов. Даны рекомендации по выбору весовых окон, удовлетворяющих сформулированным критериям оптимальности. Примерами оптимальных окон, используемых при исследовании и анализе вероятностных характеристик сигнальных конструкций, являются окна Кайзера и Кравченко-Кайзера с соответствующим заданием их параметров.

Произведен анализ помехоустойчивости для сигнальной конструкции, формируемой с использованием сверточного кода с кодовой скоростью 1/2, путем моделирования разработанных алгоритмов приема с использованием весовых окон Кайзера и Кравченко-Кайзера. Моделирование произведено при наличии в канале АБГШ и до 5 сосредоточенных по спектру помех с отношением сигнал/помеха –40 дБ. Результаты моделирования показывают, что для рассматриваемого вида сосредоточенных по спектру помех различие вероятностных кривых для $P_б = 10^{-5}$ не превышает 0.5...1.0 дБ по отношению к случаю их отсутствия при увеличении базы сигнальных конструкций в 8...16 раз (база сигнальных конструкций с учетом избыточности помехоустойчивого кода равна 12...15 дБ).

Для сигнальных конструкций наряду с сосредоточенными по спектру помехами важными также являются дополнительные помехи, включая помехи МКИ за счет нарушения ортогональности парциальных сигналов OFDM-сигналов при использовании окон, что обусловливает эффект выравнивания вероятностных характеристик.

Для алгоритма компенсации помех в частотной области сложной является процедура вычисления оптимального порога, значение которого зависит от многих параметров, например, от соотношения мощностей полезного сигнала и помеховых сигналов. При использовании более простой обработки с «жестким» ограничением, не требующей порога ограничения $P_{опт}$, дополнительные энергетические потери составляют 0.4...2.0 дБ по отношению к обработке с «мягким» ограничением.

Исследование вероятностных характеристик рассматриваемых сигнальных конструкций, формируемых с использованием известных эффективных помехоустойчивых кодов (коды с итеративными алгоритмами приема, блоковые коды, использующими мягкие решения при приеме) представляет предмет перспективных исследований.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16–07–00746).

Список литературы

1. *Бакулин М. Г., Крейнделин В. Б., Шлома А. М., Шумов А. П.* Технология OFDM. М.: Горячая линия–Телеком, 2016. 352с.
2. *Liu, H., Li, G.* OFDM-Based Broadband Wireless Networks. A John Wiley & Sons. New Jersey. 2005. P. 251.
3. *Оппенгейм А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов. Перевод с англ. М.: Техносфера. 2006. 856 с.
4. *Шинаков Ю. С.* Два способа вычисления мощности неискаженного сигнала на выходе нелинейного устройства с амплитудно-фазовой конверсией // Радиотехника. 2016. № 2. С. 66–71.
5. *Назаров Л. Е., Зудилин А. С.* Оценивание мощности и эффективности интермодуляционных помех при ограничении огибающей OFDM-сигналов // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 5. Стр.522–528.
6. *Назаров Л. Е., Зудилин А. С.* Методики оценивания мощности интермодуляционных помех для сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 2. С. 173–178.
7. *Назаров Л. Е., Зудилин А. С.* Алгоритмы компенсации сосредоточенных по спектру помех для сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием // Известия Вузов. Электроника. 2013. № 6. С.45–50.
8. *Зудилин А. А., Назаров Л. Е.* Анализ помехоустойчивости при приеме сигнальных конструкций на основе OFDM сигналов, устойчивых к влиянию сосредоточенных по спектру помех // Журнал радиоэлектроники. 2017. № 11. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/nov17/4/text.pdf
9. *Назаров Л. Е., Зудилин А. С.* Исследование эффективности алгоритмов приема сигнальных конструкций на основе OFDM сигналов, устойчивых к сосредоточенным по спектру помехам // Журнал радиоэлектроники. 2017. № 12. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/dec17/6/text.pdf
10. *Назаров Л. Е., Зудилин А. С.* Исследование эффективности приема сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов при наличии канальных полигармонических помех // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 3. Режим доступа: http://jre.cplire.ru/jre/mar18/4/text.pdf.
11. *Борисов В. И., Зинчук В. М., Лимарев А. Е., Шестопалов В. И.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра прямой модуляцией псевдослучайной последовательностью. 2-е издание. М.: Радиософт, 2011. 550 с.
12. *Кравченко В. Ф., Пустовойт В. И., Чуриков Д. В.* Новый класс весовых и WA-систем функций Кравченко-Кайзера // Доклады Академии наук. 2014. Т. 456. № 3. С. 295–298.
13. *Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В.* Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами. М.: Техносфера, 2018. 182с. ISBN 978-5-94836-506-0
14. *Кравченко В.Ф., Кравченко О.В.* Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники. М.: Техносфера, 2018. 696с. ISBN 978-5-94836-518-3
15. TM Synchronization and Channel Coding — Summary of Concept and Rationale. Information Report CCSDS130.1-G-1. Green Book. 2006.

Поступила 10 апреля 2018.

EFFECTIVITY OF KAISER AND KRAVCHENKO–KAISER WINDOWS FOR RECEIVING OF CONSTRUCTIONS BASED ON OFDM-SIGNALS ROBUSTED FOR SIGNAL INFLUENCE CONCENTRATED ON A RANGE

L.E. NAZAROV, A.S. ZUDILIN

doi: 10.25210/jfop-1803-026037

The focus of this paper is directed towards the development and investigation of efficient technique for narrow-band mitigation for signal construction based on OFDM signals (orthogonal frequency division multiplexing) and error-correcting codes. In paper the frequency-domain algorithms for that noise mitigation are proposed. The analysis of noise-immunity for these signal constructions is implemented for convolutional code with code-rate 1/2 and for signal influence concentrated on a range. The developed decoding algorithms for signal constructions with noise signals concentrated on a range involve Fast Fourier Transformation (FFT) with preceding weight window, clipping and interleaving of spectral component values and evaluation of soft output decisions from demodulator for reception. There are recommendations for choice of optimal weight windows that effective for mitigation of the investigated noise signals in the article. The class of optimal weight windows includes Kaiser (parameter $\beta = 6...9$) and Kravchenko-Kaiser widows.

The analysis of noise-immunity in presence to 5 noise signals concentrated on a range with signal/noise –40 dB and AWGN (additive white Gaussian noise) is implemented for signal construction by means of computer simulations of developed processing algorithms. The results of computer simulations show the differences between the resulted error-performances and for the ideal error-performances under assumption existing only AWGN not more 0.5...1.0 dB for bit-error 10^{-5}.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В базу данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

R-ФУНКЦИИ, АТОМАРНЫЕ ФУНКЦИИ, ВЕЙВЛЕТЫ, ФРАКТАЛЫ И ХАОС В ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ

УДК 621.391; 621.396; 537.876; 537.872

МОДЕЛИРОВАНИЕ АНСАМБЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ АКТИВНЫХ БЕСПРОВОДНЫХ ПРЯМОХАОТИЧЕСКИХ СЕТЯХ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-038049

Андреев Ю. В.— к.ф.–м.н., Московский физико-технический институт; Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. Москва. E-mail: Andreev.iuv@mipt.ru

Герасимов М. Ю.— Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

Дмитриев А. С.— д.ф.-м.н., проф., Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. E-mail: chaos@cplire.ru

Емельянов Р. Ю.— Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН; Московский физико-технический институт

Аннотация

Рассмотрено использование активных беспроводных сетей как средства моделирования различных ансамблей взаимодействующих нелинейных систем. Активная беспроводная сеть представляет собой обобщенную многоэлементную процессорную беспроводную платформу, элементы которой взаимодействуют по радиоканалам. Узлы активной сети представлены в виде пары подсистем «приемопередатчик–актуатор». Микропроцессор актуатора решает уравнения моделируемой динамической системы, беспроводные прямохаотические приемопередатчики обеспечивают связь между динамическими системами в ансамбле.

Ключевые слова: *сверхширокополосный сигнал, динамический хаос, прямохаотическая передача информации, активная беспроводная сеть, многоэлементный ансамбль, распределенные вычисления, актуатор, моделирование, эмуляция, нелинейная динамическая система, ансамбль Курамото, вычислительная платформа*

Abstract

Active wireless networks are considered here as an instrument for modeling various ensembles of interacting nonlinear systems. Active wireless network is a generalized wireless multi-element processor platform, whose elements are coupled via radio channels. The nodes of the active network are composed of a pair «transmitter — actuator». Microprocessor unit of the actuator solves equations of the emulated dynamic system, whereas wireless direct chaotic transceivers provide connections between the dynamic systems of the ensemble.

Keywords: *ultra-wideband signal, dynamic chaos, direct chaotic communications, active wireless network, multi-element ensemble, distributed computations, actuator, simulation, emulation, nonlinear dynamic system, Kuramoto ensemble, processor platform*

Введение

В классическом варианте беспроводная сенсорная сеть (БСС) представляет собой совокупность узлов с датчиками, объединенных в ансамбль путем взаимодействия по радиоканалам [1]. Однако появляется все большее число примеров беспроводных сетей, узлы которых, кроме приемопередатчика и датчика измеряемого процесса (нескольких датчиков), содержат еще и актуаторы — устройства, воздействующие на окружающую среду, устройства, обрабатывающие информацию (микроконтроллеры, процессоры) и/или устройства, отображающие информацию (светодиоды, ЖК-экраны) [2]. Ниже будем называть такие обобщенные беспроводные сенсорные сети активными беспроводными сетями (АБС).

Широкий набор оборудования в узлах вместе с коммуникационными возможностями позволяет рассматривать АБС не только как средство сбора данных с некоторой территории и доставки их на пункт анализа, но и как мощную технологическую платформу для решения более широких классов задач, относящихся к многоэлементным взаимодействующим системам.

В работе показано, как АБС могут быть использованы для моделирования взаимодействующих динамических систем. При использовании АБС как инструмента моделирования межэлементные связи через соединения по радиоканалам могут обеспечивать любую заданную топологию сети. Это свойство, важное для гибкости сенсорной сети как инструмента моделирования, достигается за счет соответствующей адресации передаваемых сигналов, связывающих элементы.

1. История вопроса

Одно из направлений исследований, близкое к теме настояще статьи — так называемые клеточные нейронные сети (CNN, Cellular Neural Networks) [3, 4], основанные на двух базовых концепциях: локальной связности нелинейных элементов и аналоговой динамике цепей. В CNN могут использоваться нелинейные элементы разного вида, как статические, описываемые нелинейными функциями, так и динамические, описываемые, например, дифференциальными уравнениями. При этом предполагалось, что в рамках одной и той же сети как правило выполняется условие однородности, т.е. сеть состоит из одинаковых элементов.

Теория и приложения клеточных нейронных сетей интенсивно развивались, постепенно затрагивая широкий класс проблем и задач. Так, в [5] было введено обобщение клеточных нейронных сетей на клеточную нелинейную сеть (также обозначаемую CNN). Задача формулировалась как создание алгоритмически программируемого аналогового, реализуемого на одном чипе, работающего в режиме реального времени клеточного компьютера, обладающего мощностью суперкомпьютера. В отличие от клеточной нейронной сети, клеточная нелинейная сеть должна быть программируемой и также иметь глобальную и распределенную аналоговую память и логику, а нелинейные элементы сети (клетки) должны быть объединены высокоскоростными соединениями, например, при помощи электромагнитных волн. Было показано [5], что сети такого рода могут быть использованы для моделирования широкого класса уравнений в частных производных, а также в таких приложениях, как нейроподобные вычисления, «программируемая физика», «программируемая химия» и «программируемая биология».

Анализ взаимосвязей БСС и CNN был проведен в [6]. В этой работе отмечалось, что в крупномасштабных беспроводных сетях из-за энергетических и интерференционных ограничений область доступных коммуникаций узла включает только ближайших соседей, а алгоритмы управления и обмена ресурсами располагаются локально на каждом узле в распределенном виде. С учетом этих особенностей, беспроводная система локально связанных узлов, очевидно, может рассматриваться как CNN, что позволяет использовать обширные результаты, полученные в процессе изучения CNN, при анализе и разработке БСС и их обобщений.

В [6] также был сделан вывод, что доступные и широко используемые беспроводные микросенсорные и актуаторные средства могут существенно расширить понимание сложных физических систем и управление ими. Возможности детального физического мониторинга и манипуляций создают принципиально новую ситуацию почти во всех научных дисциплинах. Сети из таких устройств смогут образовать новую вычислительную платформу с «удивительными» характеристиками.

Активные беспроводные сети являются обобщением БСС и наследуют все черты, которые рассматривались при анализе связей между БСС и CNN. Но при этом они имеют и ряд новых черт. Поэтому закономерен вопрос — что же является общим у CNN и АБС и в чем заключаются различия между ними?

Общие черты:

а) обе структуры являются многоэлементными;

б) каждый элемент содержит блок обработки информации;

в) элементы объединены связями, посредством которых они взаимодействуют; эти связи часто имеют ограниченную протяженность и локальный характер.

Существенные различия:

а) структура связей CNN как универсальной машины и суперкомпьютера наследует топологическую структуру клеточных нейронных (нелинейных) сетей и, в основном, содержит локальные однородные про пространству связи с соответствующей «маской» (template). Это ограничение было специально введено авторами работ [3-5] для того, чтобы можно было реализовать CNN на одном чипе, чего нельзя сделать для нейроподобных систем общего вида, где число связей слишком велико при большом числе элементов.

б) CNN — в основном вычислительная структура, в ее определении отсутствуют функции сенсорики или актуаторные действия. Это, конечно, не исключает возможности добавления таких функций, однако здесь есть естественные ограничения: реализация в одном чипе систем датчиков в том виде, как это понимается в сенсорных сетях, не имеет смысла в CNN, поскольку множество датчиков будет находиться в одной и той же пространственной позиции; если же клетки CNN разнести на значительные пространственные расстояния, то сеть перестанет быть универсальной машиной и суперкомпьютером, реализованным на одном чипе.

в) с точки зрения моделирования CNN способна решать разнообразные задачи с локальными связями, но без взаимодействия с внешней средой.

Активные беспроводные сети могут быть использованы для решения специальных задач сенсорики, для моделирования и исследования широкого круга научно-технических проблем, в том числе тех, которые нельзя решить при помощи CNN, т.е. АБС позволяет реализовать:

а) сети с произвольной топологией связей;
б) сети с разнородными узлами;
в) сети, обменивающиеся информацией с окружающей средой;
г) сети, воздействующие на окружающую среду.

2. Постановка задачи и схема моделирования

Пусть имеется ансамбль взаимодействующих динамических систем, каждая из которых описывается эволюционными уравнениями, например отображением или системой нелинейных дифференциальных уравнений. Требуется реализовать ансамбль в АБС и использовать эту реализацию для наблюдения и исследования динамики ансамбля.

Первым шагом реализации ансамбля в АБС является представление взаимодействующих динамических систем в виде узлов сети. Это представление можно разделить на несколько этапов (см. рис. 1):

а) программирование уравнений каждого элемента ансамбля в процессоре узла АБС, соответствующего этому элементу;
б) определение и установление связей между узлами активной сети, которые соответствуют связям между элементами ансамбля;
в) реализация связей через радиоканалы.

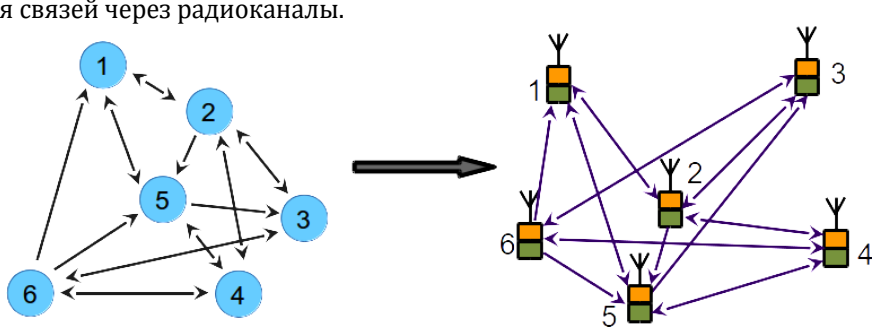


Рис. 1. *Схема полносвязного ансамбля динамических систем и ее отображение на беспроводную сеть.*

Программирование уравнений ансамбля в процессоре осуществляется в три этапа:

а) написание программы на языке высокого уровня и ее отладка;
б) компиляция программы в ассемблерный код;
в) «загрузка» программы в процессор.

Принципиальным достоинством подхода с моделированием взаимодействующих динамических систем с помощью АБС является способность сети реализовывать при помощи радиоканалов соединения между любыми узлами, как непосредственно, так и с использованием ретрансляции. Это означает, что в принципе использование радиоканалов позволяет осуществлять моделирование ансамблей с произвольной топологией связей. При этом, топологию АБС можно легко менять, так как она определяется программированием узлов.

Для передачи данных от узла i другим узлам, узел i излучает широковещательный пакет со своим идентификатором и значениями переменных той динамической системы, которая рассчитывается в данном узле. Остальные узлы принимают этот пакет, и те из них, которые в математической модели связаны с элементом ансамбля, представленным в узле i, используют содержащуюся в пакете информацию для формирования своего состояния на следующем шаге. Те же узлы, которые по модели не связаны с излучающим узлом, игнорируют данные, содержащиеся в полученном пакете.

В каждом узле процессор интегрирует уравнения, описывающие поведение соответствующего элемента ансамбля. Каждая итерация интегрирования (итерирования) выполняется один раз на интервале реального времени T. В начале интервала T каждый элемент в сети передает в эфир пакет с данными о состоянии своих переменных и затем переходит в режим приема до конца этого интервала. Так как все узлы работают независимо, каждый узел отсчитывает интервал T со своего момента времени, поэтому коллизии (столкновения пакетов), при соблюдении определенных условий (см. раздел 6), маловероятны. В результате за «свой» период времени T каждый из узлов сети передает информацию о состоянии всем узлам, с которыми он поддерживает связь, и получает информацию о состоянии этих узлов. Значение переменной отображается цветом свечения светодиода актуатора.

Хотя узлы не передают сигналы непрерывно (один пакет на интервале реального времени T), на каждом шаге интегрирования они обмениваются данными о состоянии со всеми другими узлами, поэтому в плане моделирования такие радиосоединения соответствуют непрерывной связи.

3. Сверхширокополосная прямохаотическая активная сеть

Рассмотрим экспериментальную реализацию АБС на основе сверхширокополосных (СШП) прямохаотических приемопередатчиков [7-9]. Выбор этих приемопередатчиков обусловлен лучшими характеристиками распространения и, соответственно, надежности функционирования в многолучевой среде.

К настоящему времени разработано несколько типов СШП прямохаотических приемопередатчиков. В данной работе в узлах активной сети используется приемопередачик ППС-43.

Структура приемопередатчика представлена на рис. 2. СВЧ часть приемопередачика реализована в виде транзисторного генератора хаоса. Для формирования хаотических радиоимпульсов используется метод внутренней модуляции [8, 9]. Приемник реализован на логарифмическом детекторе. Приемопередатчик и его всенаправленная антенна выполнены на единой печатной плате.

Параметры устройства приведены в табл. 1. Внешний вид платы приемопередатчика показан на рис. 3.

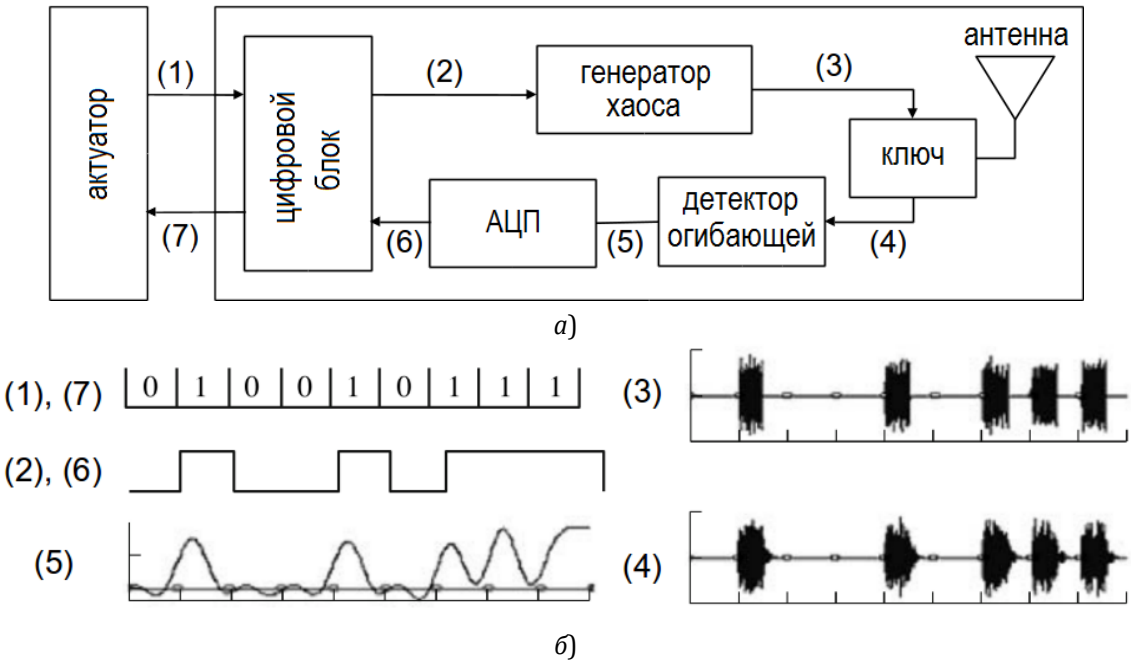


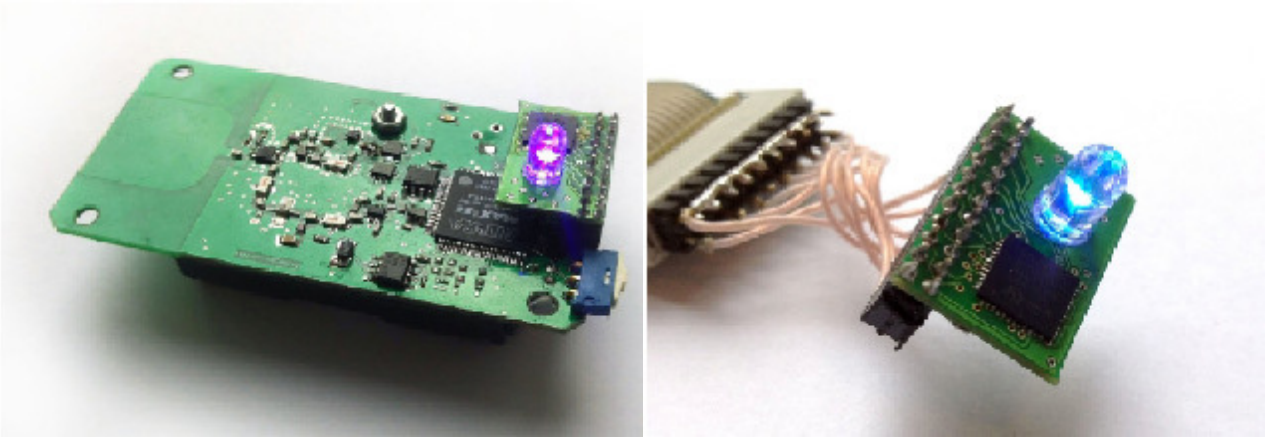
Рис. 2. *а) Блок-схема СШП прямохаотического приемопередатчика с актуатором; б) формы сигналов.*

Таблица 1. *Характеристики СШП прямохаотического приемопередатчика ППС-43*

Характеристика	Значение
Полоса частот излучаемого/принимаемого сигнала	3.0 — 5.0 ГГц
Средняя мощность (спектральная плотность) излучаемого сигнала на скорости 3 Мбит/с	0 дБм (–33 дБм/МГц)
Средняя мощность (спектральная плотность) излучаемого сигнала на скорости 0.1 Мбит/с	–21 дБм (–48 дБм/МГц)
Дальность	25-30 м
Физическая скорость передачи данных	6 Мбит/с
Напряжение питания	4.5 В

3.1. Прямохаотический приемопередатчик

Радиосвязь между узлами активной сети реализована при помощи беспроводных СШП приемопередатчиков на хаотических радиоимпульсах. Передаваемая информация кодируется наличием хаотического радиоимпульса длительности τ на заданной позиции, при передаче логической «единицы», или его отсутствием при передаче логического «нуля» (см. рис. 2(б)). Для компенсации влияния многолучевого распространения между импульсами предусмотрен защитный интервал.



а) *б*)

Рис. 3. *Сверхширокополосный прямохаотический приемопередатчик ППС-43 (а) и актуатор с RGB светодиодом (б).*

3.2. Узел сети

Основными блоками активного узла сети являются беспроводный СШП приемопередатчик ППС-43 [9] и специальная плата – актуатор (см. рис. 3).

Вычислитель актуатора, на котором программируется уравнение элемента ансамбля, реализован на основе микроконтроллера (МК) STM32L. Цветной светодиод актуатора используется для визуального отображения состояния одной из переменных этого элемента ансамбля.

Микроконтроллер STM32L имеет RISC-архитектуру, его тактовая частота может меняться от 1 до 32 МГц. Это достаточно мощный и в то же время чрезвычайно компактный и мало потребляющий процессор. Важным свойством микроконтроллера является возможность эмуляции на нем операций с плавающей запятой, что позволяет использовать его как полноценное устройство для моделирования динамических систем. Программирование уравнений элемента ансамбля осуществляется на языке «С» с последующей компиляцией в код микроконтроллера.

Отображающим элементом актуаторной платы является цветной светодиод, цвет свечения которого позволяет непосредственно судить о состоянии одной из переменных элемента ансамбля. Наблюдение одновременного свечения светодиодов улов сети дает визуальную динамическую картину степени согласованности их коллективного поведения. Например, цветовая картина четко фиксирует такие явления, как синхронизация элементов ансамбля или их кластеризация. Фактически, отображение состояния переменной с помощью цветного светодиода представляет собой аппаратную реализацию широко используемого при исследовании динамических систем приема отображения их состояния через цвет.

Между собой сверхширокополосный приемопередатчик на хаотических радиоимпульсах и актуатор соединены посредством интерфейса UART со скоростью $C = 46080$ бит/с.

3.3. Организация сверхширокополосной сети и принципы ее работы

Взаимодействие между моделируемыми динамическими системами осуществляется путем обмена пакетами между узлами активной сети. Структура сетевых пакетов изображена на рис. 4. Пакет содержит номер устройства (4 байта), значение переменной моделируемой динамической системы и контрольную сумму. Уникальный номер, поставленный в соответствие каждому узлу сети, служит для идентификации устройств, определения источника пакета и формирования на основе этой информации заданной топологии сети с помощью заданной матрицы связности. Значение переменной состояния моделируемой динамической системы используется при расчете ее уравнений. Суммарная длина пакета составляет 16 байт.

ID узла (4 байта)	Поле данных (8 байт)	Контрольная сумма (4 байта)

Рис. 4. *Структура сетевых пакетов, используемых для обмена данных в рамках активной сети.*

Рассмотрим процесс обмена данными в активной сети. Пусть имеется *n* узлов, которые последовательно включаются в произвольные моменты времени. С момента включения каждый узел в течение времени T_1 передает информацию о состоянии динамической системы, затем прослушивает эфир в течение времени T_2 и за время T_3 производит интегрирование уравнения моделируемой динамической системы методом Эйлера, после чего цикл повторяется. Продолжительность цикла $T = T_1 + T_2 + T_3$.

Предполагается, что все узлы находятся в пределах прямой видимости друг друга; T_1, $T_3 \ll T$; моменты времени включения являются случайными. Так как вероятность столкновений пакетов P пропорциональна $T_1 / T \ll 1$, коллизиями пакетов можно пренебречь.

Через время $2T$ после включения последнего узла, каждый узел сети получит информацию о состоянии всех остальных узлов в сети, и эта информация будет обновляться на каждом последующем его интервале времени T.

4. Моделирование систем с непрерывным временем

Пусть имеется ансамбль взаимодействующих динамических систем, каждая из которых описывается одним или несколькими нелинейными дифференциальными уравнениями. Требуется реализовать ансамбль в активной беспроводной сети (АБС) и использовать эту реализацию для наблюдения и исследования динамики ансамбля. В качестве примера системы с непрерывным временем будем использовать ансамбль Курамото [10, 11].

4.1. Модель Курамото

Модель Курамото представляет собой систему N связанных фазовых осцилляторов с исходными частотами ω_i, распределенными в соответствии с заданной плотностью вероятности $g(\omega)$. Динамика модели описывается уравнениями

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \sum_{j=1}^{N} K_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1,\ldots,N. \tag{1}$$

Каждый осциллятор сам по себе пытается действовать независимо на собственной частоте, в то время как связи стремятся синхронизировать его со всеми другими. Если связи достаточно слабые, осцилляторы колеблются некогерентно. При превышении определенного порога спонтанно возникает коллективная синхронизация.

Первоначально [10,11], анализ синхронизации был выполнен для случая связей типа среднего поля, т.е. в предположении, что в уравнениях (1) $K_{ij} = K / N > 0$. Уравнения модели были переписаны в более удобной форме, с введением параметра порядка

$$re^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} e^{i\theta_j}, \tag{2}$$

где параметр $r(t)$ с $0 \le r(t) \le 1$ является мерой когерентности популяции осцилляторов, а $\psi(t)$ – усредненная фаза. С учетом этого определения, уравнения (1) принимают вид

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + Kr \sin(\psi - \theta_i), \; i = 1,\ldots,N, \tag{3}$$

откуда становится ясно, что каждый осциллятор связан с общей усредненной фазой $\psi(t)$ силой связи Kr.

В форме среднего поля (3), характер модели становится очевидным. Каждый осциллятор оказывается несвязанным со всеми остальными, хотя, конечно, они взаимодействуют через среднее поле, определяемое r и ψ. В частности, фаза θ_i подтягивается в направлении средней фазы, а не к фазе какого-либо отдельного осциллятора. Более того, эффективная сила взаимодействия пропорциональна когерентности r. Эта пропорциональность устанавливает положительную обратную связь между силой взаимодействия и когерентностью: по мере того как популяция становится более когерентной, растет параметр r и, таким образом, эффективность связи Kr возрастает, что, как правило, вовлекает еще больше осцилляторов в синхронизированный кластер. Если согласованность дополнительно увеличивается за счет вовлечения новых элементов, процесс будет продолжаться; в противном случае он становится самоограничивающимся.

Этот механизм, лежащий в основе спонтанной синхронизации, был открыт Уинфри [12], но проявляется особенно ярко в модели Курамото.

Хотя первоначально модель Курамото была введена и исследована в случае большого числа фазовых осцилляторов, со временем она оказалась интересной для изучения случая малого числа элементов. Прежде всего, речь идет об обнаружении и исследовании динамического хаоса в ансамблях фазовых осцилляторов [13, 14], а также об исследовании состояний типа химера [15].

Так, в [13, 14] показано, что с ростом параметра связи K хаотическое поведение в модели Курамото возникает уже при числе элементов $N=4$. Его возникновению предшествует квазипериодическое поведение. При увеличении N может возникать гиперхаос: уже при $N=6$ и $N=7$ существуют режимы с двумя положительными показателями Ляпунова. Авторы исследовали также ансамбли осцилляторов Курамото с большим числом элементов и обнаружили, что количество положительных показателей Ляпунова может достигать половины числа осцилляторов в сети. При этом наиболее сильный фазовый хаос имеет место для ансамблей средних размеров.

Таким образом, модель Курамото демонстрирует различные нетривиальные динамические явления, как при малом, так и при значительном числе элементов. Она является хорошей качественной моделью для широкого круга явлений, таких как синхронизация пульсаций светлячков в стае [16], эффекта Джозефсона [17], связанных химических реакций [18], физиологии популяций нейронов [19]. Также можно отметить применение данной модели при объяснении колебаний «Моста тысячелетия» в Лондоне во время церемонии открытия [20].

С точки зрения моделирования на активных беспроводных сетях, дополнительным аргументом в пользу модели Курамото является то обстоятельство, что каждый элемент модели описывается всего одним дифференциальным уравнением первого порядка.

4.2. Эмуляция модели Курамото в активной беспроводной сети

Процесс эмуляции коллективного поведения ансамбля фазовых осцилляторов модели Курамото в активной беспроводной сети включает в себя следующие этапы: запуск сети, переходный процесс, стационарный динамический режим.

Запуск сети осуществляется путем включения всех узлов.

Переходный процесс. Функционирование сети начинается с переходного процесса. Каждый узел АБС состоит их беспроводного приемопередатчика и актуатора, описанных выше. Динамическая система i-го узла задается уравнением (4). Вычислитель i-го узла начинает интегрировать уравнение (4) со значениями параметров, соответствующих исследуемому режиму. Узлы сети стартуют с разными начальными условиями и в разные моменты времени, поэтому в начале функционирования сети будет наблюдаться переходный процесс от случайно заданных начальных условий к стационарному состоянию. Значение переменной фазового осциллятора θ_i, изменяющееся в интервале $(0, 2\pi)$, отображается цветом RGB светодиода актуатора i-го узла. Узлы сети на каждом своем интервале времени T связываются по радиоканалу и обмениваются информацией о своих состояниях. Полученные в процессе обмена значения переменных используются при интегрировании с весами K/N.

Стационарный динамический режим. После некоторого количества шагов интегрирования система приходит в стационарный динамический режим. Тип этого режима зависит от числа элементов в ансамбле N и значения весового коэффициента K/N.

4.3. Компьютерное моделирование

В рамках подготовки к экспериментам по реализации ансамбля Курамото на активной сети было проведено компьютерное моделирование и анализ динамики ансамбля с N элементами. В последующем физическом эксперименте число узлов составляло $N=6$, поэтому моделировался ансамбль с таким же числом элементов. Таким образом, система уравнений ансамбля

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \frac{K}{6}\sum_{j=1}^{6}\sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1,\ldots,6. \tag{4}$$

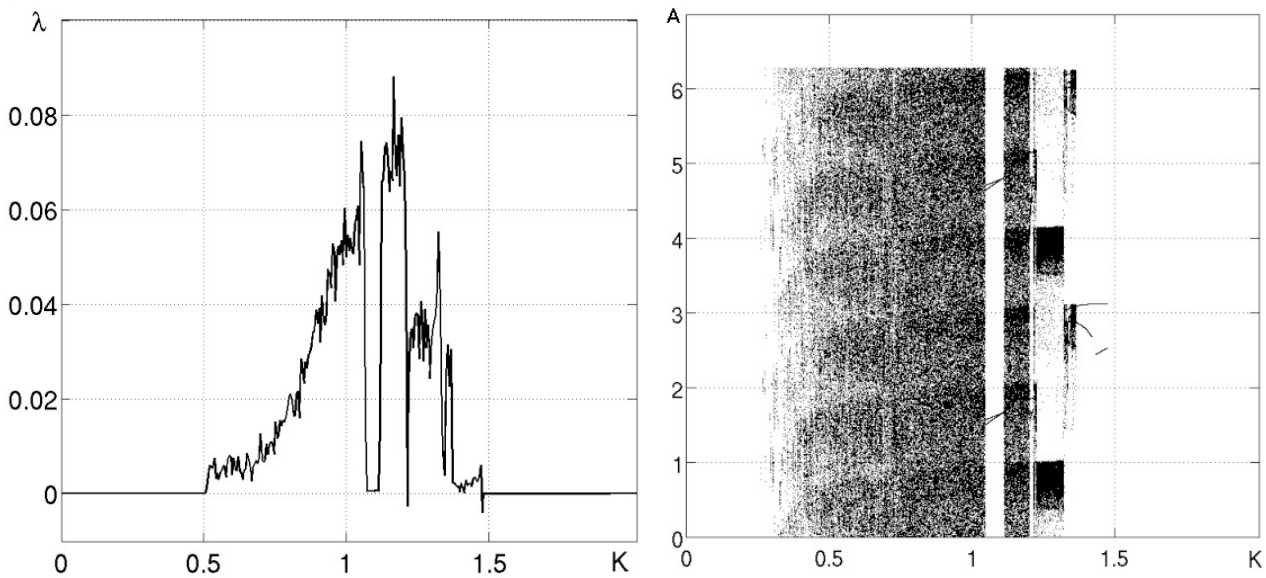
Анализировалась динамика ансамбля в зависимости от силы связи K при фиксированных значениях собственных частот

$$\omega_i = -1 + \frac{2}{5}(i-1), \quad i = 1,\ldots,6. \tag{5}$$

где i — номер осциллятора. Диаграмма колебательных режимов и зависимость старшего показателя Ляпунова от силы связи в ансамбле показаны на рис. 5.

В поведении ансамбля можно выделить три типа динамических режимов: квазипериодические колебания, динамический хаос и синхронизацию. Кроме того, при отсутствии связей, реализуется режим независимых колебаний осцилляторов.

В случае симметричного распределения собственных частот (5), синхронный режим вырождался в состояние равновесия с нулевой частотой колебаний. По результатам моделирования для экспериментального исследования динамики ансамбля в активной сети были выбраны следующие значения параметра K: $K=0$ для режима независимых колебаний; $K=1.3$ для динамического хаоса и $K=3$ для синхронного режима.



а) *б*)

Рис. 5. *а*) *Старший показатель Ляпунова и б*) *диаграмма колебательных режимов для* $N = 6$.

5. Эксперименты с АБС

В экспериментах использовалась активная беспроводная сеть, состоящая из $N = 6$ узлов (рис. 6). Устройства располагались на столе в пределах прямой радиовидимости друг с другом. При запуске сети узлы последовательно включались оператором с интервалом в несколько секунд.

Параметры динамических систем для каждого узла АБС задавались при компиляции программы, написанной для актуатора узла. Данная программа обеспечивала: расчет динамической системы фазового осциллятора путем периодического интегрирования уравнения осциллятора с учетом имеющихся данных о фазах других осцилляторов ансамбля; управление приемопередатчиком – переключение приемопередатчика из режима приема в режим передачи и обратно; управление цветом светодиода в соответствии с фазой осциллятора.

Начальная фаза каждого из осцилляторов задавалась с помощью генератора случайных чисел. Собственные частоты осцилляторов в физическом эксперименте были такими же, как и при компьютерном моделировании.

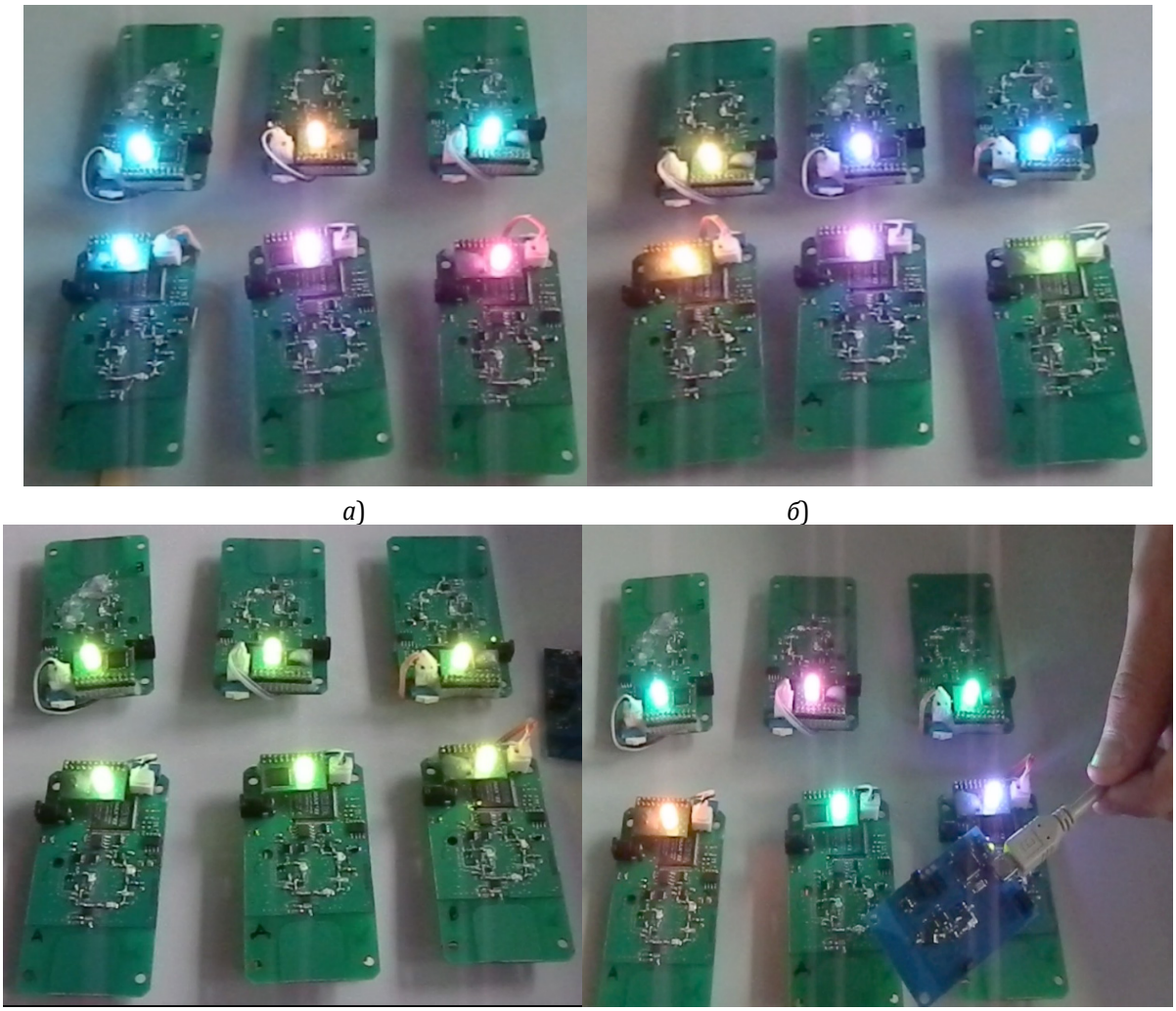
Для удобства визуального наблюдения динамики ансамбля, интегрирование уравнений (4) производилось с интервалом реального времени $T = 100$ мс (период цикла интегрирования). При этом характерное время существенного изменения значения переменных и соответствующего изменения цвета светодиода составляло единицы секунд.

Беспроводная связь априори менее надежна, чем проводная, при обмене данными в беспроводной сети возможны потери пакетов, например, из-за плохих условий распространения, коллизий и т.д. В нашем случае, это означает, что узел может получить меньше информации, чем необходимо, т.е. на каком-то шаге интегрирования могут быть потеряны данные от некоторых узлов. Для этой ситуации предусмотрен следующий механизм коррекции. Если узел i получил информацию о фазах M ($M < N - 1$) других динамических систем, то на данном цикле интегрирования данный узел решает уравнения модели Курамото для ансамбля из $N = M + 1$ элементов с учетом только полученных значений фаз. В частности, если информации от других узлов нет совсем, слагаемое в уравнении (4), соответствующее сумме связей между узлами, полагается равным нулю.

Таким образом, потеря пакета может вызвать сбой интегрирования системы уравнений (4), однако эксперименты показали, что частота таких событий пренебрежимо мала.

5.1. Динамика систем при отсутствии связей

В первом эксперименте $K = 0$ (см. рис. 6(а)). В этом случае узлы постоянно обмениваются значениями фаз, однако член с суммой в уравнении (4), отвечающий за связь между динамическими системами, равен 0. Поэтому все динамические системы на узлах эволюционируют независимо, с разными собственными частотами. Наблюдается строго периодическая плавная смена цветов светодиодов на актуаторах узлов АБС, корреляция между цветами отсутствует.



а) *б*)

в) *г*)

Рис. 6. *Эмуляция ансамбля Курамото на активной беспроводной сети: а) независимый режим, б) хаотический режим, в) режим синхронизации, г) подавление связи между узлами внешним помеховым сигналом.*

5.2. Режим динамического хаоса

Следующий эксперимент проведен для системы с силой связи $K = 1.3$ (рис. 6(б)), что соответствует динамическому хаосу в модели Курамото. Показатель Ляпунова при этом положителен и равен приблизительно $\lambda = 0.03$. По сравнению с предыдущим экспериментом, визуальное поведение ансамбля поменялось, смена цветов светодиодов утратила периодичность и стала нерегулярной, видимой корреляции между цветами светодиодов в разных узлах нет.

5.3. Равновесное состояние

Третий эксперимент проводился при силе связи $K = 3$. После включения устройства стартуют со случайными цветами, но затем наблюдается сходимость процесса к равновесному состоянию, в котором все светодиоды постоянно горят одним цветом.

5.4. Синхронизация

В четвертом эксперименте (рис. 6(в)) $K = 3$, собственные частоты осцилляторов выбраны случайно на интервале (–1, 1). Наблюдается режим синхронизации с ненулевой результирующей частотой. Визуально процесс выглядит как когерентная периодическая смена осцилляторами цвета. Частота когерентных колебаний меняется при каждом включении.

5.5. Разрушение связей

Для последнего эксперимента, использовалась АБС с теми же параметрами, что и в четвертом эксперименте. После установления режима синхронизации, к устройствам был поднесен специальный прямохаотический передатчик, излучающий мощный непрерывный сигнал в диапазоне частот, в котором работают приемопередатчики АБС (рис. 6(г)). Наличие такой помехи привело к нарушению работы приемников в узлах сети, разрушению связей в АБС и прекращению обмена данными о фазах осцилляторов ансамбля.

Как следствие, цвета светодиодов перестали совпадать и начали эволюционировать независимо, т.е., произошла десинхронизация ансамбля. После отключения помехи, синхронизация быстро восстановилась.

На рис. 7 показана динамика фаз осцилляторов в ходе эксперимента (для большей наглядности показаны производные фаз). Значения фаз были получены путем прослушивания радиоэфира с помощью дополнительного СШП прямохаотического приемника, который «перехватывал» пакеты, которыми обменивались узлы сети, извлекал данные о фазах элементов эмулируемого ансамбля и передавал их на ПК для анализа.

На рис. 7 показан интервал действия помехового сигнала. На рисунке хорошо видны все три режима работы ансамбля (синхронизация, десинхронизация и снова синхронизация).

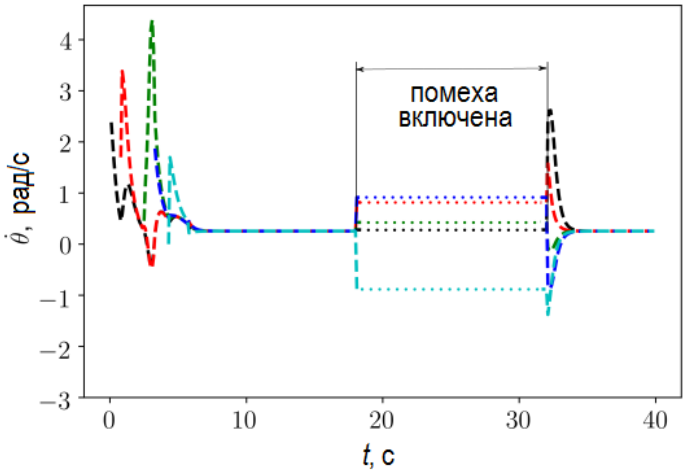


Рис. 7. *Динамика фаз ансамбля Курамото в эксперименте с разрушением связей.*

6. Предельные возможности моделирования с помощью активной беспроводной сети

В проведенных экспериментальных исследованиях сверхширокополосная АБС включала 6 узлов. Рассмотрим, какое максимальное число узлов N может включать беспроводная сеть в экспериментах такого рода?

Это число определяется следующими факторами: скоростью передачи данных по радиоканалу между приемопередатчиками, скоростью передачи данных по интерфейсу «приемопередатчик — актуатор» (см. рис. 2), вероятностью коллизий пакетов в каналах связи и временем расчета динамической системы.

Проанализируем степень влияния данных факторов.

Скорость передачи данных по радиоканалу. Чтобы узлы АБС за время цикла интегрирования T обменялись данными, каждому узлу необходимо один раз отправить пакет данных со своим состоянием и принять $N-1$ пакетов от своих соседей при длине пакета L. Суммарное количество принимаемой и передаваемой информации I, которое может обеспечить канал с пропускной способностью C за время T, составляет

$$I = CT\,. \tag{6}$$

В предельном случае, это количество информации должно равняться информации, содержащейся в N пакетах, отправленных максимально возможным количеством N устройств сети, т. е.

$$I = NL = CT\,. \tag{7}$$

Откуда следует, что максимальное число узлов сети при учете только пропускной способности канала связи равно

$$N = CT/L\,. \tag{8}$$

Сделаем некоторые оценки. Приемопередатчики ППС-43 имеют скорость передачи данных $R = 6$ Мбит/с. Согласно (8), для длины пакета $L = 128$ бит (16 байт) и используемого периода цикла $T = 100$ мс, максимальное число узлов АБС превышает $N = 4000$.

Скорость передачи данных по интерфейсу «приемопередатчик – актуатор». Все полученные и отправленные приемопередатчиком пакеты транслируются через этот интерфейс. Следовательно, формулу (8) можно использовать и для оценки максимально достижимого количества устройств в АБС, определяемого скоростью коммуникационного интерфейса. В узлах рассматриваемой платформы используется интерфейс UART со скоростью передачи данных $C = 46080$ бит/с. По формуле (8), оценка максимального числа узлов АБС из-за низкой скорости интерфейса равна примерно $N = 30$.

Вероятность коллизий пакетов в каналах связи. Для N = 30 (максимум) устройств сети, вероятность коллизий пакетов пренебрежимо мала. Но даже в случае потери пакета в результате коллизии или других факторов, в связи с малым изменением фазы осциллятора за один шаг интегрирования в уравнении (4) можно использовать значения фазы из предыдущего шага интегрирования, практически не ухудшая при этом точности расчета динамики системы.

Скорость вычислений при моделировании динамических систем на микроконтроллере. Время расчета одной итерации интегрирования модели Курамото для ансамбля из $N=6$ узлов составляет $T_3=3\div4$ мкс. Объем вычислений при интегрировании уравнения (4) в каждом актуаторе растет линейно с увеличением числа узлов в сети. Исходя из того, что при $N=6$ узлах время интегрирования не превышает $T_3=3\div4$ мкс, добавление каждого нового узла даст прирост времени интегрирования в узле не более 1 мкс. Далее предполагая, что время вычисления не превышает 10% от длительности периода цикла $T=100$ мс, получаем предельную оценку числа узлов (при учете только этого фактора) примерно $N=10000$ узлов.

Таким образом, главным фактором используемой аппаратной платформы, ограничивающим число узлов АБС, является скорость передачи данных по интерфейсу «приемопередатчик — актуатор». Многократно увеличить предельное число узлов сети можно за счет замены медленного интерфейса UART (46 080 бит/с) на высокоскоростной интерфейс SPI (20 Мбит/с).

Заключение

В работе исследована возможность использования активных беспроводных сетей как среды для экспериментального исследования и использования динамики многоэлементных систем с дискретным и непрерывным временем. Для этого узлы СШП беспроводной сети связи дополнены специально разработанными актуаторами, обладающими возможностью интегрировать уравнения динамической системы и отображать ее состояние с помощью цветного светодиода.

Разработаны программы для микроконтроллера, обеспечивающие работу актуатора в составе беспроводного активного узла и функционирование АБС как многоэлементной динамической системы с непрерывным временем. Такую АБС можно рассматривать как реализацию клеточной нелинейной сети [5].

Для демонстрации возможностей АБС как универсальной платформы моделирования ансамблей связанных нелинейных динамических систем, в том числе систем с непрерывным временем, выбран ансамбль связанных осцилляторов Курамото. На примере этой системы экспериментально показано, что динамика активной сети может полностью соответствовать динамике исходной математической модели.

Полученные результаты показывают, что АБС могут эффективно использоваться для экспериментальной эмуляции многоэлементных динамических систем как с дискретным [21], так и с непрерывным временем.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-00084).

Список литературы

1. Беспроводная сенсорнаясеть: http://ru.wikipedia.org/wiki/ wiki/Беспроводная_сенсорная_сеть
2. *Chen, J., Johansson, K. H., Olariu, S., Paschalidis, I. C., and Stojmenovic, I.* Guest editorial special issue on wireless sensor and actuator networks // IEEE Trans. Automatic Control. 2011. Vol. 57. No. 10. P. 2244.
3. *Chua, L., Yang, L.* Cellular Neural Networks: Theory // IEEE Trans Circuits and Systems. 1988. Vol. 35. P. 1257.
4. *Chua, L., Yang, L.* Cellular Neural Networks: Applications // IEEE Trans. Circuits and Systems. 1988. Vol. 35. P. 1273.
5. *Roska, T., Chua, L.* The CNN Universal Machine: An Analogic Array Computer // IEEE Trans. Circuits and Systems-II. 1993. Vol. 40. P. 163.
6. *Haenggi, M.* Distributed Sensor Networks: A Cellular Nonlinear Network Perspective // Int. J. Neural Systems. 2003. Vol. 13. No. 6. P. 405.
7. *Дмитриев А. С., Кяргинский Б. Е., Максимов Н. А., Панас А. И., Старков С. О.* Перспективы создания прямохаотических систем связи в радио и СВЧ диапазонах // Радиотехника. 2000. № 3. С. 9–20.
8. *Дмитриев А. С., Панас А. И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2002. 252 с.
9. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Лазарев В. А., Герасимов М. Ю.* Сверхширокополосная беспроводная самоорганизующаяся прямохаотическая сенсорная сеть // Успехи современной радиоэлектроники. 2013. № 3. С. 19–29.
10. *Kuramoto, Y.* Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators // Int. Symp. Mathematical Problems in Theoretical Physics. 1975. Vol. 39. P. 420
11. *Kuramoto, Y.* Chemical oscillations, waves and turbulence. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
12. *Winfree, A.* The geometry of biological time. Springer, New York, 1980.
13. *Maistrenko, Y., Popovych, O., and Tass, P.* Desynchronization and Chaos in the Kuramoto Model // Lecture notes in physics. 2005. No. 671. P. 285.
14. *Popovych, O. V., Maistrenko, Y. L., and Tass, P. A.* Phase chaos in coupled oscillators // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 71. No. 6. P. 065201.
15. *Abrams, D., Strogatz, S.* Chimera states for coupled oscillators // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. No. 17. P. 174102.
16. *Ermentrout, G. B.* An adaptive model for synchrony in the firefly Pteroptyx malaccae // J. Math. Biol. 1991. Vol. 29. P. 571.
17. *Wiesenfeld, K., Colet, P., and Strogatz, S. H.* Frequency locking in Josephson arrays: Connection with the Kuramoto model // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. No. 2. P. 1563.
18. *Wang, W., Kiss, I. Z., and Hudson, J. L.* Clustering of arrays of chaotic chemical oscillators by feedback and forcing // Phys. Rev. Lett., 2001. Vol. 86. No. 21. P. 4954.
19. *Tass, P. A.* Phase resetting in medicine and biology. Springer, Berlin, 1999.
20. *Strogatz, S., Abrams, D. M., McRobie, A., et al.* Theoretical mechanics: Crowd synchrony on the Millennium Bridge // Nature. 2005. Vol. 438. No. 7064. P. 43.
21. *Дмитриев А. С., Герасимов М. Ю., Емельянов Р. Ю., Ицков В. В.* Моделирование ансамблей динамических систем в активных беспроводных сетях // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 1. С. 72.

Поступила 17 мая 2018.

EMULATION OF ENSEMBLES OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS IN ULTRAWIDEBAND ACTIVE WIRELESS DIRECT CHAOTIC NETWORKS

YU.V. ANDREYEV, M.YU. GERASIMOV, A.S. DMITRIEV, AND R.YU. YEMELYANOV

doi: 10.25210/jfop-1803-038049

Active wireless networks are considered here as an instrument for experimental modeling of ensembles of interacting nonlinear dynamic systems. Active wireless networks (AWN) are a generalization of wireless sensor systems, AWN nodes contain actuators, i.e., devices that act on the environment, process and/or visualize data.

Active wireless networks can be used to solve wide classes of problems related with multi-element interacting systems. In this paper, we use AWN to emulate ensembles of nonlinear dynamic systems, including chaotic systems. In this case, each dynamic system is set in correspondence with a node of active wireless network, and connections between the ensemble elements are implemented with wireless radio links. In terms of this approach, the equations of the emulated dynamic system are solved with the actuator's processor, whereas wireless transceivers provide data exchange between the nodes and, consequently, between the dynamic systems.

A key feature of this approach is versatility: dynamics (equations) of a concrete system as well as the network topology are defined by programming, so they can be easily rearranged.

An experimental AWN has been designed using ultra-wideband (UWB) direct chaotic transceivers PPS-43 (UWB carrier frequency band F = 3–5 GHz, data rate R = 6 Mbps), which are characterized by higher reliability in multipath environment. A specially designed actuator is attached to the transceiver through UART interface. The actuator's processor on which the equations of an ensemble element are calculated is represented by STM32L microprocessor unit. In addition to the processor, the actuator is equipped with a data visualization unit, i.e., an RGB LED, the color of which corresponds to the value of one of the dynamic system variables.

The emulated dynamic systems interact by means of exchanging data packets between the AWN nodes. The packets contain data on the sender and on the variable values of the dynamic system calculated in the sender node. The packets are received by all the network nodes. Those nodes that are connected with the sender in the mathematical ensemble use the received data in their calculations; the other nodes discard the received packet.

AWN operates in frames of duration T. During the frame, each node calculates its own equations (using the available data on the variable values of the other ensemble systems), sets the LED color according to the new value of one of its system variables, transmits a packet with the data on its variable values, and switches to receiver mode to get data from the other ensemble elements. If the frame duration T is significantly larger than the packet transmission time, then we can neglect packet collisions in radio channels.

Kuramoto model, a system of N coupled phase oscillators that demonstrates a wide range of dynamic modes, was taken for the experiments. For the ensemble of N = 6 oscillators, several modes were chosen which were reproduced then in AWN. The experiment showed that by means of observing a color picture of the LEDs of AWN nodes' actuators one could easily distinguish various dynamic modes: chaos, equilibrium state, global synchronization, synchronous mode destruction by a strong channel interference, etc. The accuracy of the ensemble emulation in AWN was controlled by means of «eavesdropping» the wireless network traffic with a special receiver, which transferred the intercepted data on the ensemble elements' variables to a PC, where it was analyzed. As follows from the analysis, the results of Kuramoto ensemble emulation in AWN coincide with the results of the ensemble simulation on PC.

For the designed AWN, the limit size N of the emulated nonlinear system ensemble was estimated, regarding such factors as radio link rate R, «transmitter — actuator» interface rate (UART), packet collision probability, and time of dynamic system equation calculation. As follows from the estimates, with UART interface changed to SPI, active wireless network on UWB direct chaotic transceivers can emulate ensembles with thousands and tens of thousands elements.

This research is supported by the Russian Science Foundation (Project No. 16–19–00084).

ОСНОВЫ ПРИБОРОВ И УСТРОЙСТВ

УДК 621.391

ИСКУССТВЕННОЕ РАДИООСВЕЩЕНИЕ: ИСТОЧНИКИ, ПРИЕМНИКИ И ПОЛУЧЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-050063

Дмитриев А. С. — д.ф.- м.н., заведующий лабораторией, Институт радиотехники и электроники им В. А. Котельникова РАН. Москва. E-mail: chaos@cplire.ru

Ицков В. В. — аспирант, Московский физико-технический институт. Долгопрудный

Петросян М. М. — аспирант, Московский физико-технический институт

Попов М. Г. — аспирант, Московский физико-технический институт. E-mail: freeze2@inbox.ru

Рыжов А. И. — к.ф.- м.н., н.с., Институт радиотехники и электроники им В. А. Котельникова РАН. E-mail: mef.box@gmail.com

Аннотация

Рассматривается задача освещения предметов и поверхностей искусственными некогерентными источниками микроволнового излучения с целью их последующего наблюдения с помощью специальной приемной аппаратуры. В качестве приборов некогерентного широкополосного микроволнового излучения используются лампы радиосвета на основе генераторов динамического хаоса. Далее изучается вопрос создания приемника радиосвета с пространственным разрешением. Предложенный чувствительный элемент для такого приемника сочетает в себе свойства приемника огибающей и радиометра. Разработана схема и реализован экспериментальный макет приемника с пространственным разрешением для визуализации части окружающего пространства в искусственном радиосвете. Получены изображения помещения в радиосвете. Показана возможность фиксации на этих изображениях изменений, связанных с появлением новых предметов.

Ключевые слова: *искусственное радиоосвещение, генераторы динамического хаоса, приёмник радиосвета, изображение в радиосвете*

Abstract

The problem of illumination of objects and surfaces by artificial incoherent sources of microwave radiation for the purpose of their subsequent observation by special receiving equipment is considered. Radiolight lamps based on dynamical chaos generators are used, as source of incoherent broadband microwave radiation. The question of creating a microwave receiver with spatial resolution for radio light is studied as well. The proposed sensing element for such a receiver combines the properties of the power receiver and radiometer. A scheme of proposed sensing element is developed and an experimental model of the receiver with spatial resolution is implemented to visualize a part of the surrounding space in the artificial radio light. Images of the room in the radio light were obtained. The possibility of detecting changes in these images due to the appearance of new objects is shown.

Keywords: *artificial radio illumination, generators of dynamic chaos, radiolight receiver, radiolight image*

Введение

Обычно мы не задумываемся над тем, что основным каналом получения информации для нас является электромагнитное излучение и более конкретно: шумовое электромагнитное излучение — свет.

После Большого взрыва, произошедшего 13.8 млрд. назад, Вселенная расширялась. С каждым мгновеньем она становилась чуть-чуть больше, чуть-чуть холоднее и чуть-чуть темнее. Между тем вещество и энергия вместе составляли своего рода мутный бульон. Спустя около 380 000 лет электроны температура «бульона» упала до 3000 градусов, электроны замедлились настолько, что объединились с этими ядрами водорода и образовали атомы, в то время как радиация отделилась от материи и продолжила практически беспрепятственно двигаться через пространство. Эту радиацию принято называть реликтовым (фоновым) излучением, и она является самым древнейшим источником света во Вселенной. Первоначально пик спектральной плотности реликтового излучения приходился на ту часть электромагнитного спектра, которая сейчас относится к видимой глазом человека. По мере дальнейшего расширения Вселенной температура реликтового излучения пропорционально падала. Спустя почти 14 млрд. лет Вселенная расширилась в 1000 раз, температура излучения упала во столько же раз и составляет около 3о Кельвина. Спектральный пик этого «света» находится в микроволновом диапазоне, отсюда и взялось современное выражение «реликтовое микроволновое излучение», открытое в 1964 году.

Исторически слово «свет» долгое время означало исключительно видимый свет (помимо своего второго значения «мир»). Однако в 1800 году английский астроном Уильям Гершель заметил тепло, которое мог вызвать лишь свет, невидимый человеческому глазу.

На основании этого Гершель сделал вывод о существовании в солнечном излучении компонент «незримого света». Так был открыт новый диапазон света — «инфракрасный свет».

В 1801 году немецкий физик и фармацевт Иоганн Вильгельм Риттер открыл еще один диапазон невидимого света — ультрафиолетовый.

Если заполнить весь электромагнитный спектр от низкой энергии и низкой частоты, до высокой энергии и высокой частоты, получится, что у нас есть радиоволны, микроволновое излучение, инфракрасное излучение, ренгеновское излучение и гамма-излучение.

Даже после открытия ультрафиолетового и инфракрасного излучения способы изучать окружающий мир, и, в частности, небо, изменились не сразу. Первый телескоп для наблюдения невидимой части электромагнитного спектра (радиотелескоп) построили лишь через 130 лет. К тому времени уже давно открыли и радиоволны, и ренгеновское излучение, и гамма-излучение, а Генрих Герц давно показал: что разные виды света отличаются на самом деле лишь частотой волны в каждой из полос спектра [1].

В данной работе будет рассматриваться свет в радиодиапазоне, или «радиосвет». Близкую терминологию в отношении излучения радиодиапазона использовал С. И. Вавилов. Так в [2] он писал: «…Те электрические волны, которые излучаются радиостанциями, также распространяются со скоростью 300 000 км/с и обладают периодичностью; стало быть, и они должны рассматриваться как световые волны… ». «Световая» терминология встречается по отношению к электромагнитному излучению микроволнового и радиодиапазона и у других авторов [3,4]. В контексте данной работы особенно интересны исследования, представленные в [4], где теория белого света используется для исследования широкополосных приложений некогерентных электромагнитных волн в микроволновом диапазоне, представленных шумом, и теоретические подходы на основе поля белого света подтверждаются различными экспериментами с шумовыми полями, применяемыми в этом диапазоне. Авторы приходят к выводу, что в ряде ситуаций эксперименты показывают явные преимущества измерений, выполненных с помощью шумовых полей, важнейшей особенностью которых является отсутствие интерференционных эффектов.

Характерной чертой видимого света (например, солнечного) является его некогерентность и шумовой характер. Именно это обстоятельство позволяет глазу получать изображение окружающего мира без эффектов интерференции, свойственных когерентному излучению. Некогерентность свойственна излучению тепловых источников и в других участках электромагнитного спектра, в том числе микроволнового и радиодиапазона. Такое излучение («свет») от естественных источников плодотворно используется при исследовании космического пространства с помощью радиотелескопов, в радиометрических методах исследования поверхности Земли с космических аппаратов, в медицине и других областях [5–9].

Человечеством создано большое количество разнообразных искусственных источников видимого излучения, цивилизованная жизнь без которых в ее современном понимании невозможна. К последним достижениям в этой области относится светодиодная революция. Вместе с тем в микроволновой и радио- областях электромагнитного спектра малогабаритные источники некогерентного шумового (шумоподобного) излучения, пригодные к массовому производству и применению, до последнего времени отсутствовали. К устройствам наиболее близким по своим характеристикам к требованиям, отвечающим эффективным источникам невидимого света радио- и микроволнового диапазонов — радиосвета, можно отнести газоразрядные трубки и шумовые диоды. Однако мощность их излучения на 4–5 порядков ниже чем характерная мощность, необходимая для использования источников радиосвета в целях освещения.

Недавно в работах [10–12] было предложено использовать для создания компактных простых источников радиосвета динамический хаос микроволнового диапазона. Разработки малогабаритных источников (генераторов) динамического хаоса микроволнового диапазона ведутся с начала 2000-х годов и к настоящему имеется теория и значительный опыт в создании подобных генераторов с спектром мощности в радио- и микроволновом диапазоне до частот 30 ГГц и выше [13].

Создание источников радиосвета — только часть задачи. Нужны еще приборы для приема радиосвета и его конструктивного использования для получения информации об окружающем пространстве. Вопросы создания таких устройств рассматриваются в данной статье.

Структура статьи следующая. Сначала обсуждаются естественные и потенциальные искусственные источники радиоосвещения. Затем описывается лампа радиосвета на основе источника динамического хаоса. После этого вводится элементарный приемник радиосвета и анализируются его возможности. Далее излагается идея получения изображения окружающего пространства, описывается аппаратура и схема измерений. В последнем разделе описываются результаты и проводится анализ полученных изображений.

Источники радиоосвещения

Хотя некогерентное микроволновое излучение, порождаемое естественными процессами, активно используется в различных областях, идея радиоосвещения с помощью локальных искусственных источников, подобных осветительным приборам в видимом диапазоне электромагнитного спектра, до последнего времени упоминалась в литературе как некая экзотика (см., например, [4]) по причине отсутствия на рынке таких источни-

ков. Действительно, это должны быть устройства, которые излучают достаточно мощные по сравнению с тепловым излучением шумовые или шумоподобные широкополосные некогерентные сигналы. Устройства должны быть простыми в эксплуатации похожими в этом отношении на источники обычного света типа ламп накаливания, люминесцентных ламп, светодиодных ламп и т.п. В противном случае речь о радио осветительных приборах может идти только применительно к специальной исследовательской аппаратуре.

В микроволновой технике используются два типа источников шума: газоразрядные трубки и полупроводниковые pn-диоды в режиме лавинного пробоя. Их основным параметром является коэффициент избыточности шума (excess noise ratio — ENR), который определяется как отношение сгенерированной мощности шума к мощности шума резистора, согласованного с конкретной линией передачи, при температуре окружающей среды, и измеряется в дБ. Газоразрядные трубки имеют типичный ENR ~ 15 дБ, что примерно в 30 раз больше мощности теплового шума, создаваемого согласованным резистором при температуре окружающей среды 290 К. Таким образом, трубка генерирует шум, соответствующий температуре примерно 9·103 К. Значение ENR для диодных источников шума достигает ~ 30 дБ (см., например, [14]), и их шумовая температура имеет величину около 3·105 К, что соответствует спектральной плотности мощности $p \approx 4 \cdot 10^{-9}$ мВт/МГц (–84 дБм/МГц). Интегральная мощность устройства в полосе 1000 МГц составляет $4 \cdot 10^{-6}$ мВт. Дальнейшее повышение ENR может быть достигнуто за счет применения усилителей. Однако при существенном повышения выходной мощности требуется достаточно сложная и не дешевая конструкция [15].

Приемлемая минимальная мощность для отдельного искусственного источника радиоизлучения лежит в диапазоне $0.1 \div 1.0$ мВт. Таким образом, ни один из упомянутых типов источников шума не может рассматриваться как подходящее решение для приборов радиоосвещения.

Искусственный источник радиоосвещения на основе генератора микроволнового динамического хаоса

Генераторы динамического хаоса можно рассматривать как источники шумоподобных аналоговых сигналов в соответствующем диапазоне частот.

Эти устройства прошли долгий путь эволюции от вакуумных приборов, использующих естественное запаздывание в распределенных системах [16–18], к полупроводниковым устройствам с распределенными колебательными системами на основе микрополосков, и, далее, к полупроводниковым устройствам с колебательными системами на элементах с сосредоточенными параметрами [19]. При этом речь идет об устройствах, генерирующих хаотические сигналы в заданном диапазоне радио или микроволновых частот.

Типичный генератор хаоса микроволнового диапазона с сосредоточенными элементами и управляемым спектром мощности представляет собой миниатюрное устройство на плате с площадью порядка квадратного сантиметра и реализуется на основе автоколебательной системы с 2.5 степенями свободы, активным элементом которой является биполярный транзистор (рис. 1).

Упрощенная математическая модель генератора представляет собой систему из пяти обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка: Структура этой автоколебательной системы такова, что хаотический характер колебаний и их генерация в требуемой полосе частот с относительно равномерным спектром мощности обеспечиваются соответствующим выбором параметров автоколебательной системы [19]. На основе таких генераторов микроволнового хаоса были, например, созданы сверхширокополосные приемопередатчики для беспроводной связи и беспроводных сенсорных систем [20].

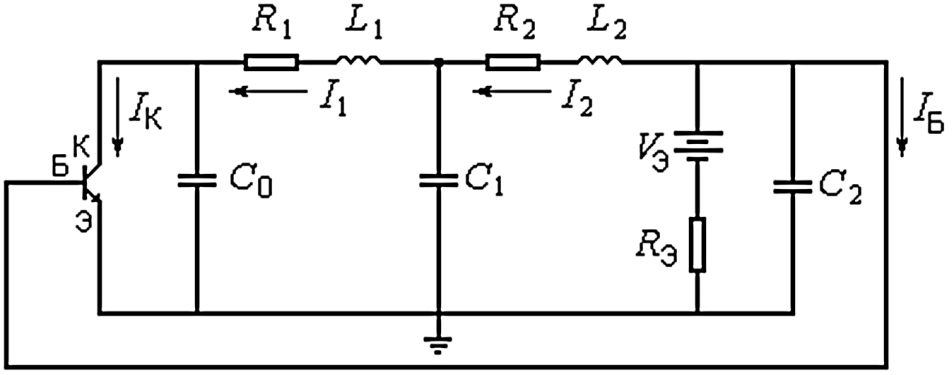
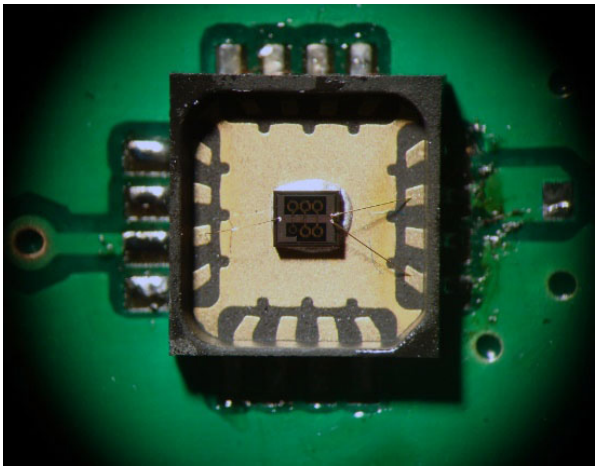
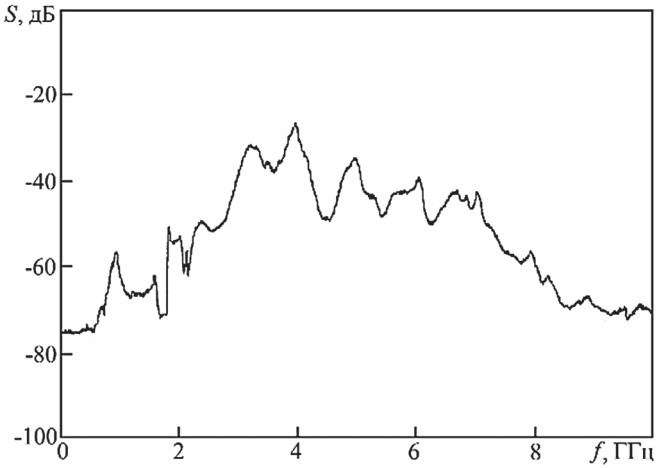


Рис. 1. *Автоколебательная система с* 2.5 *степенями свободы с хаотической динамикой.*

Следующим шагом в миниатюризации и повышении технологичности генераторов хаоса является их создание в виде интегральных микросхем. Работы в этом направлении начались несколько лет назад [21, 22]. К настоящему времени, в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН совместно с ООО «Нанохаос» получены экспериментальные образцы микрогенераторов хаоса с интегральной мощностью излучения в полосе частот 3...7 ГГц около 300 мкВт (рис. 2). В приборах используется кремний-германиевая технология 0.25 мкм. Площадь кристалла — 1.6 мм^2.





а) *б*)

Рис. 2. *Микрогенератор сверхширокополосных хаотических колебаний:*
а) *кремний-германиевый кристалл в корпусе; б*) *спектр мощности генерируемого сигнала.*

Источники с такой выходной мощностью достаточно эффективно могут быть использованы в радио осветительных приборах.

Создание генераторов динамического хаоса в виде миниатюрных генераторов и микросхем принципиально меняет ситуацию в области производства: теперь достаточно мощные источники некогерентных сверхширокополосных шумоподобных сигналов микроволнового диапазона можно изготавливать массово и дешево. Поэтому появляется возможность расширить области их применения на новые задачи, и радиоосвещение одна из таких задач.

Важным свойством генераторов динамического хаоса является некогерентность генерируемого сигнала. Это свойство — принципиально для применения генераторов хаоса в качестве источников освещения, поскольку обеспечивает равномерную, без интерференции, засветку окружающей среды, при использовании как одиночного, так и множественных источников. Еще одной важной чертой миниатюрных генераторов хаоса и микросхем генераторов хаоса (chaos emitted chip — CEC), является их привлекательность с точки зрения электрических характеристик: устройства являются низковольтными и могут применяться как поодиночке, так и в виде последовательных и параллельных сборок, в том числе, в целях увеличения мощности, или распределения излучения по пространству.

Лампа радиосвета

По аналогии со светодиодной лампой может быть создана лампа для радиоосвещения с активным элементом в виде микросхемы. Идея такой лампы заключается в следующем.

Генератор динамического хаоса вместе с антенной образуют источник шумоподобного сверхширокополосного излучения микроволнового излучения. Такой источник можно рассматривать как прототип лампы радиоосвещения. Далее этот прототип конструктивно трансформируется как по форме, так и по режиму эксплуатации в «лампочку» обычного формата, рассчитываемую на напряжение питания 220 В.

В работах [10–12] на основе микросхемы генератора динамического хаоса, формирующей сигнал в диапазоне частот 3…7 ГГц был разработан экспериментальный образец лампы радиосвета ЛРС-2. Излучаемая мощность лампы примерно 300 мкВт. Конструктивно лампа включает в себя плату с электронными компонентами и антенной (рис. 3(а)) и источник вторичного питания, обеспечивающий преобразование сетевого переменного напряжения 220 В в напряжение постоянного тока 5 В. Верхняя металлизированная сторона платы вместе с конусным элементом образует диско-конусную излучающую антенну. Кроме того, на верхней стороне платы расположен индикаторный светодиод, отображающий состояние устройства (включено или выключено). Электронная часть лампы размещена в стандартном покупном корпусе с цоколем типа E27 для светодиодных ламп (рис. 3б). Вторичный источник питания размещен в цоколе лампы.

Создание радиоосвещения в помещении или на открытой площадке сводится к ввинчиванию лампы радиоосвещения в патрон стандартного светильника, подключенного к обычной электросети, и нажатии кнопки выключателя.

В настоящее время доступны для исследований и разработок лампы радиосвета на основе однотранзисторных миниатюрных генераторов хаоса с выходной мощностью 2 мВт и полосой частот 3–5 ГГц [23].

а) *б*)

Рис. 3. *Лампа радиосвета: а) конструкция излучающего устройства с антенной (слева), колба (справа); б) устройство в сборе в виде стандартной осветительной лампочки.*

В настоящее время доступны для исследований и разработок лампы радиосвета на основе однотранзисторных миниатюрных генераторов хаоса с выходной мощностью 2 мВт и полосой частот 3–5 ГГц [23].

Другими вариантами источников радиосвета могут быть приборы, использующие в качестве источников питания различные низковольтные источники постоянного тока, например, например, от 12 вольтовой автомобильной сети, от 5 вольтовых USB разъемов ноутбуков и планшетов и т.д.

Ячейка приёмника радиосвета

Выше рассмотрены малогабаритные источники радиоосвещения в микроволновом диапазоне частот, использующие для создания шумоподобного сверхширокополосного (СШП) излучения — аналога света в видимом диапазоне — генераторы хаотических колебаний. Наличие одного или нескольких источников, конструктивно выполненных в виде, сходном с обычными световыми приборам (лампа накаливания, светодиодная лампа), позволяет «освещать» в микроволновом диапазоне частот отдельные помещения, комплекс помещений, или часть открытого пространства.

При этом возникает вопрос: как применить это излучение для наблюдения за окружающим миром?

Очевидно, что мы не можем создавать приемные устройства для радиосвета, сопоставимые по числу чувствительных элементов и компактности с глазом человека или высших животных, поскольку размеры чувствительных устройств определяются длиной волны используемого электромагнитного излучения, а она у видимого света и радиосвета различается примерно на пять порядков. Однако можно ожидать, что создание даже простейших приемников радиосвета, состоящих из нескольких, или даже одного элемента (аналогов палочек, колбочек глаза), позволит конструктивно использовать радиоосвещение для наблюдения за окружающим миром.

Приемник радиосвета должен «уметь» измерять полную мощность приходящего СШП шумоподобного излучения. При этом от него требуется достаточно высокая чувствительность и большой динамический диапазон измеряемой интенсивности сигнала. Существенным параметром является также степень инерционности приемника или время накопления сигнала. Этот параметр тесно связан с чувствительностью приемника: чем больше накопление, тем меньший по мощности приходящий сигнал может быть зафиксирован. С другой стороны, степень инерционности приемника напрямую связана с возможностью его применения в мобильных условиях и лимитирует максимальную возможную скорость передвижения наблюдаемого объекта.

Исходя из этого, сформулируем требования к приемнику радиосвета:

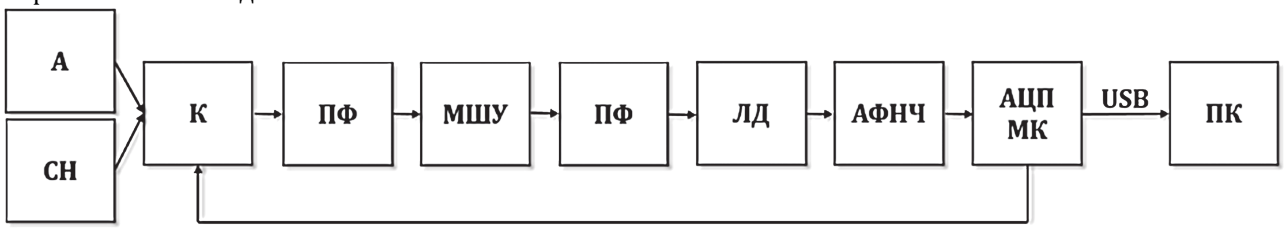
- полоса частот принимаемого сигнала должна соответствовать полосе частот излучаемого сигнала;
- время накопления сигнала 0.001–0.1 с, что позволит использовать приемник в ситуациях с относительными скоростями движения объектов от 1000 до 10 м/с;
- динамический диапазон по мощности принимаемого сигнала — не менее 40 дБ, что обеспечит работоспособность при изменении диапазона расстояний в свободном пространстве между приемником и источником сигнала не менее, чем в 100 раз.

Ближайшими по своим свойствам устройствами, которые можно рассматривать в качестве прототипов приемников радиосвета, являются радиометрические приемники [5–8] и энергетические приемники, применяемые в прямохаотических системах связи [24].

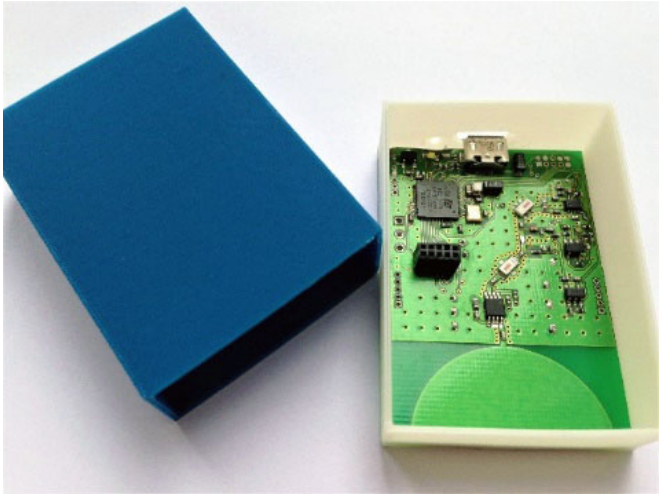
Радиометрические приемники, как правило, имеют очень хорошие (с точки зрения требований к приемникам радиосвета) характеристики по чувствительности, но им свойственны узкий динамический диапазон и значительная инерционность.

Энергетические приемники применяются для цифровой передачи данных. Они регистрируют быстро изменяющиеся поступающие сигналы (т.е. малоинерционные) и имеют большой динамический диапазон, но значительно уступают радиометрам по чувствительности.

Описываемая ниже ячейка приемника радиосвета сочетает в себе полезные свойства радиометрических и энергетических приемников. Структура ячейки приемника представлена на рис. 4(а), а её внешний вид на рис. 4(б). Печатная антенна (А) имплементирована в плату устройства, ее размеры и форма согласованы с полосой излучаемого источником радиосвета сигнала. По существу, антенна представляет собой несимметричный сверхшироко-полосный диполь, одной частью которого является лепесток в форме части (сегмента) круга, а второй — остальная часть металлизированной платы. Лепесток через микрополосок соединен с переключателем (К), который в свою очередь через фильтр (ПФ) соединён со входом малошумящего усилителя (МШУ). Диаграмма направленности антенны имеет вид тора с провалом вдоль продольной оси антенны. В плоскости перпендикулярной плоскости приемника диаграмма всенаправлена с неравномерностью менее 2 дБ.



а)



б)

Рис. 4. *Ячейка приёмника радиосвета: а) структура ячейки приёмника радиосвета: А — антенна, СН — согласованная нагрузка, К — переключатель, ПФ — полосовой фильтр, МШУ — малошумящий усилитель, ЛД — логарифмический детектор, АФНЧ — активный фильтр нижних частот, АЦП — аналогово-цифровой преобразователь, МК — микроконтроллер; б) внешний вид устройства.*

Для увеличения динамического диапазона в ячейке вместо типичного для радиометрических приемников квадратичного детектора используется логарифмический детектор с малошумящим полосовым усилителем на входе. Сигнал с выхода фильтра нижних частот детектора подается на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и обрабатывается микроконтроллером. Использование АЦП вместо порогового устройства — основное аппаратное отличие рассматриваемой приемной ячейки от приемников сверхшироко-полосных радиоимпульсов в средствах прямохаотической связи [24].

Микроконтроллер осуществляет накопление сигнала для увеличения отношения сигнал/шум (SNR). С этой целью сигнал с выхода фильтра нижних частот (МШУ) оцифровывается через интервалы времени $\Delta\tau$, превышающие время корреляции T_{cor} шумов на входе фильтра ($T_{cor} \sim 1/\Delta f$), и полученные отсчеты суммируются в цикле от 1 до N. После этого цикл накопления завершается, выводится результат, обрабатывается полученное значения суммарного сигнала, и цикл повторяется. Таким образом, выдача значения сигнала на отображающее устройство производится через каждые $N\Delta\tau$ сек. При этом уровень сигнала на выходе ячейки повышается по отношению к уровню сигнала на выходе МШУ фильтра (что соответствует однократному измерению — отсчету) в N раз, теоретически чувствительность приемника увеличивается

в раз, а дальность приема в свободном пространстве увеличивается в раз. Однако растет и время наблюдения (в N раз). Отсюда при выборе параметров функционирования устройства необходим баланс между повышением чувствительности приемной ячейки за счет накопления и возрастанием при этом ее инерционности. Использование микроконтроллера позволяет выбрать разумный компромисс при решении каждой конкретной задачи. Так, например, при визуальном наблюдении за силой сигнала время накопления может быть того же порядка, что и при смене последовательных кадров в телевизионном изображении (25–100 кадров в секунду), а для фиксации достаточно медленных изменений принимаемого излучения оно может достигать одной или нескольких секунд.

В экспериментальной ячейке [25] использовался МШУ с усилением ~ 20 дБ в полосе частот 8 ГГц (от 3 до 11 ГГц), что при совместном использовании с логарифмическим детектором AD8317 (чувствительность ~ –60 дБ в полосе частот 0.1–10 ГГц, динамический диапазон 55 дБ, полоса частот на выходе ФНЧ детектора 10 МГц) позволяет на выходе ФНЧ получить чувствительность –70 дБм при динамическом диапазоне приема 45 дБ. Максимальная частота дискретизации отсчетов по времени с дальнейшим использованием для обработки в микроконтроллере определяется возможностями АЦП. В приемнике используется собственный 12 разрядный АЦП микроконтроллера STM32L, производящего обработку сигнала. Максимальная частота дискретизации отсчетов у него составляет 106 отсчетов в секунду. Таким образом, минимально возможное время между отсчетами 1 мкс, что в 10 раз больше, чем характерное время автокорреляции шумовой компоненты на выходе фильтра детектора. В устройстве используется однократная компенсация мощности собственных шумов и фонового излучения. С этой целью перед началом измерений сигнала производится оценка значения напряжения на выходе детектора при выключенном источнике, которая вычитается в микроконтроллере из значения сигнала, получаемого в процессе измерений. Для этого ко входу переключателя вместо антенны подключается согласованная нагрузка.

В проведенных с ячейкой экспериментах по оценке влияния накопления на реальную чувствительность приемника использовалась частота дискретизации 100 тыс. отсчетов в секунду. В качестве источника использовалась лампа радиосвета с полосой частот 3–5 ГГц и излучаемой мощностью 2 мВт [23].

Путем измерения фонового значение сигнала при заданном накоплении N и последующем измерении суммарного уровня сигнала от источника радиосвета и фона были получены данные по реальному выигрышу в чувствительности при накоплении. Так при N = 104 выигрыш по SNR составил 14 дБ, что на 6 дБ меньше, чем теоретический при таком накоплении. Недобор по чувствительности связан с неполной компенсацией фонового шума. Тем не менее, даже такое «неидеальное» накопление позволяет значительно увеличить дальность работы приемника. Это было подтверждено в прямых экспериментах по определению максимальной дальности, при которой виден источник. При отсутствии накопления эта дальность в условиях измерений составляла около 25 метров. Применение накопления с N = 104 позволило увеличить ее до более чем 120 метров.

Таким образом, предложенная ячейка приёмника радиосвета обладает значительно большей чувствительностью, чем высокоскоростные энергетические приемники. При этом в пересчете на яркостную температуру чувствительность составляет ~ 12 К, что значительно ниже, чем чувствительность типичных микроволновых радиометров (0.1–1 К). Однако, как расчеты, так и эксперименты показывают, что при радиоосвещении достаточно типичной является ситуация, при которой динамического диапазона и чувствительности предложенной ячейки вполне достаточно для наблюдения локально освещенных в микроволновом диапазоне объектов и части пространства при мощности источников излучения в единицы милливатт [25].

Экспериментальная установка

Описанное выше устройство решает проблему приема, однако вопрос о получении изображений в радиосвете остается открытым. Для его решения необходимо обеспечить пространственное разрешение освещенных радиосветом участков помещения.

Для демонстрации возможности конструктивного решения этой задачи было предложено использовать разработанный и описанный выше чувствительный элемент, совместно с которым вместо ненаправленной антенны используется узконаправленная параболическая антенна со сверхширокополосным излучателем. Пространственная картина освещенной радиосветом области создается в результате сканирования луча антенны в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Для этого измеряются значения мощности приходящего сигнала на приёмник в зависимости от угла поворота антенны в азимутальной плоскости (угол φ) и угла места — θ. Измерения производятся для пар углов (φ_i, θ_j) с шагом $\Delta\varphi$ в азимутальной плоскости и с шагом $\Delta\theta$ по углу места. Изображение строится на основе значений принятой мощности сигнала для всех пар углов (φ_i, θ_j) из заданной прямоугольной области.

Цель проводимых экспериментов состояла в получении изображения в микроволновом радиодиапазоне исследуемого помещения при использовании для этого лампы радиосвета и соответствующего приёмника.

В экспериментах использовалось следующее оборудование. Лампа радиосвета на основе динамического хаоса с диапазоном излучения 3–5 ГГц и мощностью излучения 2 мВт, чувствительный элемент приёмника радиосвета [25], параболическая антенна с рупорным СШП облучателем Н-образного типа (2–7 ГГц) [26], анализатор спектра, СВЧ кабели и аттенюаторы, персональный компьютер (ПК) с программным обеспечением (ПО) для приёмника радиосвета,

Эксперименты проводились в конференц-зале ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН с площадью 10.5×18.0 м^2 и высотой потолка около 4.0 метров.

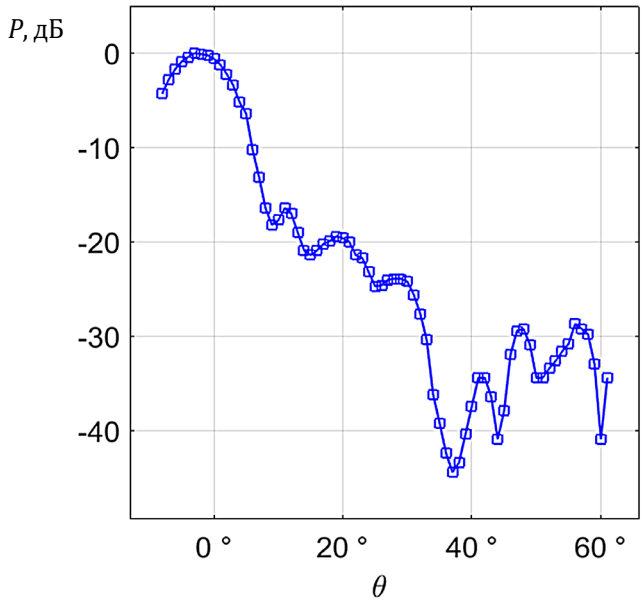
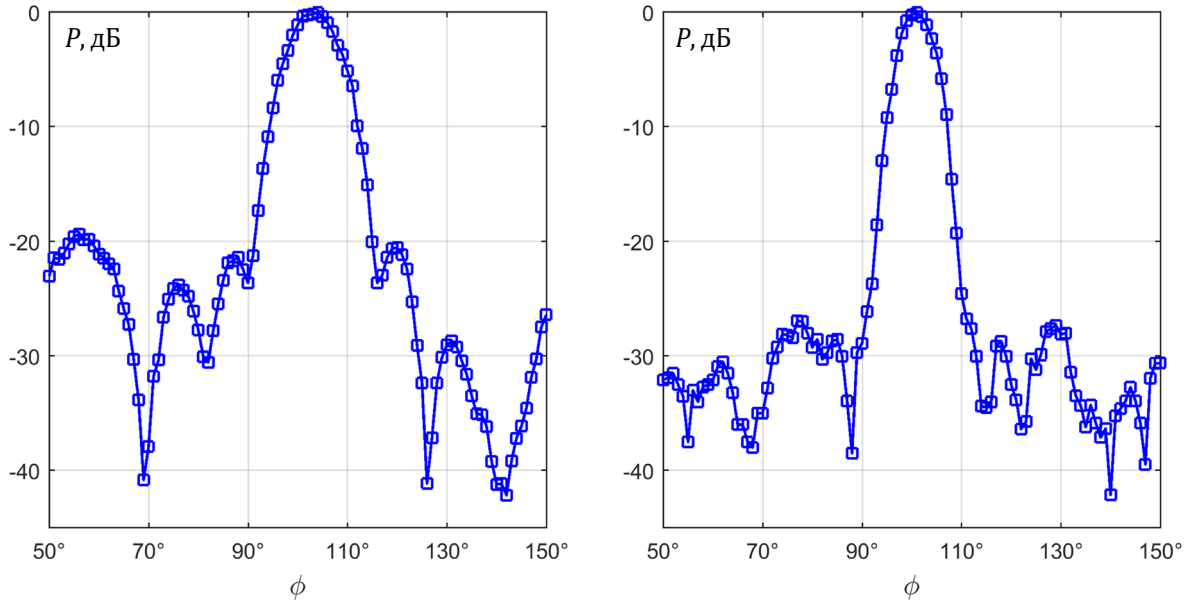


Рис. 5. *Диаграмма направленности по мощности для параболической антенны с СШП рупорным излучателем в вертикальной плоскости для частоты 3 ГГц.*



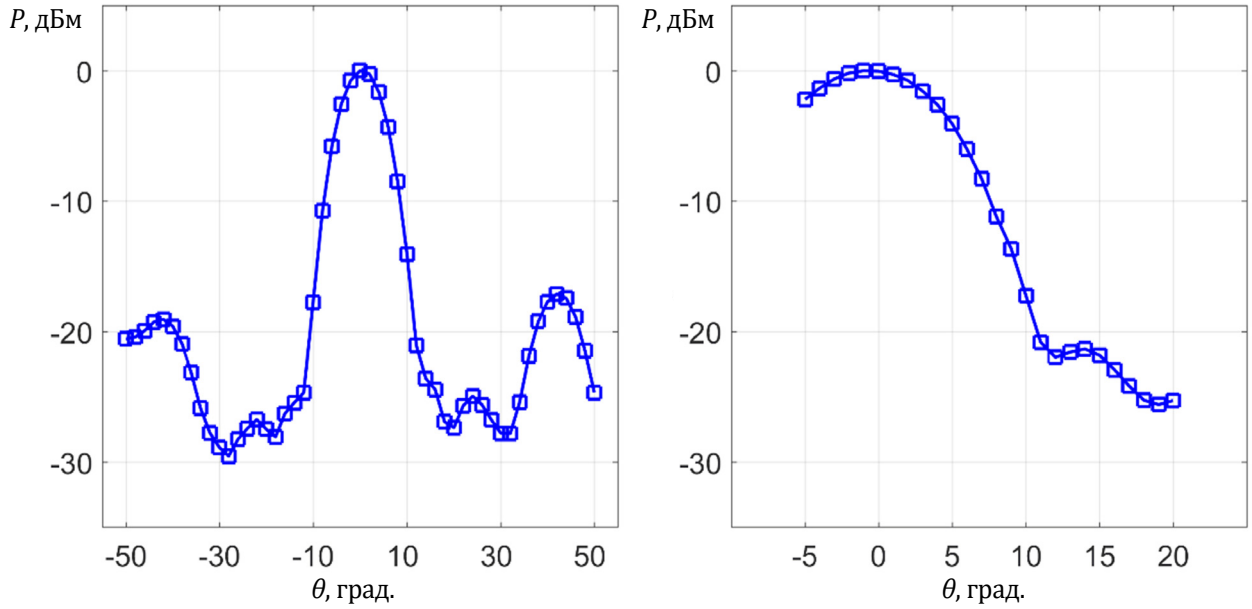
а) *б*)

Рис. 6. *Диаграммы направленности по мощности для параболической антенны с СШП рупорным излучателем для частот: а) 3 ГГц, б) 5 ГГц.*

Предварительно были измерены характеристики параболической антенны с рупорным сверхширокополосным излучателем. Примеры полученных диаграмм направленности по мощности для узкополосных сигналов приведены на рис. 5, 6. Ширина диаграммы направленности антенны по уровню -3 дБ на частоте 3 ГГц, как в вертикальной (рис. 5), так и в горизонтальной (рис. 6(а)) плоскостях оказалась равной примерно 10°.

Измеренная ширина диаграммы направленности антенны по мощности в горизонтальной плоскости для на частоте 5 ГГц по уровню –3 дБ равна 8° (рис. 6(б)).

Кроме того, были измерены диаграммы направленности в горизонтальной и вертикальной плоскостях для шумоподобного СШП сигнала, когда в качестве источника излучения использовалась лампа радиосвета с полосой излучения 2 ГГц. Результаты этих измерений приведены на рис. 7. Ширина диаграммы направленности по мощности и уровню –3 дБ для такого СШП сигнала составляет около 10° как в горизонтальной (рис. 7(а)), так и в вертикальной (рис. 7(б)) плоскостях.



а) *б*)

Рис. 7. *Диаграммы направленности по мощности для параболической антенны с СШП рупорным излучателем при измерении с лампой радиосвета (диапазон 3–5 ГГц) в качестве источника излучения: а) в горизонтальной плоскости, б) в вертикальной плоскости.*

Изображения объектов в радиосвете

На рис. 8 приведена схема экспериментов по получению изображения помещения в радиосвете. Лампа радиосвета размещалась в одном конце зала, над сценой. Высота расположения лампы относительно пола составляла примерно полтора метра (рис. 9(а)). Зеленое свечение лампы означает, что лампа подключена к источнику питания и находится в рабочем состоянии. Приемное устройство включает с себя параболическую антенну со сверхширокополосным излучателем, чувствительный элемент и персональный компьютер (рис. 9(б)). Оно размещалось в противоположном конце зала так, что расстояние между лампой радиосвета и антенной приёмника составляло 10 м. Чувствительный элемент приемного устройства, использовавшийся в экспериментах, отличается от описанной выше ячейки радиосвета тем, что в нем встроенная ненаправленная антенна заменена на разъем, связывающий элемент с разъемом внешней параболической антенны. Принимаемый чувствительным элементом сигнал обрабатывается и через USB разъем передается на компьютер, где осуществляется его дальнейшая обработка. На компьютере также располагается разработанная программа для построения изображений по результатам измерений.

В ходе экспериментов измерялось значение принимаемой мощности сигнала приёмником радиосвета при последовательном повороте антенны на углы $\Delta\varphi = 2°$ от –50° до +50°, затем антенна поворачивалась на $\Delta\theta = 2.5°$ в вертикальной плоскости и снова осуществлялись повороты в секторе углов (–50°,+50°) в горизонтальной плоскости. Процедура повторялась в секторе углов по θ от –5° до + 20°. Здесь и далее значение углов определяется относительно направления на максимум принимаемой мощности излучения. Панорамное изображение зала в видимом свете в этом диапазоне углов представлено на рис. 10(а).

Первоначально были проведены измерения принимаемой мощности излучения с выключенной лампой радиосвета. Приёмник регистрировал значения мощности на среднем уровне –75 дБм, которые незначительно флуктуировали относительного этого уровня при изменении углов φ и θ. Затем была включена лампа радиосвета и проведены измерения в соответствии с вышеуказанной методикой.

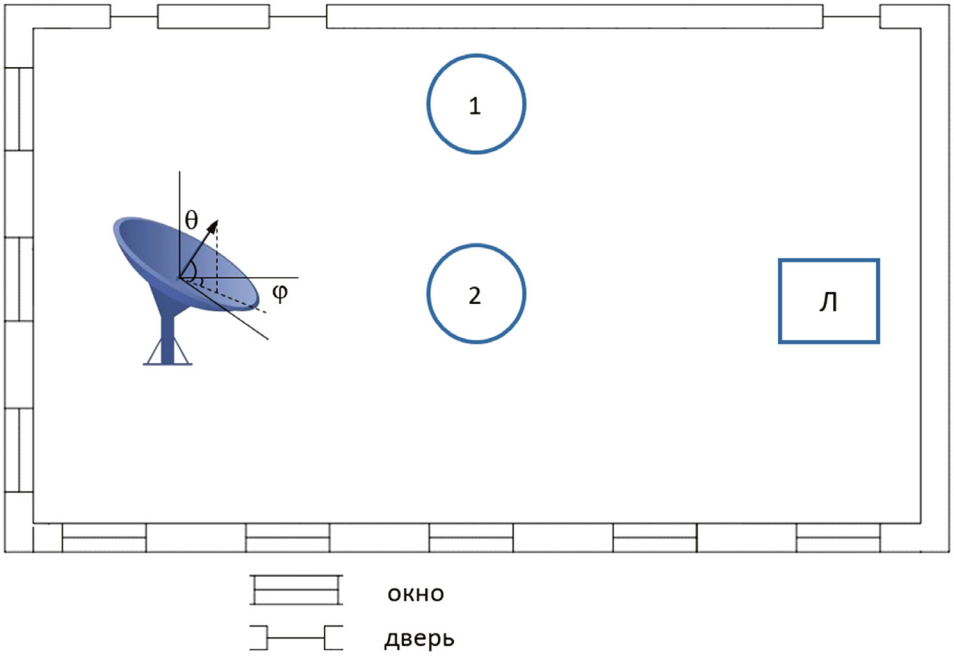


Рис. 8. *Схема экспериментов. Цифрами* 1 *и* 2 *на рисунке изображены два варианта расположения дополнительного объекта* (*человека*).

а) *б*)

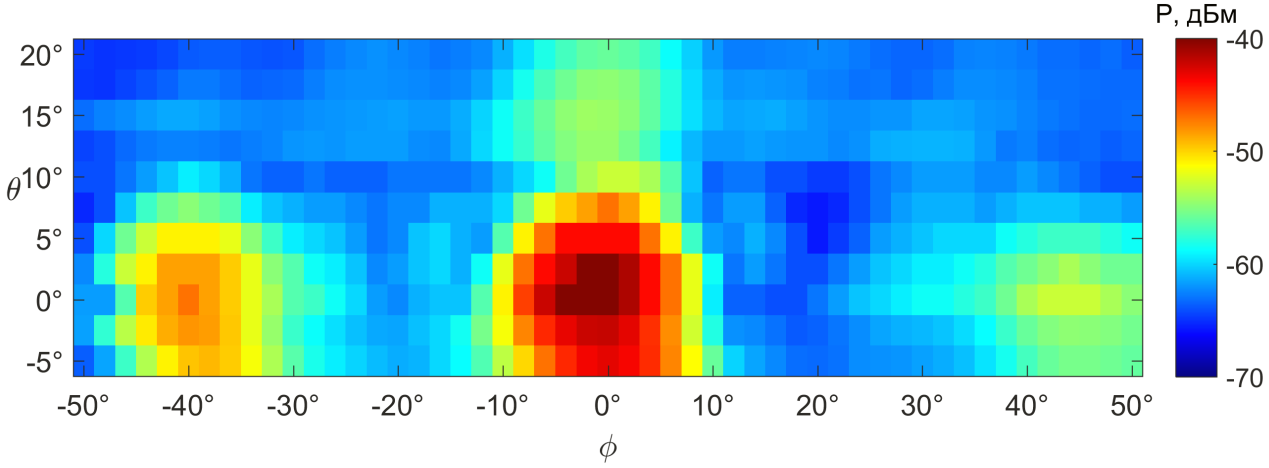
Рис. 9. *Элементы экспериментальной установки: а*) *источник радиосвета; б*) *параболическая антенна приемного устройства.*

На изображении, представленном на рис. 10(б), можно наблюдать освещение помещения на уровне –60…-65 дБм в областях, не попадающих в прямой или отражённый от стен луч от лампы радиосвета. На рис. 10(в) приведено изображение зала в радиосвете, совмещённое с его изображением в видимом свете. Это говорит о том, что мощность излучения используемой лампы повысила уровень мощности поля освещения конференц-зала примерно на 10 дБ над фоновым уровнем. По центру полученного изображения можно наблюдать характерное пятно от прямого луча между лампой и приёмником радиосвета с интенсивностью (мощностью) в максимуме до –40 дБм. По обе стороны от него видны также области с повышенной освещённостью при φ = –40° с интенсивностью до –48 дБм и при φ = +44° с интенсивностью до –53 дБм. Они соответствуют «зеркальному» отражению радиосвета лампы. Интенсивность правого пятна ниже левого, поскольку на правой стороне зала располагаются большие окна.

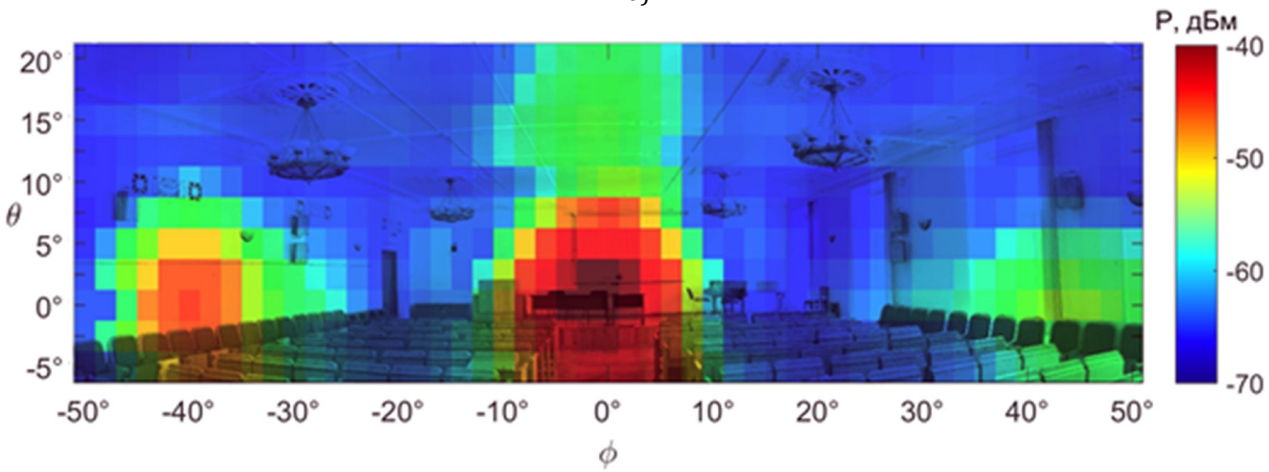
Для определения возможности выявления вновь появившихся в зоне просмотра объектов были проведены эксперименты по обнаружению вошедшего в зону человека. В этих экспериментах испытуемый занимал одну из двух заранее определенных позиций в зале (они показаны на рис. 8). Положения, занимаемые человеком, и наложенные соответствующие изображения в радиосвете показаны на рис. 11.

Для каждой позиции расположения человека было построено по два изображения: при наличии человека и при его отсутствии.

а)



б)



в)

Рис. 10. *Конференц-зал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН: а) панорамная фотография конференц-зала; б) полученное изображение конференц-зала в радиосвете; в) изображение зала в радиосвете, совмещённое с изображением зала в видимом свете.*

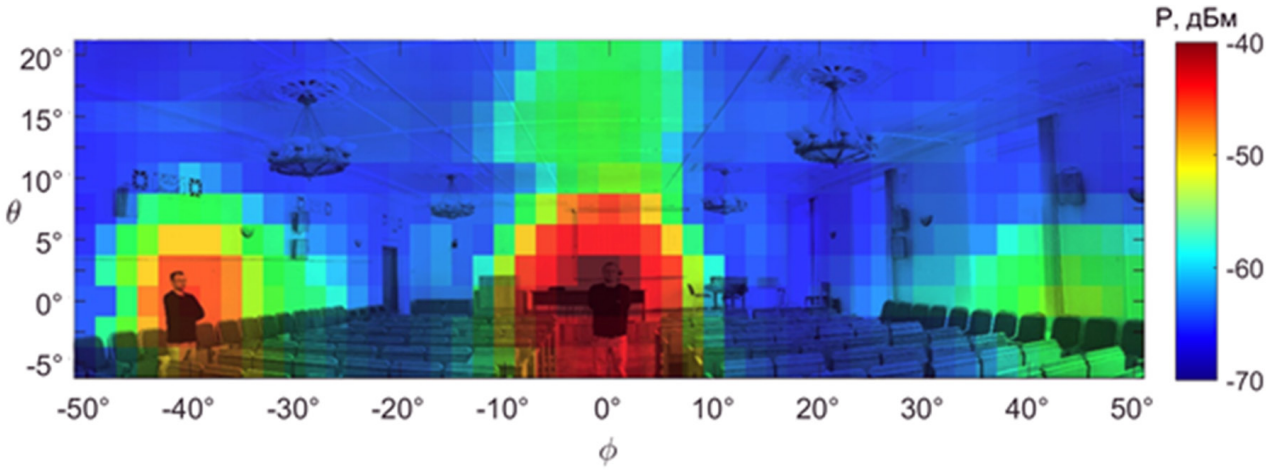


Рис. 11. *Наложенное изображение в радиосвтете на изображение зала для двух случаев расположения человека «призрака».*

Так для эксперимента в случае расположения человека в точке 1 (см. рис. 8) эти изображения были построены в диапазоне углов от –60° до –30° по углу φ и от –5° до 12.5° по углу θ. Полученные изображения приведены на рис. 12.

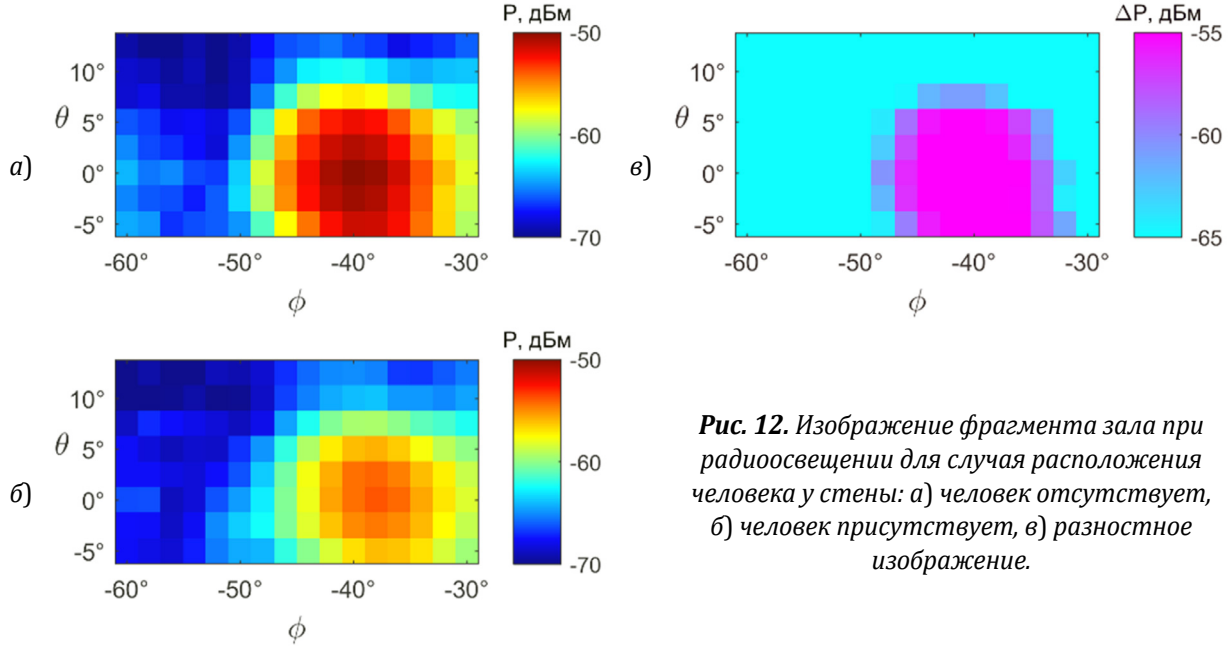


Рис. 12. *Изображение фрагмента зала при радиоосвещении для случая расположения человека у стены: а) человек отсутствует, б) человек присутствует, в) разностное изображение.*

Данные результаты демонстрируют на месте присутствия человека в точке 1 у стены дополнительное ослабление сигнала на приёмнике радиосвета, достигающее 10 дБ. Аналогичные результаты были получены при расположении объекта в точке 2 (рис. 8) в центре конференц-зала (рис. 13). В обоих случаях на месте в направлении присутствия человека наблюдается дополнительное ослабление сигнала до 10 дБ. В первом случае объект находился на пути отраженного «зеркального» луча от лампы радиосвета к приемнику, во втором случае на пути прямого луча.

Расстояние от антенны до человека в обоих случаях составляло 5–6 метров. При пересчете угловых размеров разностных пятен в линейные их размер соответствует примерно 1 метру вдоль горизонтали и 1.5 метрам вдоль вертикали.

Таким образом, измерения показывают возможность применения искусственного радиосвещения для обнаружения факта появления новых объектов в помещении, а также, потенциально, для оценки их размеров в пределах разрешающей способности аппаратуры. В рассматриваемом примере угловое разрешение составляет примерно два пикселя, т.е. 4° вдоль горизонтальной оси и 5° вдоль вертикальной оси. При расстоянии до объектов 5–6 метров точность оценки их линейных размеров составляет около 40 см.

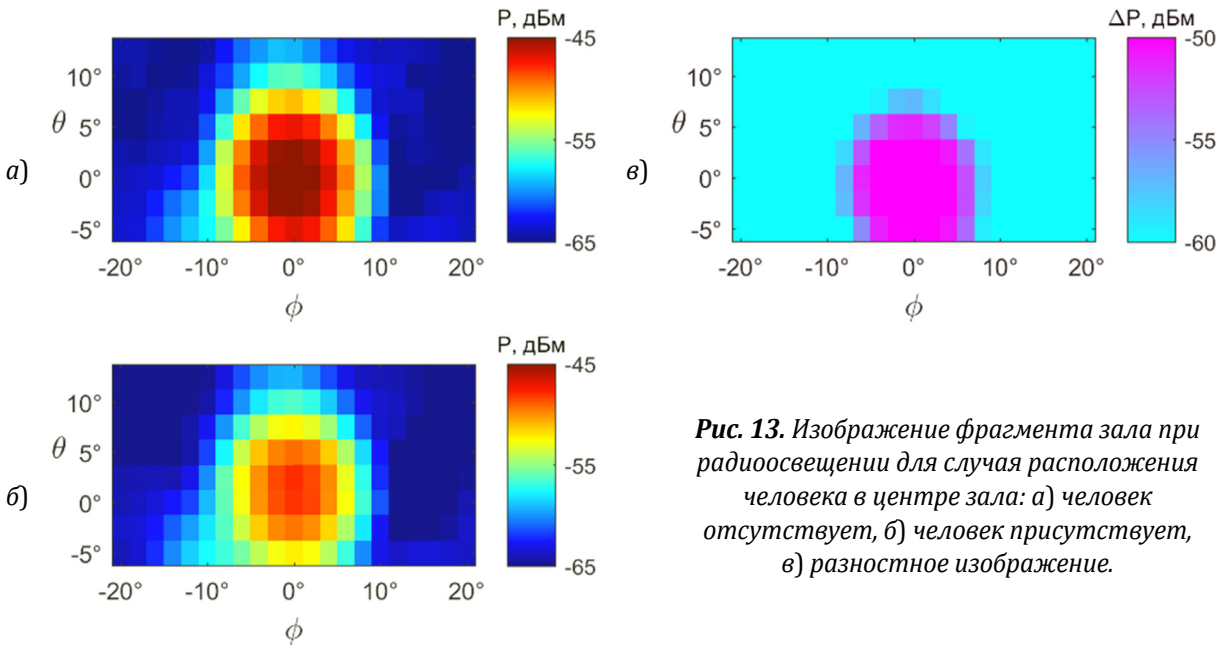


Рис. 13. *Изображение фрагмента зала при радиоосвещении для случая расположения человека в центре зала: а) человек отсутствует, б) человек присутствует, в) разностное изображение.*

Заключение

Разработка высокоэффективных миниатюрных источников широкополосного некогерентного микроволнового излучения на основе динамического хаоса дает возможность создавать искусственное радиосвещение. Вместе с использованием современных методов приема сверхширокополосных сигналов это позволит создать новый класс аппаратуры для инфокоммуникационной инфраструктуры массового применения.

Такая аппаратура будет всепогодной и сможет применяться в условиях полярной ночи на Крайнем Севере, при швартовке судов в тумане, для ориентирования самолетов при посадке и т.д.

Создание экспериментальных образцов чувствительных элементов для приемников радиосвета с использованием радиометрических принципов и логарифмических детекторов показало возможность регистрировать источники некогерентного микроволнового излучения с интегральной выходной мощностью и ~ 2 мВт на расстоянии более 100 метров [25]. Компактность и простота этих чувствительных элементов (масса устройства ~10 г) позволяют использовать его как самостоятельно, например, в датчиках движения в отсутствии прямой видимости, так и для создания направленных устройств, в том числе многоэлементных, обеспечивающих пространственное разрешения при наблюдении за окружающей средой.

Предложена и апробирована методика получения изображения окружающего пространства при освещении его некогерентным микроволновым излучением от лампы радиосвета, и использовании приёмника радиосвета на основе чувствительного элемента совместно с узконаправленной антенной. Проведены серии экспериментов, позволившие получить изображение помещения в радиосвете, а также обнаруживать появление новых объектов в наблюдаемой области.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16–19–00084).

Список литературы

1. *Тайсон Н. Д.* Астрофизика с космической скоростью. М.: Изд. АСТ. 2018. 235 с.
2. *Вавилов С. И.* Глаз и солнце. С-Пб.: Амфора. 2006. 334 с.
3. *Спиридонов О. П.* Свет. Физика. Информация. Жизнь. М.: Ленанд. 2015. 218 с.
4. *Polivka, J., Fiala, P., and Machac, J.* // Progress in Electromagnetics Research. 2011. Vol. 111. P. 311–330.
5. *Шутко А. М.* СВЧ-радиометрия водной поверхности и почвогрунтов. М.: Наука, 1986.
6. *Armand, N. A., Polyakov, V. M.* Radio Propagation and Remote Sensing of the Environment. Boca Raton: CRC Press, 2005.
7. *Кутуза Б. Г., Данилычев М. В., Яковлев О. И.* Спутниковый мониторинг Земли: микроволновая радиометрия атмосферы и поверхности. М.: URSS, 2015.
8. *Волосюк В. К., Кравченко В. Ф., Кутуза Б. Г., Павликов В. В., Пустовойт В.И.* Статистическая теория сверхширокополосных радиометрических устройств и систем // Физические основы приборостроения. 2014. Т. 3. № 3. С. 5–65.
9. *Гуляев Ю. В.* Физические поля и излучения человека. Новые неинвазивные методы медицинской диагностики. М.: РБОФ «Знание» им. С. И. Вавилова. 2009.
10. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Герасимов М. Ю., Ицков В. В.* Радиоосвещение на основе сверхширокополосных генераторов динамического хаоса // РЭ. 2016. Т. 61. № 11. С. 1–11.
11. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В.* Источники радиоосвещения на основе сверхширокополосных микрогенераторов хаотических колебаний // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42. № 24. С. 49–57.

12. *Dmitriev, A. S., Efremova, E. V., Gerasimov, M. Y., and Itskov, V. V.* Look at the World in a Different Light // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2017. V. 20, No. 2, P. 133–143.
13. *Ефремова Е. В.* Модель хаотической автоколебательной системы диапазона 10–30 GHz на основе технологии SiGe 130 нм // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. № 9. С. 26–33.
14. Серия шумовых диодов Noisecom. NC100/200/300/400http:// Evitek.ru/Catalog/Noisecom/Istochniki-Shuma/Shumovye-Diody/Seriya-Shumovyh-Diodov-Noisecom-_16294.Html.
15. *Безруков В. А.* // Современная электроника. 2011. № .7. С. 28.
16. *Кислов В. Я., Залогин Н. Н., Мясин Е. А.* Исследование стохастических автоколебательных режимов в автогенераторах с запаздыванием // РЭ. 1979. Т. 24. № 6. С. 1118.
17. *Безручко Б. П., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И.* Экспериментальное наблюдение стохастических автоколебаний в динамической системе пучкок — обратная электромагнитная волна // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. № 3. С. 180–184.
18. *Анисимова Ю. В., Дмитриев А. С., Залогин Н. Н. и др.* Об одном механизме перехода к хаосу в системе «электронный пучок электромагнитная волна» // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. № 8. С. 337.
19. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Максимов Н. А., Панас А. И.* Генерация хаоса. М.: Техносфера, 2012.
20. *Дмитриев А. С., Клецов А. В., Лактюшкин А. М. и др.* Сверхширокополосная беспроводная связь на основе динамического хаоса // РЭ. 2006. Т. 51. № 10. С. 1193.
21. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Никишов А. Ю.* Генерация динамического хаоса микроволнового диапазона в автоколебательной структуре на основе SiGe // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. № . 23. С. 40.
22. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Никишов А. Ю.* Генерация микроволнового динамического хаоса в кольцевой автоколебательной системе на комплементарной металл–окисел–полупроводниковой структуре // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. № . 9. С. 82.
23. Радиосвет: http://anamezon.ru/radiosviet
24. *Гуляев Ю. В., Дмитриев А. С., Лазарев В. А., Мохсени Т. И., Попов М. Г.* Взаимодействие и навигация роботов на основе сверхширокополосной прямохаотической связи // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 765–772.
25. *Гуляев Ю. В., Дмитриев А. С., Ицков В. В. и др.* Ячейка приёмника радиосвета // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63. № 9. С. 947-952.
26. *Калиничев В. И., Калошин В. А., Пангонис Л. И.* Сверхширокополосная зеркальная антенна с рупорным облучателем н-образного сечения // Труды III Всерос. конф. «Радиолокация и радиосвязь». Москва. 2009. С. 101–104.

Поступила 7 августа 2018.

ARTIFICIAL RADIO ILLIMINATION: SOURCES, RECEIVERS AND IMAGE ACQUISITION

A.S. DMITRIEV, V.V. ITSKOV, M.M. PETROSYAN, M.G. POPOV, AND A.I. RYZHOV

doi: 10.25210/jfop-1803-050063

The problem of illumination of objects and surfaces by artificial incoherent sources of microwave radiation for the purpose of their subsequent observation by special receiving equipment is considered. Radiolight lamps based on dynamical chaos generators are used, as source of incoherent broadband microwave radiation. The question of creating a microwave receiver with spatial resolution for radio light is studied as well. The proposed sensing element for such a receiver combines the properties of the power receiver and radiometer. A scheme of proposed sensing element is developed and an experimental model of the receiver with spatial resolution is implemented to visualize a part of the surrounding space in the artificial radio light. Images of the room in the radio light were obtained. The possibility of detecting changes in these images due to the appearance of new objects is shown.

The study was performed by a grant of Russian scientific Foundation (project No. 16-19-00084).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 548.3:537.226.33

ОСОБЕННОСТИ ХИМИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ, УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПЕРОВСКИТА И СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ В СЛОЖНЫХ ОКСИДАХ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-064069

Гегузина Г. А.— к.ф.-м.н., с.н.с., Южный федеральный университет, Научно-исследовательский институт физики, Ростов-на-Дону. E-mail: geguzina@sfedu.ru

Аннотация
Ныне покойные Фесенко Е. Г. и Шуваев А. Т., разрабатывая при жизни критерии направленного поиска новых соединений, а также создавая на их основе функциональные материалы для элементов и устройств электроники, предложили оценивать параметры химических межатомных связей в оксидах со структурой перовскита (ОСП): параметры их направленности, напряжённости и неравноценности. Они полагали их ответственными за существование не только самой перовскитной структуры, но и сегнетоэлектрического состояния в ней. Основываясь на их достижениях и собственных расчётах таких параметров для ~5000 составов известных и гипотетических двойных и тройных оксидов автор статьи построила новые корреляции, во-первых, между их величинами для известных и гипотетических оксидов, а во-вторых, между этими параметрами, с одной стороны, и температурами фазовых переходов известных перовскитных сегнето- и антисегнетоэлектриков — с другой. Установлено, что все известные перовскиты находятся в области, ограниченной некоторыми величинами параметров направленности и напряженности, а известные перовскитные сегнето- и антисегнетоэлектрики — некоторыми величинами параметров напряжённости и неравноценности химических связей. Выявлена зависимость температур фазовых переходов от параметра напряжённости химических связей, описываемая полиномиальным трендом степени 6.

Ключевые слова: *оксиды со структурой перовскита, параметры химической связи, параметр направленности, параметр напряжённости, параметр неравноценности, межатомные связи, условия существования структуры, сегнетоэлектричество*

Abstract
Now the late Fesenko EG and Shuvaev AT while developing criteria for directed search for new compounds, and creating on their basis functional materials for electronic elements and devices, had suggested to evaluate the parameters of chemical interatomic bonds in the structure of oxides with a perovskite structure (PSO): the parameters of their directivity, tension and non-disparity. They believed them responsible not only for the perovskite structure itself, but for the existence of the ferroelectric state in it. Building on their developments as well as own calculations of these parameters for ~5000 of the known and hypothetical binary and ternary oxide compositions, paper author has constructed new correlations, first, between parameter values of known and hypothetical oxides and, second, between these parameters, on the one hand, and phase transition temperatures of known perovskite ferro- and antiferroelectric PSO on the other hand. It has been established that all known perovskites are located in the area bounded by certain direction and tension parameter values of chemical bonds, while the known ferro- and antiferroelectrics are in the area bounded by certain tension and non-disparity parameter values. A dependence of phase transition temperatures on the chemical bond A-O tension described by a polynomial trend of the sixth degree has been shown.

Keywords: *perovskite structure oxides, chemical bonds parameters, directivity parameter, tension parameter, non-equivalence parameter, interatomic bonds, structure existence conditions, ferroelectricity*

Памяти моего учителя, профессора Фесенко Евгения Григорьевича посвящается

Введение

Для определения условий [1] существования структуры типа перовскита и сегнетоэлектрического состояния в ней Фесенко Е. Г. и Шуваев А. Т. установили и наиболее полно описали в монографии [2] связь между полуэмпирическими параметрами химической связи, с одной стороны, устойчивостью структуры перовскита в сложных оксидах составов типа

$$(A^1_{\alpha_1}...A^i_{\alpha_i}...A^p_{\alpha_p})(B^1_{\beta_1}...B^j_{\beta_j}...B^q_{\beta_q})O_3, \quad (1)$$

а также границами существования в них сегнетоэлектрического состояния — с другой стороны. Расчёт автора статьи этих параметров для ~5000 известных и гипотетических оксидов со структурой перовскита (ОСП) по предложенным формулам позволил построить новые корреляции. С помощью этих параметров

можно уточнить условия существования структуры типа перовскита в ОСП. Рассматриваются три параметра, характеризующие химическую связь в сложных оксидах со структурой типа перовскита (ОСП): направленности, ν, напряженности, μ, и неравноценности, Ω.

Определения, термины и корреляции

Параметр направленности ν характеризует тенденцию входящих в состав ОСП атомов к осуществлению направленных связей, возникновение которых обусловлено энергетической выгодностью присоединения атомов друг к другу вдоль направлений максимальной электронной плотности. Чем более чётко выделены такие направления, то есть чем больше степень анизотропии в распределении валентных электронов, тем сильнее проявляется тенденция к образованию направленных связей.

В качестве меры анизотропии распределения электронной плотности предложено выражение $\zeta = |\Psi|_{\max} - |\Psi|_{\min}$, где $|\Psi|_{\max}$ — абсолютное значение волновой функции валентных электронов на расстоянии максимума радиальной электронной плотности для направления её наибольшей концентрации, а $|\Psi|_{\min}$ – наименьшей концентрации. Для s-электронов $|\Psi|_{\max} = |\Psi|_{\min}$ и степень анизотропии $\zeta = 0$. Для p- и d- электронов $\zeta = |\Psi|_{\min} = 0$ и, следовательно, $\zeta = |\Psi|_{\max}$. Тенденция к образованию направленных связей определяется также энергией ковалентного взаимодействия, которая приблизительно пропорциональна заряду перекрывания вступающих в связь атомов: $q = nS$, где n — общее число электронов: для sp-атомов — это общее количество s– и p–электронов; для ds–атомов — число d–электронов, а S — интеграл перекрывания валентной орбитали данного атома с валентной орбиталью атома окружения. В качестве меры возмущения атомных орбиталей можно принять величину $\tau = 1 + (f_0 / f)$, где f — напряженность поля атома в точке максимума электронной плотности для валентной орбитали, которая может быть возмущена, а f_0 — напряженность поля, создаваемого атомами окружения в той же точке. Чем больше поле f, тем меньше возмущена валентная орбиталь, причём распределение электронной плотности считается сферически симметричным.

Рассматривая возможные выражения для напряженности этих полей и принимая во внимание, что атомами окружения являются атомы кислорода, а также рассчитанные интегралы перекрывания [2], в качестве параметра направленности связей, ν', каждого рассматриваемого атома A^i или B^j в составе ОСП посчитали целесообразным принять выражение

$$\nu' = \zeta q / \tau, \tag{2}$$

то есть направленность связей тем больше, чем больше степень анизотропии и энергия ковалентного взаимодействия и чем меньше возмущенность валентных орбиталей.

Далее вводится параметр напряженности, μ, межатомных связей, потому что упаковка атомов в ОСП заметно отличается от классической плотнейшей. Рыхлость структуры обусловлена напряжёнными межатомными связями: в большинстве известных ОСП связи A^i-O растянуты, а связи B^j-O сжаты, хотя есть и исключения. В частности, в структуре известных двойных ОСП $BaTiO_3$, $PbTiO_3$, $KNbO_3$ и нескольких тройных ОСП — наоборот, связи A^i-O сжаты, а B^j-O — растянуты. Напряжённость связей возрастает с увеличением несоответствия длин ненапряженных связей A^i-O и B^j-O размерам, диктуемым условиями плотнейшей упаковки в структуре ОСП. Потерю устойчивости структуры можно связать с достижением предела прочности растянутых связей и разрывом их при критической относительной деформации межатомной связи: $\delta_{A^i-O} = (L_{A^i-O} - L^0_{A^i-O}) / L^0_{A^i-O}$ или $\delta_{B^j-O} = (L_{B^j-O} - L^0_{B^j-O}) / L^0_{B^j-O}$, которую можно определить по областям существования [3,4], построенным с использованием квазиупругой модели структуры перовскита [5,6]. Эти критические напряжённости межатомных связей зависят от электронных конфигураций атомов в составах ОСП, то есть от числа и типа их валентных электронов.

Из анализа экспериментальных данных и областей существования структуры типа перовскита установлено, что межатомные связи Bj-O в октаэдрах редко допускают деформации растяжения, что не противоречит утверждению в рамках модели ионов — несжимаемых шаров, что структура теряет устойчивость, если не обеспечивается симметричное касание катионов в анионных пустотах. Тем не менее, одно-, двух- и трёхвалентные атомы в положениях A^i допускают значительные деформации растяжения, если они не содержат валентных p-электронов. Предлагается в монографии [2] о степени близости растянутых связей критическому состоянию неустойчивости структуры судить по величине параметра напряженности

- для s-атомов $$\mu'_s = (\Delta / \Delta_{\text{кр}})_s = 4\sqrt{n_s}\,\Delta / L^0; \tag{3}$$
- для sp-атомов $$\mu'_{sp} = (\Delta / \Delta_{\text{кр}})_{sp} = (7/2)\sqrt{n_s} + (9/2)n_p^2\,\Delta / L^0; \tag{4}$$
- для ds-атомов $$\mu'_{ds} = (\Delta / \Delta_{\text{кр}})_{ds} = (2\sqrt{n_s} + 6n_d^3)\,\Delta / L^0. \tag{5}$$

При $\delta = \delta_{\text{cr}}$ μ' = 1, а при $\delta < \delta_{\text{cr}}$ параметр $\mu_{\text{cr}} < 1$.

Итак, потеря устойчивости структуры перовскита может быть связана либо с достижением прочности растянутых связей, либо с проявлением направленности связей. Если в составе ОСП имеется несколько атомов с растянутыми связями, под параметром напряженности всех связей понимается среднее взвешенное значение

$$\mu = \sum_{\mathrm{i}} \alpha_{\mathrm{i}} \mu_{\mathrm{i}}' + \sum_{\mathrm{j}} \beta_{\mathrm{j}} \mu_{\mathrm{j}}' , \tag{6}$$

где α_i и β_j — доли атомов A^i или B^j в составе сложного ОСП (1), а μ' вычисляется по соответствующим формулам из набора (3)–(5). Таким образом, одно из условий существования структуры перовскита следующее:

$$\mu < 1 . \tag{7}$$

Второе условие, связанное с влиянием направленности межатомных связей на устойчивость структуры перовскита, определяется линейной комбинацией параметров направленности связей атомов в составе ОСП

$$\nu = \sum_{\mathrm{i}} C_{p\mathrm{i}} \nu_{p\mathrm{i}}' + \sum_{\mathrm{j}} C_{d\mathrm{j}} \nu_{d\mathrm{j}}' , \tag{8}$$

где $\nu_{p\mathrm{i}}'$ и $\nu_{d\mathrm{j}}'$ — параметры направленности *i*-того и *j*-того атомов sp- и ds-элементов, входящих в состав сложного ОСП. Коэффициенты $C_{p\mathrm{i}}$ и $C_{d\mathrm{j}}$, найденные из анализа экспериментальных данных, определяются так

$$C_{p_{\mathrm{i}}} = 10\alpha_{p_{\mathrm{i}}} m_p , \quad C_{d_{\mathrm{j}}} = 2\beta_{d\mathrm{j}} , \tag{9}$$

где $m_p = 1 + 0.2N_p(N_p - 3)$, а N_p — число валентных p-электронов, приходящихся на приведенную перовскитовую ячейку.

Области существования ОСП построены по рассчитанным μ и ν для 4730 двойных и тройных оксидов, из которых 530 известных ОСП, и некоторые из них нанесены на диаграммы (μ,ν), приведённые в [2]. Величины параметров μ и ν посчитаны для оксидов, химические формулы которых следующие: двойные ОСП $A^{\mathrm{I}}B^{\mathrm{V}}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{II}}B^{\mathrm{IV}}\mathrm{O}_3$ и $A^{\mathrm{III}}B^{\mathrm{III}}\mathrm{O}_3$; тройные ОСП типа $A^{\mathrm{II}}B^{\mathrm{V}}_{1/2}B^{\mathrm{III}}_{1/2}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{II}}B^{\mathrm{VI}}_{1/2}B^{\mathrm{II}}_{1/2}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{II}}B^{\mathrm{V}}_{2/3}B^{\mathrm{II}}_{1/3}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{II}}B^{\mathrm{VI}}_{1/3}B^{\mathrm{III}}_{2/3}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{III}}B^{\mathrm{IV}}_{1/2}B^{\mathrm{II}}_{1/2}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{III}}B^{\mathrm{V}}_{1/2}B^{\mathrm{I}}_{1/2}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{III}}B^{\mathrm{V}}_{1/3}B^{\mathrm{II}}_{2/3}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{III}}B^{\mathrm{VI}}_{1/4}B^{\mathrm{II}}_{3/4}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{I}}B^{\mathrm{VI}}_{1/2}B^{\mathrm{IV}}_{1/2}\mathrm{O}_3$; $A^{\mathrm{I}}B^{\mathrm{VI}}_{2/3}B^{\mathrm{III}}_{1/3}\mathrm{O}_3$ и $A^{\mathrm{I}}B^{\mathrm{VI}}_{3/4}B^{\mathrm{II}}_{1/4}\mathrm{O}_3$. Исходя из рассчитанных величин, можно было бы синтезировать 2100 новых двойных и тройных перовскитов. В составы 1000 известных, а тем более гипотетических оксидов могут входить атомы с неустойчивыми валентностями, поэтому можно синтезировать только 1340 новых ОСП, из них только 830 — в воздушной атмосфере, остальные — в специальных средах: окислительной, нейтральной или восстановительной. Эти количества, наиболее реальное из которых 1340, которое уже превышает количество известных на сегодня ОСП [2], нуждаются в уточнении. Тем не менее, все известные ОСП находятся (рис. 1) в области существования структуры перовскита, ограниченной значениями $\mu = 1$ и $\nu = 0.61$.

В соответствии с развиваемой в монографии [2] точки зрения, склонность ОСП определенного состава к образованию состояния с электрическим упорядочением определяется тенденцией входящих в его состав атомов к образованию неравноценных направленных связей. Авторы предположили, что величину, характеризующую такую тенденцию, параметр неравноценности связей Ω, можно выразить в первом приближении линейной комбинацией параметров направленности связей.

Условие возникновения полярного состояния в ОСП можно выразить

$$\Omega > \Omega_{\mathrm{cr}} , \tag{10}$$

где критическое значение, Ω_{cr}, определяется по экспериментальным данным по построенной автором и приведенной в монографии [2] области сегнетоэлектриков и антисегнетоэлектриков, а Ω каждого оксида определяется по формуле

$$\Omega = \sum_{\mathrm{i}} \alpha_{p_{\mathrm{i}}} [4\sigma_{\mathrm{i}} / (n_{s_i}^2 + 1)](L_{\mathrm{i}} / L^0)^4 \nu_{p_{\mathrm{i}}}' + \sum_{\mathrm{j}} \beta_{d_{\mathrm{j}}} [\sigma_{\mathrm{j}} / (n_{d_{\mathrm{j}}}' + 1)](L_{\mathrm{j}} / L^0)^4 \nu_{d_{\mathrm{j}}}' , \tag{11}$$

где σ — характеристика равномерности распределения по октаэдрам или кубооктаэдрам p- и d-электронов:

$$\sigma = \overline{n}_{p,d}^3 / n_{p,d}^3 . \tag{12}$$

Здесь, в свою очередь, $\overline{n}_{p,d}^3$ — среднее число связывающихся p– и d–электронов на октаэдр (или кубооктаэдр), а $n_{p,d}^3$ — среднее значение кубов числа p– и d–электронов на октаэдр (или кубооктаэдр).

При равномерном распределении p– и d–электронов величина $\sigma = 1$, при неравномерном — достаточно мала. Для всех атомов с одинаковым координационным числом величина σ одинакова.

Величины Ω рассчитаны для тех же 4730 двойных и тройных оксидов, известных и гипотетических, и в результате построения области сегнетоэлектриков (СЭ) и антисегнетоэлектриков (АСЭ) оказалось, что можно из них ожидать новых СЭ или АСЭ более 180, которые могут быть синтезированы в структуре типа перовскита в воздушной атмосфере, то есть с устойчивыми степенями окисления атомов в их составе, из 830

возможных ОСП, о которых говорилось выше. Конечно, это весьма завышенные количества и нуждаются в уточнении, однако все известные сегнето или антисегнетоэлектрики со структурой перовскита, попадают в свою область на диаграмме (Ω, μ) (рис. 1). К сожалению, в эту область попадают и гипотетические оксиды, содержащие p- и d-атомы, свойства которых не исследованы, потому что соединения эти не существуют.

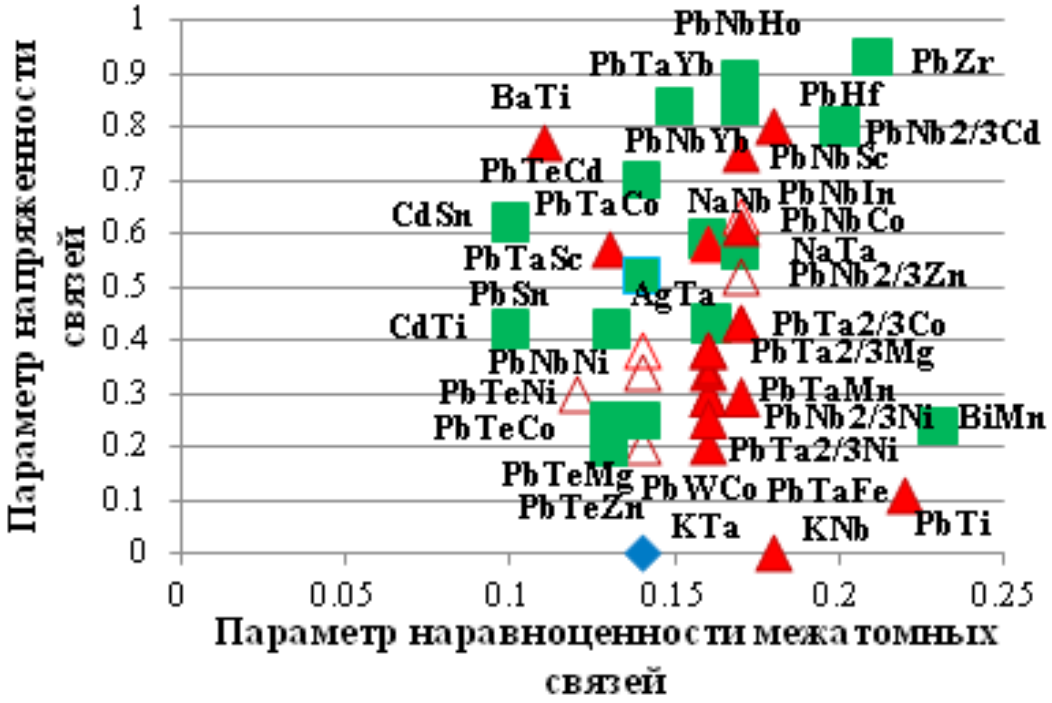


Рис. 1. *Диаграмма параметр неравноценности — параметр напряжённости межатомных связей в структуре двойных и тройных ОСП, имеющих сегнето-* (*красные треугольники — признанные СЭ, пустые — сомнительные*) *или антисегнетоэлектрические свойства* (*квадраты*)*. Для экономии места опущены доли ½ атомов B′ и B″ в составах тройных ОСП типа* $AB'_{1/2}B''_{1/2}O_3$ *; доля второго атома B″, равная ⅓ в составах тройных ОСП типа* $AB'_{2/3}B''_{1/3}O_3$*, а также символ «***O_3***» в конце всех химических формул.*

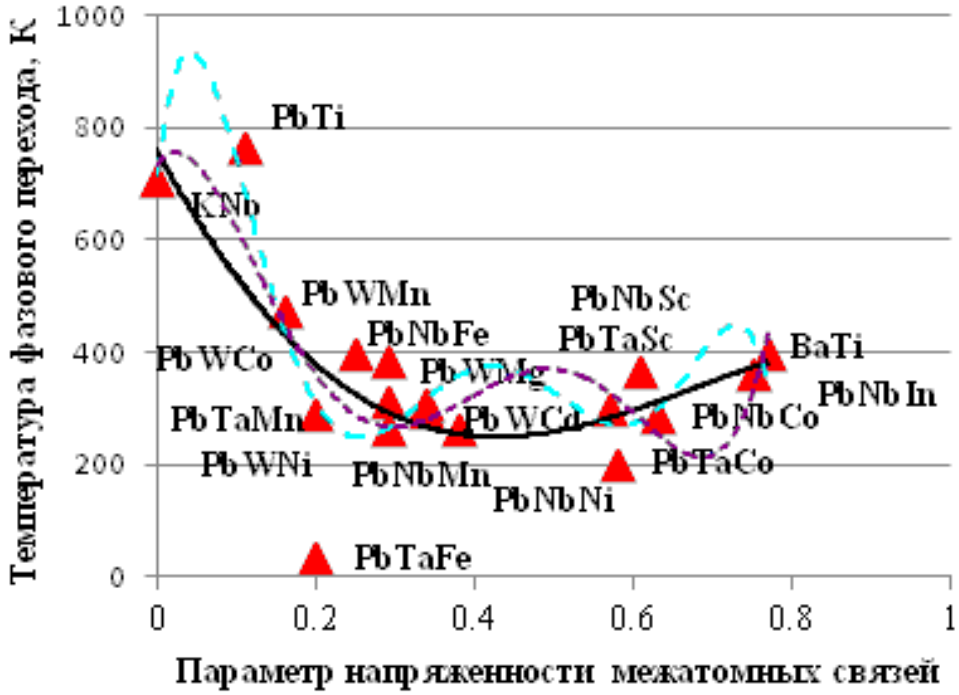


Рис. 2. *Корреляции между параметром напряженности межатомных связей в сегнетоэлектрических двойных и тройных ОСП и температурами их фазовых переходов, описываемые трендами степени* 4 (*черная сплошная*), 5 (*штриховая фиолетовая линия*) *и* 6 (*штриховая голубая линия*).

В [7] по величинам напряжённостей отдельных межатомных связей $A^i - \mathrm{O}$, $\delta_{A^i-\mathrm{O}}$, мы разделили сегнето- и антисегнетоэлектрические ОСП между собой. Здесь параметр напряжённости межатомных связей определяется через величины напряжённостей отдельных межатомных связей $A^i - \mathrm{O}$, $\delta_{A^i-\mathrm{O}}$. Если в качестве параметра, который мог бы быть некоторым критерием наличия таких особых состояний, попробовать описанные в монографии [2] параметр напряженности связей μ или параметр неравноценности Ω химических связей в ОСП, можно построить корреляцию (рис. 2) между параметром μ и величиной температур сегнетоэлектрических ОСП. Полиномиальные тренды степеней 3 или 4 этой зависимости показывают некоторую довольно плавную зависимость с размытым минимумом, ниже которого находятся в основном тройные Pb-содержащие ОСП с танталом, в то время как их аналоги — тройные Pb-содержащие ОСП с ниобием — выше этого минимума. Полиномиальный тренд степени 6 образует несколько минимумов и максимумов температуры фазового перехода, но более подробно проходит через большинство точек на диаграмме. Таким образом, показано, что перовскитные сегнето- и антисегнетоэлектрики имеют достаточно напряжённые и наиболее неравноценные направленные межатомные связи, что делает их отличными от несегнетоэлектриков.

Результаты частично получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России: проекты №№ 3.6371.2017/8.9 и 3.6439.2017/8.9.

Список литературы

1. *Гегузина Г.А.* Общие взаимосвязи «состав-структура-свойства» для кислородно-октаэдрических семейств // Физические основы приборостроения. 2018. Т. 7. № 2(28). С. 61–70. DOI: 10.25210/jfop–1802–061070
2. *Фесенко Е.Г.* Семейство перовскита и сегнетоэлектричество. М.: Атомиздат, 1972. 248 с.
3. *Гегузина Г.А., Фесенко Е.Г.* Области стабильности оксидов со структурой типа перовскита // Изв. АН СССР. Сер. Неорган. матер. 1984. Т. 20. С. 1394–1398.
4. *Гегузина Г.А., Чернер Я.Е.* Алгоритм направленного поиска соединений заданного химического состава с определенным типом структуры // Известия АН СССР. Неорганические материалы. 1991. Т. 27. № 9. С. 1881–1886.
5. *Сахненко В.П., Фесенко Е.Г., Шуваев А.Т., Шуваева Е.Т., Гегузина Г.А.* Межатомные расстояния в сложных оксидах со структурой перовскита // Кристаллография. 1972. Т. 17. № 2. С. 316–322.
6. *Гегузина Г.А., Дергунова Н.В., Сахненко В.П., Фесенко Е.Г.* Расчёт системы длин ненапряженных межатомных связей для перовскитоподобных структур // Спецвыпуск «Научная мысль Кавказа» (Приложение к журналу «Изв. СКНЦ ВШ»). 2002. С. 13–23.
7. *Geguzina, G.A.* Interatomic Bond Strains — Phase Transition Temperatures Correlations for Perovskite Compounds // Integrated Ferroelectrics. 2004. Vol. 64. P. 61–68.

Поступила 19 марта 2018.

CHEMICAL BONDS FEATURES, EXISTENCE CONDITIONS FOR PEROVSKITE STRUCTURE AND FERROELECTIC STATE IN COMPLEX OXIDES

G.A. GEGUZINA

doi: 10.25210/jfop-1803-064069

Now the late Shuvaev A.T. and Fesenko E.G. developing in lifetime new compounds directed search criteria, and also creating functional materials based on them for electronics elements and devices, proposed to assess the parameters of chemical interatomic bonds in the perovskite structure oxides structures under study. They introduced three such parameters characterizing the chemical bond in the PSO: direction, ν; tension, μ, and disparity, Ω. They supposed them responsible not only for the perovskite structure itself existence, but also for the ferroelectric properties appearance in it. Take in account their developments and own calculations for ~5000 of the known and hypothetical binary and ternary oxides compositions, in this work now has constructed new correlations, first, between their magnitudes, and secondly, between these parameters, on the one hand, and the known perovskite ferroelectric and antiferroelectric phase transition temperatures on the other hand.

The direction parameter *ν* characterizes the aspiration of atoms, forming composition of the PSO, to realize directed interatomic bonds, the occurrence of which is due to the energy advantage of attaching atoms to each other along the direction of the electron density largest concentration. The more clearly identified such directions, that is, the greater the degree of anisotropy in the distribution of valence electrons, the stronger the desire to directed bonds forming.

Next, the interatomic bond tension parameter, μ, was introduced, because the atoms packing in the PSO structure is essentially different from the classical densest one. The structure «looseness» is due to strained interatomic bonds: in the majority of known PSO the bonds A-O are stretched, and B-O are compressed, although there are exceptions, in particular, in the structure of binary PSO $BaTiO_3$, $PbTiO_3$, $KNbO_3$ and several ternary PSO bonds A-O are compressed, and B-O are stretched conversely. The bonds strains increases with the increase in the discrepancy between the lengths of the unstrained bonds A-0 and B-0 by the dimensions dictated by the conditions of the closest packing in the PSO structure.

The loss of the structure stability can be attributed to the attainment of the ultimate strength of the stretched bonds and their rupture at a certain interatomic bond critical relative deformation, which can be determined from the structure existence areas, constructed using a quasielastic model of the perovskite structure. Formulas for determining the parameters μ and ν are derived. The existence of a perovskite structure under normal conditions depends on these parameters. It is established that all known perovskites are in the region limited by the directivity and strength of chemical bonds, $\mu = 1$ and $\nu = 0.6$.

The propensity of a PSO of a certain composition to the formation of a state with electrical ordering is determined by the desire of the atoms entering into its composition to the unequal directed bonds forming. The authors assumed that the value characterizing such a propensity, that is, the bonds disparity parameter, Ω, can be expressed in the first approximation by a linear combination of all the bonds in structure direction parameters. Formula for the determination of Ω had derived. The condition for the appearance of a polar state in any PSO: $\Omega > \Omega_{cr}$, where Ω_{cr} is determined from the ferroelectrics and antiferroelectrics region, constructed from known experimental data. Ferro- and antiferroelectric perovskites are there in the region, bounded by the values of the chemical bonds parameters: disparity, $\Omega > 0.1$, and tension, $\mu < 1$.

From the new correlations, constructed using μ and Ω, for PSO, a smooth dependence of the temperatures of their phase transitions on the parameter of the strength of the chemical bonds μ is revealed, which they can described by the third degree polynomial trend.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 548.3:537.226.33

НАПРЯЖЕННОСТИ МЕЖАТОМНЫХ СВЯЗЕЙ В СТРУКТУРЕ ДВОЙНЫХ ПЕРОВСКИТОВ И ТЕМПЕРАТУРЫ ИХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-070077

Гегузина Г. А.— к.ф.-м.н., с.н.с., Южный федеральный университет, Научно-исследовательский институт физики, Ростов-на-Дону. E-mail: geguzina@sfedu.ru

Аннотация
Рассмотрены сегнето-, антисегнетоэлектрические и ротационные фазовые переходы известных двойных оксидов (ABO_3) и фторидов (ABF_3) со структурой типа перовскита. Построены некоторые корреляции между значениями температур их фазовых переходов, с одной стороны, и напряжённостями межатомных связей A–X (X–O или F) в их структуре – с другой. Установлено, что природа фазовых переходов, обусловленная многими факторами состава и структуры, определяется, в том числе, и напряженностями межатомных связей A-X в их структуре.

Ключевые слова: *структура типа перовскита, соединение, двойной оксид, двойной галогенид, природа фазового перехода, сегнетоэлектрики, антисегнетоэлектрики, ротационный фазовый переход, напряженность межатомной связи*

Abstract
The ferro-, antiferroelectric and rotational phase transitions of known binary perovskite structure oxides (ABO_3) and fluorites (ABF_3) have been considered. Some correlations between their phase transition temperature values, on the one hand, and the interatomic bond A–X (X–O or F) strain values, on the other hand, have been constructed. It has been established that the known perovskite structure binary oxides and fluorites with different phase transition nature, caused of a lot of their composition and structure factors, are conditioned, among another, by the interatomic bond A-X strains in their structure.

Keywords: *perovskite type structure, binary oxide, binary fluorite, phase transition nature, ferroelectrics, antiferroelectrics, rotational phase transition, interatomic bond strain*

Памяти моего учителя, профессора Фесенко Евгения Григорьевича посвящается

Объекты исследования: твердотельные двойные оксиды (ОСП) и фториды (ФСП) со структурой перовскита, составы которых описываются общими формулами типа ABX_3, где X — атом O или F. Их интенсивно синтезировали и изучали [1–6] и изучают в течение почти 60 лет, потому что при определённых температурах, ТРТ, некоторые из этих соединений испытывают структурные фазовые переходы (ФП) различной природы: сегнето– (СЭ), антисегнетоэлектрические (АСЭ), ферро– (ФМ), антиферромагнитные (АФМ) или различного типа ротационные (Р). Некоторые ОСП испытывают несколько различных ФП при различных температурах. Особенно интересны среди них первые высокотемпературные фазовые переходы (табл. 1), при которых симметрия O_h^1 предшествующей фазы скачком понижается и, как правило, переходит в какую-либо её подгруппу.

Признанными в мире сегнетоэлектриками среди двойных ОСП являются $BaTiO_3$, $PbTiO_3$ и $KNbO_3$. Наряду с ними здесь рассматриваются и сомнительные сегнетоэлектрики: до сих пор не понятна природа ФП $SrTiO_3$ и $KTaO_3$ при весьма низких температурах, хотя имеются некоторые косвенные признаки СЭ состояния в них. Их называют «виртуальными сегнетоэлектриками». Количество известных несегнетоэлектрических (НСЭ) двойных перовскитов [2] в десятки раз больше. Кроме того, в литературе [1–3,5,6] двойные ОСП и ФСП [4], которые испытывают ротационные фазовые переходы, при которых происходят различные повороты октаэдров в их октаэдрическом каркасе.

Неоднократно делались попытки (например, см. [2,3]) связать возникновение СЭ состояния с электронной и ионной поляризуемостью атомов в составах ОСП, величинами ионных радиусов и кристаллохимическими особенностями структуры: коэффициентом упаковки, величинами толеранц-фактора t, смещениями ионов из симметричных позиций и другими. Абрахамс в [7] рассмотрел зависимости экспериментальных температур ФП, T_{PT}, и спонтанной поляризации, P_s, от величины смещения, Δz, гомеополярного атома вдоль полярного направления при температурах, намного меньших температуры фазового перехода в структурах нескольких сегнетоэлектриков с различными типами структур и с ФП типа смещения. Ему удалось предложить общие зависимости T_C и P_s от этой экспериментальной величины Δz. Тем не менее, эта величина не может быть определена a'priori и поэтому для моделирования новых гипотетических соединений практически не пригодна.

Сформулированы и другие соображения [1–4] для разных семейств соединений, которые можно было бы использовать для нахождения составов новых сегнетоэлектриков. Тем не менее, нигде не предлагалось единого фактора состава или структуры, по которому можно было бы отделить СЭ оксиды от АСЭ и/или НСЭ в их различных семействах. Не было известно параметра, например, атомной структуры, легко вычисляемого a'priori, от которого могла бы зависеть природа и величина температуры ФП на всём пространстве составов ОСП. Невозможно прогнозировать, будет ли синтезируемое соединение сегнетоэлектриком или нет и, тем более, невозможно прогнозировать, при какой температуре $T_{РТ}$ будет ФП.

Давно установлено, что высокополяризуемые атомы на местах A или B, например, Tl^{I}, Pb^{II} или Bi^{III}, так называемые p-атомы, скорее всего, могут «провоцировать» СЭ состояние соответствующих ОСП, если эти ОСП вообще будут существовать при нормальном давлении. На самом деле, количество известных двойных ОСП с этими высокополяризуемыми атомами на местах A и, тем более, на местах B, весьма ограничено, особенно, по сравнению с их аналогами [2], в составах которых на этих местах располагаются s-атомы: Ca^{II}, Sr^{II} или Ba^{II}.

Какие же элементы состава или кристаллической структуры ОСП определяют СЭ природу их ФП, и что препятствует возникновению такого ФП в более многочисленных других двойных и, тем более, в тройных перовскитах? Почему в ФСП с перовскитовой структурой вообще не наблюдается ни СЭ, ни АСЭ ФП? Почему, тем не менее, как в двойных ОСП, так и в двойных ФСП наблюдаются похожие ротационные ФП? Чем в этом смысле отличаются или схожи эти соединения?

Таблица 1. *Температуры сегнето- (СЭ) и антисегнетоэлектрических (АСЭ) ФП, а также ротационных (Р) ФП из кубической фазы* (000) *вследствие конденсации параметра порядка* φ *(мода* R_{25}*) и* ψ *(мода* M_3*) ОСП и ФСП и их температуры* $T_{РТ}$*;* $X = O$ *или* F

Тип ФП, состав, напряженности связей $(\delta_{A-X} / \delta_{B-X})$ и $T_{РТ}$			**Р:** $T_{РТ}$ и фаза	
СЭ[1)] и *СЭ[2)]	**АСЭ** и *АСЭ	**Р**	T_1, К	G1
ОСП				
$KNbO_3$ (–0.2/0.0) $T_{РТ}$ **= 708 К**	**$NaNbO_3$ (15/–2.5)** $T_{РТ}$ **= 630 К**	**$NaNbO_3$ (15/–2.5)**	**914**	00ψ
*$KTaO_3$ (0.2/–0) $T_{РТ}$ = 13 К	**$CdTiO_3$ (9.1/–4.0)** $T_{РТ}$ **= 1223 К**	**$NaTaO_3$ (15.4/–2.6)**	**903**	00ψ
*$SrTiO_3$ (1.4/–0.7) $T_{РТ}$ = 10 К	*$CdSnO_3$ (12.6/–5.3) $T_{РТ}$ = 1073 К	**$CaTiO_3$ (6.2/–2.8)**	**1533**	$\varphi\varphi\psi$
$PbTiO_3$ (–1.0/0.5) $T_{РТ}$ **= 763 К**	*CdHfO3 (13.8/–5.7) $T_{РТ}$ = 1050 К	**$SrZrO_3$ (6.2/–2.8)**	**1440**	00φ
$BaTiO_3$ (–2.8/1.5) $T_{РТ}$ **= 403 К**	*$PbSnO_3$ (2.0/–1.0) $T_{РТ}$ = 400 К	**$SmAlO_3$ (–0.3/0.3)**	**2100**	$\varphi\varphi\varphi$
—	*$PbHfO_3$ (3.0/–1.4) $T_{РТ}$ = 490 К	**$PrAlO_3$ (–0.8/0.9)**	**1320**	$\varphi\varphi\varphi$
—	**$PbZrO_3$ (3.6/–1.6)** $T_{РТ}$ **= 505 К**	**$LaAlO_3$ (–1.4/1.4)**	**770**	$\varphi\varphi\varphi$
ФСП				
—	—	**$NaMgF_3$ (13.1/–5.4)**	**1170**	$\varphi\psi\varphi$
—	—	**$KMnF_3$ (7.0/–3.3)**	**185**	00φ
—	—	**$KCdF_3$ (11.6/–4.8)**	**488**	00ψ
—	—	**$KCaF_3$ (13.1/–5.6)**	**560**	$0\varphi\psi$
—	—	**$TlCdF_3$ (7.7/–3.5)**	**191**	00φ
—	—	**$RbCdF_3$ (7.7/–3.5)**	**124**	00φ
—	—	**$RbCaF_3$ (9.4/–4.1)**	**198**	00φ

1) полужирным шрифтом выделены формулы двойных оксидов и фторидов, величины напряженностей межатомных связей в них, сокращённые названия установленной природы их фазовых переходов и величины их температур,
2) обычным шрифтом написаны формулы двойных оксидов и фторидов, величины напряженностей межатомных связей в них, сокращённые названия предполагаемой природы их фазовых переходов и величины их температур, что отмечено также и знаком «*» около этих величин

От чего же зависят и как изменяются величины $T_{РТ}$ ФП определённой природы от соединения к соединению? Можно ли найти такую общую структурную характеристику, по которой можно разделить все ФП известных ОСП и ФСП различной природы? Возникают и другие вопросы, дать ответы на некоторые из них и есть цель этой работы. Задача сообщения — найти некоторую структурную характеристику, влияющую каким-то образом на величины температур рассматриваемых ФП и построить корреляции между нею и величинами $T_{РТ}$.

Для нахождения ответов на поставленные вопросы мы применили квазиупругую модель структуры типа перовскита, предложенную профессором Сахненко В. П. с соавторами [8–12], которая позволяет теоретически рассчитывать псевдокубический параметр приведённой перовскитовой ячейки двойного ОСП или ФСП $\overline{a}_{calc} = \sqrt[3]{V_{яч}}$ с точностью не хуже 1%. Длины межатомных связей $L_{AO} = \overline{a}_p / \sqrt{2}$ или $L_{AF} = \overline{a}_p / \sqrt{2}$, где $\overline{a}_{calc}$ для двойных ОСП и ФСП, которые определяются по приведённым ниже формулам из этих работ, в которые входят величины так называемых длин ненапряженных межатомных связей, обозначим их как L^0_{AO} или L^0_{AF} и в самом общем виде как L^0_{AX} Они представляют собой длины межатомных связей *A*–O или *A*–F в гипотетических перовскитных структурах, где на соответствующих местах имеются только атомы *A* или только *B*, а другие атомы отсутствуют, и, следовательно, не могут вызвать напряжённость этих «свободных» межатомных связей.

Величины L^0_{AO} и L^0_{AF} как константы для межатомных связей *A*–O или *A*–F, с атомами *A* различных валентностей, определены из совокупности экспериментальных параметров около 1000 известных двойных и тройных ОСП и десятков ФСП [12] по формулам для параметров ячейки и составляют две системы — для ОСП [11] и ФСП [12]. Величины L^0_{AO} (L^0_{AF}) и L^0_{BO} (L^0_{BF}) в общем случае отличаются от величин напряжённых длин межатомных связей в любом конкретном реальном соединении: L_{AO} (L_{AF}) и L_{BO} (L_{BF}), которые и напряжены, то есть или сжаты, или растянуты, по сравнению с ненапряжёнными.

Таблица 2. *Интервалы расчетных значений* $(\delta_{AX})_{calc}$ *и* $(\delta_{BX})_{calc}$ *для двойных ОСП и ФСП испытывающих ФП: сегнето-* (*СЭ*), *включая виртуальные сегнетоэлектрики; антисегнетоэлектрические* (*АСЭ*) *и ротационные* (*P*) *φ- и ψ- типов и интервалы их экспериментальных температур* $(T_{РТ})_{exp}$

Тип ФП	Интервалы $(\delta_{AO})_{calc}$ или $(\delta_{AF})_{calc}$ в% и температур ФП $(T_{РТ})_{exp}$ в К		Интервалы $(\delta_{BO})_p$ или $(\delta_{BF})_p$ в % и температур ФП $(T_{РТ})_{exp}$ в К	
	от	до	от	до
Сегнето- и антисегнетоэлектрические ФП в **ОСП**				
СЭ	$\delta_{AO} = -2.8$; $T_{РТ} = 393$	$\delta_{AO} = -0.2$; $T_{РТ}=763$	$\delta_{BO} = 0.0$; $T_{РТ}=763$	$\delta_{BO} = 1.5$; $T_{РТ}=393$
виртуальные СЭ	$\delta_{AO} = 0.4$; $T_{РТ} = 13$	$\delta_{AO} = 1.4$; $T_{РТ}= 10$	$\delta_{BO} = -0.7$; $T_{РТ}= 10$	$\delta_{BO} = -0.0$; $T_{РТ}= 13$
АСЭ	$\delta_{AO} = 1.8$; $T_{РТ} = 400$	$\delta_{AO} = 15.0$; $T_{РТ} = 638$	$\delta_{BO} = -5.7$; $T_{РТ} = 1070$	$\delta_{BO} = -1.0$; $T_{РТ} = 00$
Ротационные ФП φ- и ψ-типов в **ОСП**				
РФП **φ**-типа	$\delta_{AO} = -1.6$; $T_{РТ} = 700$	$\delta_{AO} = 6.2$; $T_{РТ} = 1440$	$\delta_{BO} = -2.8$; $T_{РТ} = 1440$	$\delta_{BO} = 1.4$; $T_{РТ} = 700$
РФП **ψ**-типа	$\delta_{AO} = 6.2$; $T_{РТ} = 1533$	$\delta_{AO} = 15.4$; $T_{РТ} = 914$	$\delta_{BO} = -2.8$; $T_{РТ} = 914$	$\delta_{BO} = -2.5$; $T_{РТ} = 1533$
Ротационные ФП φ- и ψ–типа в **ФСП**				
РФП **φ**-типа	$\delta_{AF} = 7.7$; $T_{РТ} = 124$	$\delta_{AF} = 9.4$; $T_{РТ} = 198$	$\delta_{BF} = -4.1$; $T_{РТ} = 198$	$\delta_{BF} = -3.3$; $T_{РТ} = 124$
РФП **ψ**-типа	$\delta_{AF} = 11.6$; $T_{РТ} = 488$	$\delta_{AF} = 13.1$; $T_{РТ} = 560$	$\delta_{BF} = -5.6$; $T_{РТ} = 560$	$\delta_{BF} = -4.8$; $T_{РТ} = 488$

Относительные различия между напряженными L_{AX} или L_{BX} и ненапряжёнными L^0_{AX} или L^0_{BX}, соответственно, мы и называем напряженностями межатомных связей, обозначаемыми как δ_{AX} или δ_{BX}, вызванными присутствием в сложном составе ОСП других атомов

$$\delta_{AO} = (L_{AO} - L^0_{AO}) / L^0_{AO} \text{ и } \delta_{BO} = (L_{BO} - L^0_{BO}) / L^0_{BO}. \quad (1)$$

и ФСП

$$\delta_{AF} = (\ L_{AF} - L^0_{AF}\ ) / L^0_{AF} \text{ и } \delta_{BF} = (\ L_{BF} - L^0_{BF}\ ) / L^0_{BF}. \quad (2)$$

где $L_{AO}\left(L_{AF}\right) = \bar{a}_{calc} / \sqrt{2}$, а расчётный средний параметр перовскитовой ячейки $\bar{a}_{calc}$, который для двойных ОСП в квазиупругой модели [8–11] структуры ОСП рассчитывается по следующей формуле

$$\bar{a}_{calc} = \frac{\sqrt{2} n_A L^0_{AO} + 2 n_B L^0_{BO}}{n_A + n_B}, \quad (3)$$

где n_A и n_B — валентности атомов A и B, соответственно. По подобной формуле [12] рассчитывается и параметр $\bar{a}_{calc}$ ФСП

$$\bar{a}_{calc} = \frac{\sqrt{2} n_A L^0_{AF} + 2 n_B L^0_{BF}}{n_A + n_B}. \quad (4)$$

В структурах большинства двойных ОСП, как и в структурах ФСП, связи A–O или A–F растянуты (δ_{AO} >0 или δ_{AF} >0), а связи B–O или B–F сжаты (δ_B <0 или δ_{BF} <0), по сравнению с плотнейшей упаковкой атомов. Тем не менее, несколько ОСП, среди которых имеются знаменитые сегнетоэлектрики $KNbO_3$, $PbTiO_3$ и $BaTiO_3$, наоборот, имеют сжатые межатомные связи A–O и, напротив, хотя и немного, но растянутые связи B–O (см. табл. 1).

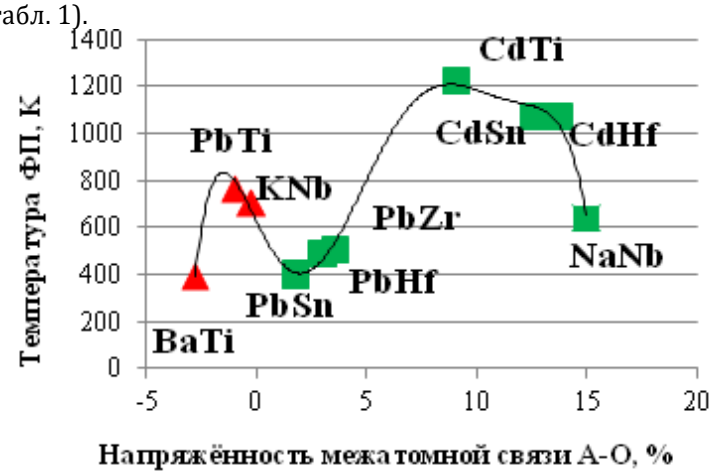


Рис. 1. *Корреляция между T_{PT} СЭ (красные треугольники) и АСЭ (зелёные квадраты) ФП и δ_{AO} для ОСП с линией полиномиального тренда степени 6.*

По расчётным величинам δ_{AO} и δ_{BO} приведены (табл. 2) интервалы изменения расчётных δ_{AO} или δ_{AF} и интервалы экспериментальных температур соответствующих ФП различной природы для ОСП и ФСП, которые довольно чётко отделены друг от друга по значениям δ_{AO} в случае СЭ и АСЭ ФП (рис. 1), причём, если на обобщённой диаграмме линия полиномиального тренда степени 6 наиболее точно описывает эту зависимость, то для АСЭ отдельно достаточно было бы и степени 3 (рис. 2). Тем не менее, видно, что тренд степени 6 точнее описывает эту зависимость для АСЭ ФП и даже ещё лучше, чем на рис. 1.

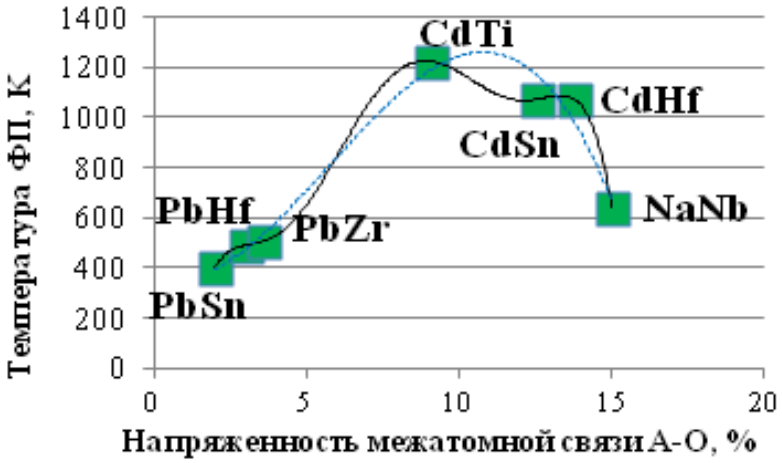


Рис. 2. *Корреляции между T_{PT} АСЭ ФП (зелёные квадраты) и δ_{AO} для ОСП; линии полиномиального тренда степени 3 (пунктирная) и 6 (сплошная линия).*

Разделились между собой и ротационные ФП φ-типа для ОСП (рис. 3) и для ФСП (рис. 4). Чтобы описать зависимость T_{PT} ротационного ФП φ-типа ОСП как функцию от δ_{AO}, подходит полиномиальный тренд степени 2. Ротационные ФП φ-типа происходят у ОСП при температурах в интервале $T_{PT} = 700\ldots2100$ К с максимальным значением у реального $SmAlO_3$. Максимум автоматически построенной программой зависимости $T_{PT} = f(\delta_{AO})$ смещается к более высоким температурам, выше точек плавления для подобных веществ, как бы образуя «прозрачный» (без представителей) купол (см. рис. 3) по значениям δ_{AO} ближе к подобной зависимости температур СЭ ФП, начиная от температуры $LaAlO_3$ с $T_{PT} = 770$ К, близкой к максимальной для сегнетоэлектриков $PbTiO_3$ — $T_{PT} = 763$ К. Для ФСП ротационные ФП φ-типа происходят в сравнительно узком температурном интервале $T_{PT} = 124\ldots198$ К (рис. 4) с максимальным значением у $RbCaF_3$ и в сравнительно узком интервале по δ_{AO} (см. табл. 2), что показано на объединенной диаграмме для ОСП и ФСП.

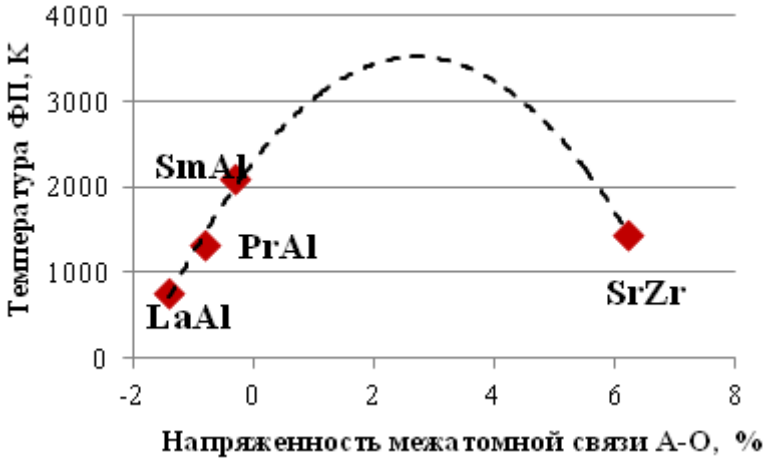


Рис. 3. *Корреляция между T_{PT} ротационных ФП φ-типа и напряжённостями связей A-O для ОСП с полиномиальным трендом степени 2.*

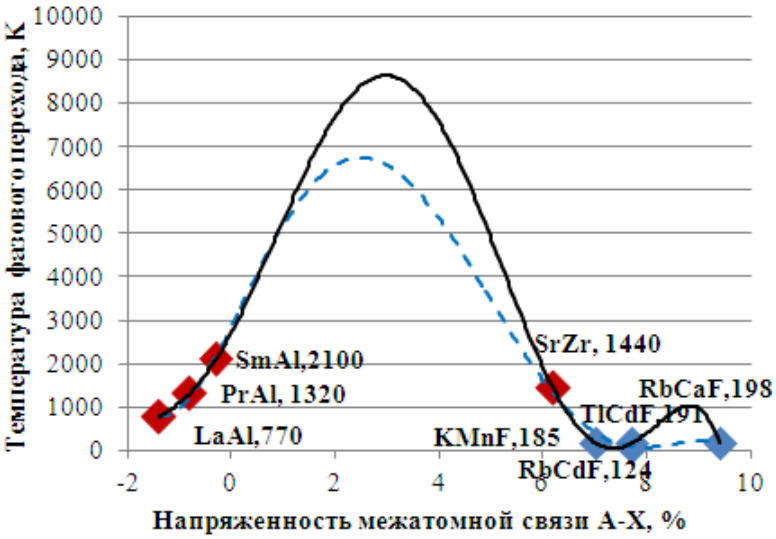


Рис. 4. *Корреляции между T_{PT} Р ФП φ-типа (красные ромбы для ОСП и синие — для ФСП) и напряжённостями δ_{AX} (X =O или F)с линиями полиномиального тренда степени 5 (синяя пунктирная линия) и степени 6 (сплошная чёрная линия).*

Из рассмотрения этих диаграмм (см. рис. 3 и 4) получается, что полиномиальный тренд как степени 5, так степени 6 описывают эту зависимость не плохо. Тем не менее, при этом виртуальный максимум смещается в область, ещё более высоких температур. Однако, если в эту диаграмму (см. рис. 4) добавить ещё и температуры ТРТ ротационных ФП ψ-типа, то этот виртуальный максимум сильно понизится (рис. 5). Это стоило сделать, потому что ФП этого типа наблюдаются довольно редко как среди ОСП, так и среди ФСП, но они достаточно хорошо разделяются по значениям δ_{AX}, но по всему получается так, что зависимости и величины их температур как-то взаимосвязаны.

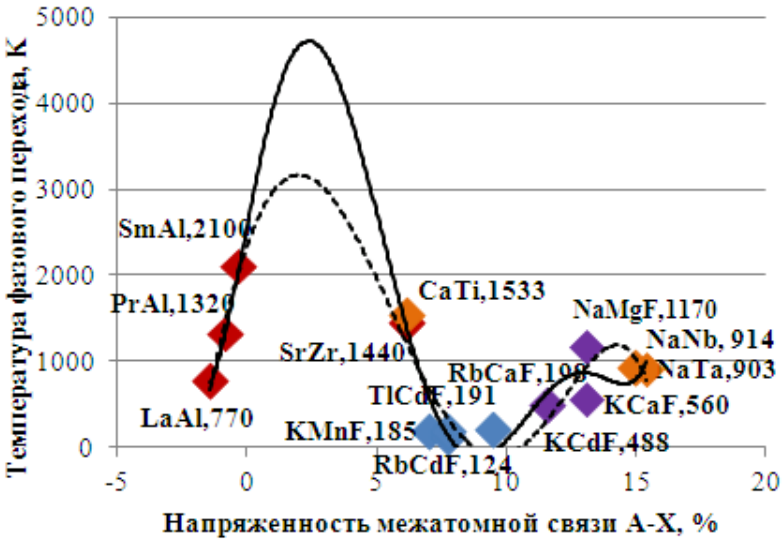


Рис. 5. *Общие корреляции между ТРТ Р ФП φ-типа (красные ромбы для ОСП и синие — для ФСП), а также ψ-типа(фиолетовые ромбы для ФСП и оранжевые ромбы для ОСП), с одной стороны, и напряжённостями δАО в них: линии полиномиального тренда степени* 5 (*пунктирная линия*) *и степени* 6 (*сплошная линия*).

По мере увеличения δ_{AX} выше 10% Р ФП ψ-типа начинаются после ФСП, у которых Р ФП φ-типа заканчиваются до этого, а именно, на $\delta_{AO} = 9.4$ % в точке $RbCaF_3$, в которой T_{PT}, хоть и не на много, но увеличивается. Как видим, и ротационные фазовые переходы φ- и ψ- типов также благополучно разделяются между собой как для ОСП, так и для ФСП.

Таким образом, нашёлся такой параметр структуры — напряжённость в общем случае растянутой (а иногда и сжатой) межатомной связи *A*-X в структуре перовскита: δ_{AO} для ОСП, и δ_{AF} — для ФСП, которые позволили разделить довольно чётко ФП различной природы для них. Тем более, здесь наглядно не только показано, что экспериментально определённые в различных лабораториях мира и зафиксированные в признанных монографиях и справочниках [1–6] температуры ФП различной природы зависят от этой величины, но и достаточно сложно. Тем не менее, можно предположить их вид.

По величинам δ_{AO} или δ_{AF} удалось разделить первые ФП различной природы из кубической фазы между собой как для ОСП так и для ФСП. Создаётся впечатление, что величины температур ФП различной природы на соответствующих участках δ_{AX} изменяются по одному сценарию: с увеличением напряженности межатомной связи *A*-O или *A*-F до некоторой степени температура ФП T_{PT} возрастает до определённого максимума, после чего уменьшается.

Здесь речь шла только о первых высокотемпературных фазовых переходах различной природы для исследуемых объектов, кроме ФП $NaNbO_3$, у которого здесь рассматриваются два ФП различной природы (см. табл. 1): ротационный ФП ψ-типа и следующий — антисегнетоэлектический. Впрочем, у $NaNbO_3$ насчитывают по разным источникам до 7 различных ФП, и все их рассмотреть в этой работе не представляется возможным. На вопрос, почему у ФСП не наблюдаются СЭ ФП, автор ответила [13] с использованием значений дипольных поляризуемостей катионов A и B в их составах.

Когда связь *A*-O сильно сжата, как, например, у $BaTiO_3$ ($\delta_{AO} = -2.8$), связь *B*-O сравнительно немного, но растянута, что, вообще говоря, не характерно для этой связи в структуре ОСП. Именно, поэтому, когда открыли сегнетоэлектрик $BaTiO_3$, «растянутость» связи Ti-O в нём считали [3] причиной его СЭ состояния, что отличало его не только от несегнетоэлектрических ОСП, но и от других сегнетоэлектриков со структурой перовскита. Говорили [1–4] о некоторой «свободе» для атома Ti, которая определяет природу его ФП. Тем не менее, при уменьшении растянутости связей *B*-O от $BaTiO_3$ к $PbTiO_3$ (см. рис. 1) и более того, при уменьшении сжатости связи *A*-O температура его СЭ ФП и даже величина спонтанной поляризации, P_s — одной из главных характеристик СЭ состояния оказалась выше, чем у $BaTiO_3$.

Создается такое впечатление, что причиной СЭ состояния является как раз сжатие связи *A*-O, как у $PbTiO_3$ или $KNbO_3$ с более высокими, чем у $BaTiO_3$, температурами СЭ ФП, а не растянутость связи *B*-O, как считали по поводу $BaTiO_3$. Тем более увеличение в дальнейшем растянутости межатомной связи *A*-O приводит к отсутствию сегнетоэлектричества уже в $SrTiO_3$ и в $KTaO_3$ со сравнительно небольшими растяжениями межатомных связей и далее, начиная с растянутости в 2% приводит к АСЭ ФП в $PbSnO_3$, $PbHfO_3$, $PbZrO_3$ и т.д. (см. рис. 1 и 2).

При некоторой напряженности растяжения связи А-О её упругость переходит определённый предел, после которого температура АСЭ ФП резко падает. Показанное разделение типов ФП интересно тем, что оно может осуществляться и для тройных ОСП, а также для представителей других перовскитоподобных семейств, но их рассмотрение должно быть предметом отдельных работ.

Поскольку значения δ_{AO} и δ_{AF}, весьма чувствительные к любому изменению состава соединений и их твёрдых растворов, могут быть рассчитаны a'priori, построенные корреляции могут быть использованы при моделировании и направленном поиске [14] новых соединений или их твёрдых растворов с ФП определённой природы и специальными свойствами, а, следовательно, основ новых функциональных материалов.

Хочется закончить сообщение пророческими словами профессора Фесенко Е. Г., высказанными им в монографии [2]: «Исследование закономерностей и связей в значительной мере облегчается простотой структурного типа перовскита, поэтому можно ожидать, что они будут успешными и составят уже в ближайшее время важный этап в развитии физики твёрдого тела и кристаллохимии. Это позволит не только объяснить физические свойства ОСП и решить проблему расчётного конструирования и создания на основе ОСП новых высокоэффективных материалов, но и сделать важные обобщения, выходящие далеко за пределы семейства в безбрежное «море» ионно-ковалентных кристаллов».

Результаты частично получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России: проекты №№ 3.6371.2017/8.9 и 3.6439.2017/8.9.

Список литературы

1. *Гегузина Г. А.* Общие взаимосвязи «состав-структура-свойства» для кислородно-октаэдрических семейств // Физические основы приборостроения. 2018. Т. 7. № 2(28). С. 61–70. DOI: 10.25210/jfop-1802–061070
2. *Фесенко Е. Г.* Семейство перовскита и сегнетоэлектричество. М.: Атомиздат, 1972. 248 с.
3. *Смоленский Г. А., Боков В. А., Исупов В. А., Крайник Н. Н., Пасынков Р. Е., Соколов А. П., Юшин Н. К.* Физика сегнетоэлектрических явлений. Л.: «Наука», Ленинградское отделение, 1985. 396 с.
4. *Александров К. С., Анистратов А. Т., Безносиков Б. В., Федосеева Н. В.* Фазовые переходы в кристаллах галоидных соединений ABX3. Новосибирск: «Наука», Сиб. отд., 1981. 264 с.
5. *Landolt-Börnstein*. Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology. New Series. Ed. by K.H. Helewege. Group III. Vol. 3. Crystal and Solid State Physics. Mitsui Toshio et al. Ferro- and Antiferroelectric Substances. Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 1969.
6. *Landolt-Börnstein*. Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology. New Series. Ed. by K.H. Helewege. Group III. Vol. 4a. Crystal and Solid State Physics. Gudenough J. B., Longo J. M. Crystallographic and Magnetic Properties of Perovskites and Perovskite-related Compounds. New York: Springer, 1969.
7. *Abrahams, S.C., Kurtz, S.K., and Jamieson, P.D.* Atomic Displacement Relationship to Curie Temperature and Spontaneous Polarization in Displacive Ferroelectrics // Phys. Rev. 1968. Vol. 172. No. 2. P. 551–553.
8. *Сахненко В. П., Фесенко Е. Г., Шуваев А. Т., Шуваева Е. Т., Гегузина Г. А.* Межатомные расстояния в сложных оксидах со структурой перовскита // Кристаллография. 1972. Т. 17. № 2. С. 316–322.
9. *Гегузина Г. А., Сахненко В. П.* Соотношение между параметрами решетки кристаллов со структурой перовскита // Кристаллография. 2004. Т. 49. № 1. С. 20–24.
10. *Гегузина Г. А., Сахненко В. П., Фесенко Е. Г., Дергунова Н. В., Зайцев С. М.*. Деп. в ВИНИТИ рук. № 3049–76 (09.08.1976). РГУ, Ростов-на-Дону, 1976.
11. *Гегузина Г. А., Дергунова Н. В., Сахненко В. П., Фесенко Е. Г.*. Расчёт системы длин ненапряженных межатомных связей для перовскитоподобных структур // Спецвыпуск «Научная мысль Кавказа» (Приложение к журн. «Изв. СКНЦ ВШ»). 2002. С. 13–19.
12. *Дергунова Н. В., Сахненко В. П., Фесенко Е. Г.* Энергетическая кристаллохимия фторперовскитов и твёрдых растворов на их основе // Спецвыпуск «Научная мысль Кавказа» (Приложение к журн. «Изв. СКНЦ ВШ»). 2002. С. 40–48.
13. *Geguzina, G.A.* Interatomic Bond Strains — Phase Transition Temperatures Correlations for Perovskite Compounds // Integrated Ferroelectrics. 2004. Vol. 64. P. 61–68.
14. *Гегузина Г. А., Чернер Я. Е.* Алгоритм направленного поиска соединений заданного химического состава с определенным типом структуры // Известия АН СССР. Неорганические материалы. 1991. Т. 27. № 9. С. 1881–1886.

Поступила 19 марта 2018.

INTERATOMIC BOND STRAINS IN BINARY PEROVSKITES STRUCTURE AND THEIR PHASE TRANSITION TEMPERATURES

G.A. GEGUZINA

doi: 10.25210/jfop-1803-070077

Solid state ordered binary perovskite structure oxides (PSO) and fluorites (PSF) which compositions are described by the general ABX_3 formula, where *X*-O or F atom, have been intensively synthesized and studied for more than 60 years because some of them undergo structural phase transitions (PT) of different nature at appointed temperatures. Those are ferroelectric (FE) phase transitions (PT), at which polar phases appear in the substance; antiferroelectric (AFE), at which antipolar phases appear as well as φ- and ψ- type rotational nonferroelectric ones at which different transformations of the octahedral frame of crystal lattice have places. As effect of the structural PT symmetry O_h^1 of preceding phase reduces abruptly into a lower symmetry and, as rule, transforms to any of its subgroups. Ferroelectrics and their solid solutions are basic of the active functional materials for electronics, and their PTs temperatures values play an important role. In this connection, understanding why a compound is ferro- or antiferroelectric or undergoes rotational phase transitions and what its temperature can depend on is of great theoretical interest as well as has practical implications for directed research into new compounds and materials with the certain structure and properties.

Is there a common feature for the binary PSO and PSF structure that can determine their PT nature and their temperatures values? Such a feature is necessary to classify their phase transitions. The theory of ferroelectricity tries different concepts, values or parameters for this role. They are used to construct some qualitative and quantitative correlations between the PT nature and temperature values, on the one hand, and these parameters, on the other hand. Some of them can be determined only experimentally, others both experimentally and calculated a'priori. Why are ferroelectric and antiferroelectric phase transitions not observed in the PSF, while there are no symmetric constraints for this? Can polar or antipolar phases appear for those compounds? Why do similar rotational phase transitions take place in both the PSO and the PSF?

The aim of this work is to answer the above and other questions using the proposed strains of the interatomic bonds *A*-O, δ_{AO}, or *A*-F, δ_{AF}, calculated using the perovskite structure quasi-elastic model proposed by Sakhnenko V. P. in 1972 and to construct some correlations between these quantities, on the one hand, and corresponding PT temperatures, on the other hand.

Several such correlations on the diagrams (δ_{AO}, T_{PT}) or (δ_{AF}, T_{PT}) are constructed to determine how the nature of the observed PT in these compounds can be connected with these interatomic bond strains. Taking into account the fairly clear separation of phase transitions in terms of δ_{AO} and δ_{AF} quantities it is established that, firstly, in the binary ferroelectrics the interatomic A-0 bonds are compressed (δ_{AO}<0). Secondly, in comparison with them, in virtual ferroelectrics $KTaO_3$ and $SrTiO_3$ the interatomic A-O bonds are already slightly stretched (δ_{AO}>0). They are more extended for antiferroelectrics, starting from $PbSnO_3$ and ending with $NaNbO_3$, which has the most stretched the interatomic bonds *A*-O (δ_{NaO} = 15%) among antiferroelectric PSO.

Third, in the PSF the interatomic *A*-F bonds are stretched much stronger, and the B-F bonds are more compressed than in ferroelectric PSO. Fourthly, for each δ_{AO} or δ_{AF} values individual section of certain PT nature there is a maximum T_{PT}: in the ferroelectric PSO δ_{AO} section at the point $PbTiO_3$ equal to 763 K; in the antiferroelectric PSO δ_{AO} section at the point $CdTiO_3$ equal to 1223 K. Rotational phase transitions are more complicated: with increasing δ_{AO} and/or δ_{AF}, the φ-type rotational PTs temperatures increase almost vertically and after a certain interval of δ_{AO} values drop, forming a kind of «transparent» dome in the temperature range, certainly above the melting point, in part over the dependence $T_{PT} = f(\delta_{AO})$ for FE PT and capturing the beginning of the PSO AFE PT section. The rotational ψ-type PTs temperatures are located in the antiferroelectric PT section and are terminated on the same $NaNbO_3$. Constructed dependencies are easily approximated by polynomial trends of the fifth or sixth degree.

Since the δ_{AO} and δ_{AF} values, which are very sensitive to any change in the compound and their solid solution compositions, can be a'priori calculated, the constructed here correlations can be used in modeling and the directed search for new compounds or their solid solutions with certain PT nature and special properties, hence, the new functional materials basics.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 621.396.4

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ В ИЗМЕРИТЕЛЯХ ТИПА ДИСКРИМИНАТОР

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-078085

Машарова О. А. — аспирант, Воронежский государственный университет. E-mail: masharova.ol@yandex.ru
Радченко Ю. С. — д.ф.- м.н., проф., Воронежский государственный университет, Воронеж.
E-mail: ysradchenko@yandex.ru

Аннотация
Рассматривается задача измерения неэнергетических параметров сигналов на фоне шума с помощью дискриминаторов. Предложены устойчивые М-оценки параметров, полученные нелинейным преобразованием сигнала рассогласования на выходе дискриминатора. Исследовано несколько нелинейных оценочных функций, подавляющих «тяжелые хвосты» негауссовского распределения сигнала рассогласования. Теоретически и методами статистического моделирования получены распределения устойчивых М-оценок параметров, а также их первые моменты. На основе статистического анализа сделан выбор наиболее предпочтительного алгоритма устойчивой оценки.

Ключевые слова: *оценка параметра сигнала, дискриминаторы, негауссовское распределение статистики, «тяжелые хвосты распределения», устойчивые М–оценки, нелинейные оценочные функции, статистическое моделирование*

Abstract
This paper considers the problem of measuring non-energy parameters of signals against noise by using discriminators. Steady M-estimates of parameters obtained by using nonlinear transformation of converted deviation on the exit of discriminator are offered. Several nonlinear estimating functions which suppress «heavy tails» of non- Gaussian distribution of converted deviation were analyzed. By using theoretical methods and statistical modeling, distributions of steady M-estimates, and their first moments were obtained. The most preferable algorithm of steady estimation based on analysis of statistical modeling was selected.

Keywords: *estimation of signal parameters, discriminators, non-Gaussian distribution of statistics, «heavy tails of distribution», steady M–estimates, nonlinear estimated functions, statistical modeling*

Введение

Оценка параметров сигналов в технических системах осуществляется во многих случаях с помощью дискриминаторов. При помощи дискриминаторов осуществляется квазиоптимальная реализация алгоритма максимального правдоподобия [1–3]. При статистическом анализе дискриминаторов предполагается асимптотически нормальный закон распределения для сигнала рассогласования по параметру при наличии шумов [1,2].

Однако для дискриминаторов, реализующих алгоритм обработки в виде отношения двух случайных статистик (ньютоновский алгоритм, конечно-разностные алгоритмы, алгоритмы с АРУ) теоретически и путем математического моделирования показано, что распределение сигнала рассогласования при конечных отношениях сигнал/шум (ОСШ) существенно негауссовское [3]. Плотность вероятности оценки имеет «тяжелые хвосты», приводящие к бесконечным моментам [3]. То есть оценка при конечных ОСШ является несостоятельной.

Проблема оценки параметров при «тяжелых хвостах» является предметом теории робастных или устойчивых алгоритмов [4–8]. Были предложены различные оценочные функции, подавляющие длинные хвосты распределений [4,6,8]. В теории робастных алгоритмов распределение выборки является смесью «хорошего» распределения с конечными моментами (как правило, нормального) и «засоряющего» с длинными хвостами, обусловленными аномальными ошибками иной физической природы, чем «хороший» массив данных. Но, как показано в [3], оценка на выходе дискриминатора не является засоренной аномальными ошибками. «Тяжелые хвосты» распределения определяются самими статистическими свойствами оценки с помощью дискриминатора.

Тем не менее, можно использовать модифицированные оценки, подвергая статистику на выходе дискриминатора некоторому нелинейному преобразованию, подавляющему большие значения этой статистики. В данной работе для таких преобразований использован ряд функций, применяемых при синтезе робастных алгоритмов: Тьюки, Хьюбера, Хампеля, экспоненциального взвешивания (Мешалкина). Для модифицированных оценок в работе найдены теоретические и экспериментальные плотности вероятности и первые моменты распределений. По аналогии с работами [4,6–8] будем их называть робастными, или модифицированными М-оценками.

1. Дискриминационные алгоритмы

Пусть наблюдается смесь полезного сигнала $s(t,l_0)$ и аддитивного белого гауссовского шума $n(t)$ со спектральной плотностью $N_0/2$

$$\xi(t)=s(t,l_0)+n(t).$$

Здесь l_0 — неэнергетический параметр сигнала. В таком случае логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОП) имеет вид

$$M(l)=(2/N_0)\int_0^T \xi(t)\,s(t,l)\,dt.$$

Выделим у ЛФОП $M(l)$ детерминированную и флуктуационную компоненты

$$M(l)=(2/N_0)\left(\int_0^T s(t,l_0)s(t,l)dt+\int_0^T n(t)s(t,l)dt\right)=q^2S\left(l-l_0\right)+qN(l). \quad (1)$$

Здесь $S(l-l_0)$ — нормированная сигнальная функция, $\left|S(l-l_0)\right|\le 1$, $S(0)=1$, $N(l)$ — нормированная гауссовская случайная функция с параметрами $<N(l)>=0$, $<N^2(l)>=1$, $<N(l_1)N(l_2)>=S(l_1-l_2)$. $q^2=2E_S/N_0$ — энергетическое отношение сигнал/шум (ОСШ). Если обозначить интервал корреляции $M(l)$ как τ_l, то можно записать $S(l-l_0)\equiv S\left((l-l_0)/\tau_l\right)=S(\theta)$, $S(l_1-l_2)\equiv S\left((l_1-l_2)/\tau_l\right)=S(\theta_1-\theta_2)$, $\left(l-l_0\right)/\tau_l=\theta$, $\left(l_f-l_0\right)/\tau_l=\theta_f$, $\Delta/\tau_l=\delta$, $\lambda_m=(l_m-l_f)/\tau_l$. Здесь l_m — оценка максимального правдоподобия, l_f — параметр опорного сигнала приемника, Δ - расстройка по параметру l каналов дискриминатора. В этих обозначениях истинное значение параметра сигнала l_0 соответствует значению нормированного параметра $\theta_0=0$, а параметр l_f значению θ_f. Переобозначим $M(l)/q\to M(l)$. Соответственно ЛФОП (1) можно записать как $M(\theta)=qS(\theta)+N(\theta)$. Согласно определению, ОМП находится из соотношения $M(\theta_m)=\max\limits_{\theta}M(\theta)$. В дискриминаторе реализуются приближенные методы нахождения ОМП. Рассмотрим типичные дискриминационные алгоритмы, приближенно вычисляющие ОМП

I. Одношаговый алгоритм Ньютона («оптимальный дискриминатор»)

$$\lambda_m(\theta_f)=\frac{M'(\theta_f)}{M''(\theta_f)}=\frac{qS'(\theta_f)+N'(\theta_f)}{qS''(\theta_f)+N''(\theta_f)}. \quad (2)$$

II. Конечно-разностный дискриминатор

$$\lambda_m(\theta_f,\delta)=\frac{M(\theta_f+\delta)-M(\theta_f-\delta)}{M(\theta_f+\delta)-2M(\theta_f)+M(\theta_f-\delta)}=$$

$$=\frac{q\left[S(\theta_f+\delta)-S(\theta_f-\delta)\right]+\left[N(\theta_f+\delta)-N(\theta_f-\delta)\right]}{q\left[S(\theta_f+\delta)-2S(\theta_f)+S(\theta_f-\delta)\right]+\left[N(\theta_f+\delta)-2N(\theta_f)+N(\theta_f-\delta)\right]}. \quad (3)$$

III. Суммарно-разностный дискриминатор

$$\lambda_m(\theta_f,\delta)=\frac{M(\theta_f+\delta)-M(\theta_f-\delta)}{M(\theta_f+\delta)+M(\theta_f-\delta)}=\frac{q\left[S(\theta_f+\delta)-S(\theta_f-\delta)\right]+\left[N(\theta_f+\delta)-N(\theta_f-\delta)\right]}{q\left[S(\theta_f+\delta)+S(\theta_f-\delta)\right]+\left[N(\theta_f+\delta)+N(\theta_f-\delta)\right]}. \quad (4)$$

IV. Дискриминатор с АРУ

$$\lambda_m(\theta_f,\delta)=\frac{M(\theta_f+\delta)-M(\theta_f-\delta)}{M(\theta_f)}=\frac{q\left[S(\theta_f+\delta)-S(\theta_f-\delta)\right]+\left[N(\theta_f+\delta)-N(\theta_f-\delta)\right]}{q\left[S(\theta_f)\right]+\left[N(\theta_f)\right]}. \quad (5)$$

Алгоритмы (3)–(5) не требуют дифференцируемости ЛФОП. При $q\to\infty$ шумовая компонента ЛФОП стремится к нулю, и получается детерминированная дискриминационная характеристика $\lambda_0(\theta_f)=\lambda_m(\theta_f)|_{N(\theta)=0}$. Как следует из формул (2)-(5) дискриминационная статистика λ_m представляется в виде

$$\lambda_m=\xi_1/\xi_2=\frac{qM_1+U_1}{qM_2+U_2}, \quad (6)$$

где $U_1\sim N(0,D_1)$, $U_2\sim N(0,D_2)$, M_1, M_2 — детерминированные компоненты числителя и знаменателя формул (2)-(5), зависящие от значений сигнальной функции или ее первых двух производных D_1, D_2 — дисперсии случайных компонент U_1, U_2 формул (2)–(5), зависящие от значений сигнальной функции или ее первых двух производных. Гауссовские случайные величины U_1, U_2 независимы между собой $<U_1U_2>=0$ для представленных алгоритмов.

Согласно формулам (2)–(5) величины M_1, M_2, D_1, D_2 имеют следующие значения:

- Для алгоритма (2) $M_1=S'(\theta_f)$, $D_1=1$, $M_2=S''(\theta_f)$, $D_2=3$.

- Для алгоритма (3) $M_1 = S(\theta_f+\delta) - S(\theta_f-\delta)$, $D_1 = 2\left(1-S(2\delta)\right), 0 \le D_1 \le 2$, $M_2 = S(\theta_f+\delta) - 2S(\theta_f) + S(\theta_f-\delta)$, $D_2 = 2\left[3-4S(\delta)+S(2\delta)\right], 0 \le D_2 \le 6$.
- Для алгоритма (4) $M_1 = S(\theta_f+\delta) - S(\theta_f-\delta)$, $D_1 = 2\left(1-S(2\delta)\right)$, $M_2 = S(\theta_f+\delta) + S(\theta_f-\delta)$, $D_2 = 2\left(1+S(2\delta)\right)$, $2 \le D_2 \le 4$.
- Для алгоритма (5) $M_1 = S(\theta_f+\delta) - S(\theta_f-\delta)$, $D_1 = 2\left(1-S(2\delta)\right), 0 \le D_1 \le 2$, $M_2 = S(\theta_f)$, $D_2 = 1$. Обозначая $t = \frac{\xi_2}{\sqrt{D_2}}$, $\mu = \frac{D_2}{D_1}$, $\chi = \frac{M_2}{\sqrt{D_2}}$, $\frac{M_1}{\sqrt{D_2}} = \frac{M_1}{M_2}\frac{M_2}{\sqrt{D_2}} = \chi\lambda_0$, $\frac{M_1}{M_2} = \lambda_0$, можно записать плотность вероятности λ_m (6) как

$$W(\lambda,q) = \frac{\sqrt{\mu}}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|t|\exp\left[-\frac{(t-q\chi)^2+\mu(\lambda t - q\,\chi\lambda_0)^2}{2}\right]dt\,. \tag{7}$$

2. Анализ распределения

Для распределения (7) можно получить явный аналитический вид в двух случаях: ОСШ $q=0$, ОСШ $q \gg 1$. В первом случае

$$W(\lambda,q=0) = \frac{\sqrt{\mu}}{\pi}\frac{1}{1+\mu\lambda^2}. \tag{8}$$

Это распределение Коши. Во втором случае после асимптотического интегрирования по методу Лапласа получаем [3, 9]

$$W(\lambda,q) = \frac{\sqrt{\mu}q\chi}{\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{\left|1+\mu\lambda\lambda_0\right|}{(1+\mu\lambda^2)^{3/2}}\cdot\exp\left(-\frac{1}{2}q^2\chi^2\frac{\mu(\lambda-\lambda_0)^2}{1+\mu\lambda^2}\right). \tag{9}$$

Из формул (8) и (9), расчетов интеграла (7) и статистического моделирования следует, что распределение параметра λ имеет «тяжелые хвосты», приводящие к бесконечной дисперсии. Следовательно, для параметра λ при конечных ОСШ не существует состоятельной оценки, что подтверждено статистическим моделированием [3].

При $q \to \infty$ и, соответственно, $\lambda\sqrt{\mu} \ll 1$ распределение (9) сходится к нормальному $W(\lambda,q) = \frac{\sqrt{\mu}q\chi}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-q^2\chi^2\frac{\mu(\lambda-\lambda_0)^2}{2}\right)$. Оценка λ_m становится асимптотически состоятельной при $q \to \infty$. В дальнейшем при теоретических расчетах и моделировании рассматривается частный случай $(l_f - l_0)/\tau_l = \theta_f = 0$. Тогда $\lambda_0 = 0$ и распределение $W(\lambda,q)$ симметрично по аргументу λ.

Для теоретических расчетов и моделирования при задании D_1, D_2, M_1, M_2 использовалась нормированная сигнальная функция $S(\theta) = \exp(-\theta^2/2)$. Также в расчетах полагалось $\delta = 0.5$. В качестве способа формирования статистики λ_m выбран алгоритм (4), так как он имеет наилучшие характеристики среди рассмотренных дискриминаторов [3].

В [3] при анализе распределения (7) делался акцент на наличие «тяжелых хвостов» распределения и их влияние на характеристики оценки. Для построения робастных алгоритмов необходим более детальный анализ центральной части распределения с привлечением ядерной оценки выборочной плотности вероятности.

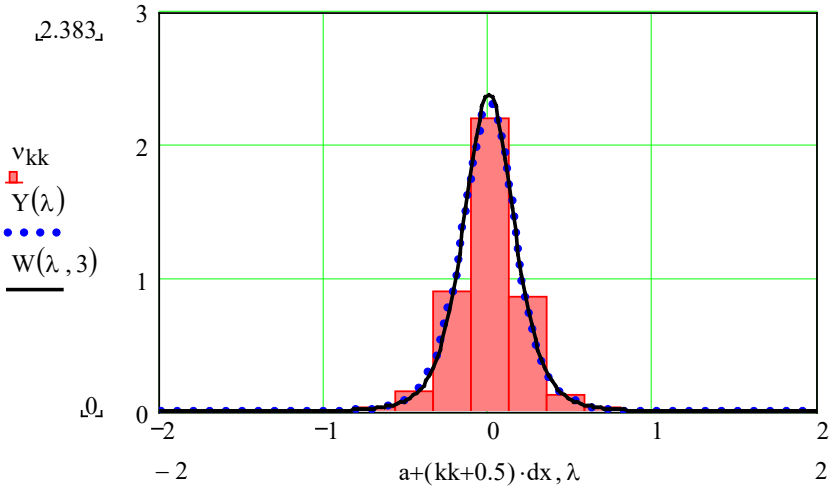


Рис. 1. *Теоретическая плотность вероятности $W(\lambda,q)$ сплошная линия, гистограмма ν_{kk} и ядерная оценка плотности $Y(\lambda)$ — пунктирная линия для значений $q=3$, $\theta_f = 0$.*

На рис. 1 приведены теоретическая плотность вероятности статистики λ_m, гистограмма и ядерная оценка эмпирической плотности вероятности, полученная сверткой массива значений λ_m размерностью $n=2000$ с гауссовским ядром вида $K(u)=(1/\sqrt{2\pi h^2})\exp(-u^2/2h^2)$, где $h=0.04$ [10]. Ширина интервала группировки гистограммы $dx=0.24$. Как видно из рис. 1, ядерная оценка плотности вероятности хорошо соответствует теоретической плотности вероятности. Критерий согласия Колмогорова указывает на соответствие теоретического и эмпирического распределения при уровне значимости $\alpha \le 0.1$ Необходимо отметить, что распределение (7) точное в рамках модели наблюдаемой смеси сигнала и шума (1). Однако применение критерия согласия Колмогорова необходимо для верификации моделирования.

Для построения робастных алгоритмов необходимо знать поведение вероятности выхода статистики λ_m за границы $[-h,h]$. $P_a(q,h)=1-\int_{-h}^{h} W(\lambda,q)d\lambda$. Результаты расчета $P_a(q,h)$ представлены на рис. 2.

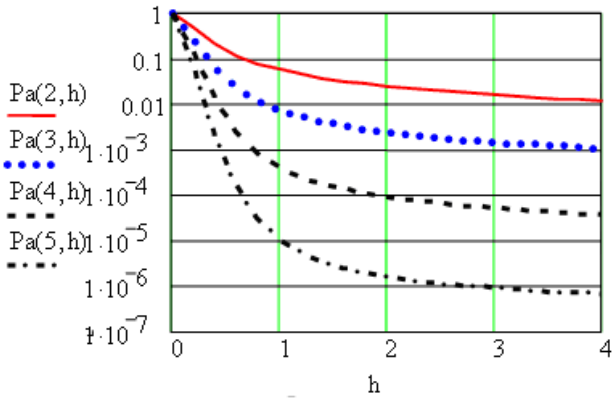


Рис. 2. *Вероятность нахождения статистики λ вне диапазона $[-h,h]$ при разных отношениях сигнал/шум.*

Как видно из рис. 2, в поведении вероятности $P_a(q,h)$ прослеживаются две закономерности. При малых уровнях h значения вероятности определяются центральной частью распределения и быстро убывают с ростом h и q. При больших значениях h поведение вероятности $P_a(q,h)$ определяется медленно убывающими с ростом h «тяжелыми хвостами» и быстро с ростом q. Условная граница изменения характера зависимости, судя по рис. 2, находится в окрестности $h \approx 1$.

3. М-оценки параметра сигнала

Рассмотрим модифицированные оценки, подвергая статистику λ на выходе дискриминатора некоторому нелинейному преобразованию $\eta=g(\lambda)$, подавляющему большие значения λ. Воспользуемся некоторыми рекомендуемыми преобразованиями [5,7,9]. На рис. 3(а-г) представлены некоторые нелинейные преобразования, названные в [5,6,8] оценочными *М*-функциями.

В дальнейшем будем использовать обозначения $W_\lambda(u)$ и $W_\eta(u)$ для обозначений плотностей вероятностей статистик λ_m и η при фиксированном ОСШ q. Значения q приведены в численных расчетах.

Оценочная функция Тьюки

Пусть случайная величина λ поступает на ограничитель с характеристикой

$$\eta=g(\lambda)=\begin{cases}\lambda, & |\lambda|\le a\\ 0, & |\lambda|>a\end{cases},\ a=1. \tag{10}$$

Обозначим $P^+=\int_a^{\infty} W_\lambda(u)du$, $P^-=\int_{-\infty}^{-a} W_\lambda(u)du$. Тогда

$$W_\eta(u)=(P^++P^-)\delta(u)+I(|u|<a)W_\lambda(u). \tag{11}$$

Здесь $I(z)=\begin{cases}1, & |z|<1,\\ 0, & |z|\ge 1\end{cases}$ — индикаторная функция, $\delta(u)$ — дельта функция. Очевидно, что $\int_{-a}^{a} W_\eta(u)du=P^++P^-+\int_{-a}^{a} W_\lambda(u)du=\int_{-\infty}^{\infty} W_\lambda(u)du=1$ — выполняется условие нормировки, первый момент

равен $m_\eta = \int_{-\infty}^{\infty} uW_\eta(u)du = \int_{-a}^{a} uW_\lambda(u)du$, $m_2(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} u^2W_\eta(u)du = \int_{-a}^{a} u^2W_\lambda(u)du < (2/3)a^3W_\lambda(u_{\max})$ — второй момент. Здесь $W_\lambda(u_{\max})$ -значение максимума $W_\lambda(u)$. При четности $W_\lambda(u) = W_\lambda(-u)$, $u_{\max} = 0$, $m_\eta = 0$, $m_2(\eta) = D(\eta)$ — дисперсия. Нетрудно из (7) получить величину максимума $W_\lambda(u_{\max} = 0)$: $W(0,q) = \frac{\sqrt{\mu}}{\pi}\left[\exp(-\frac{(q\chi)^2}{2}) + (q\chi)\Phi(q\chi)\right]$, где $\Phi(z) = (1/\sqrt{2\pi})\int_{-\infty}^{z}\exp(-u^2/2)du$ — интеграл вероятности. При $(q\chi) \gg 1$, $W(0,q) \simeq q\chi\sqrt{\mu}/\pi$.

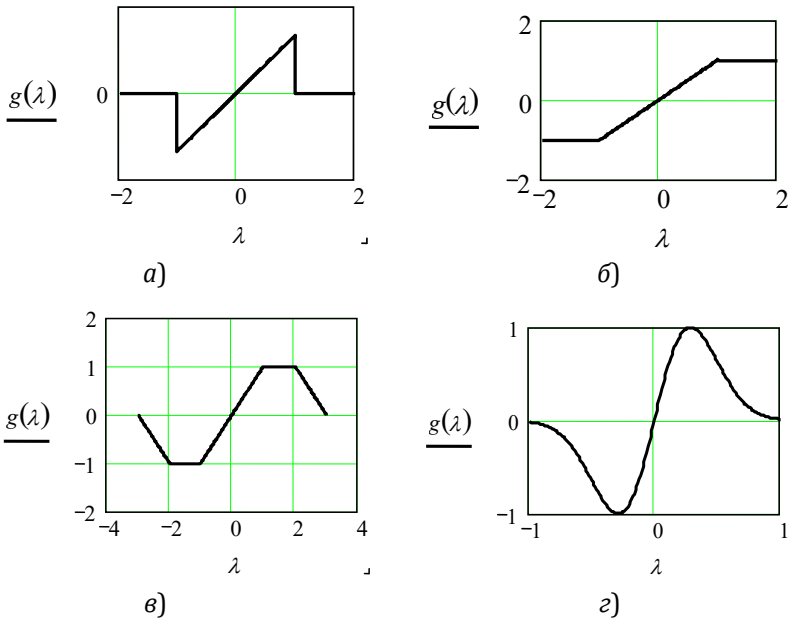


Рис. 3. *Оценочные М-функции: а) Тьюки, б) Хьюбера, в) Хампеля, г) экспоненциально взвешенная (Мешалкина).*

Теоретическое распределение и гистограмма М-оценки Тьюки приведена на рис. 4(а). Теоретическое значение дисперсии оценки $D(\eta) = 0.083$. Выборочная дисперсия равна 0.086. На графиках рис. 4(а,в) δ -функции на теоретических плотностях вероятности схематически представлены вертикальными отрезками.

Оценочная функция Хьюбера

Пусть случайная величина λ поступает на ограничитель с характеристикой

$$\eta = g(\lambda) = \begin{cases} a, & \lambda \geq a \\ \lambda, & |\lambda| < a \\ -a, & \lambda \leq -a \end{cases}, \quad a = 1. \tag{12}$$

Если $W_\lambda(u)$ — унимодальная плотность вероятности, с максимумом $W_\lambda(u_{\max})$, то

$$P[\eta = -a] = \int_{-\infty}^{-a} W_\lambda(u)du = P^-, \; P[\eta = a] = \int_{a}^{\infty} W_\lambda(u)du = P^+.$$

В этом случае распределение $W_\eta(u)$ имеет вид

$$W_\eta(u) = P^-\delta(u+a) + P^+\delta(u-a) + I(|u/a|)W_\lambda(u). \tag{13}$$

Тогда первый момент случайной величины η имеют вид $m_\eta = (P^+ - P^-)a + \int_{-a}^{a} uW_\lambda(u)du$. В случае четности функции $W_\lambda(u)$ получаем, что $m_\eta = 0$. Соответственно, второй момент

$$m_2(\eta) = (P^- + P^+)a^2 + \int_{-a}^{a} u^2W_\lambda(u)du.$$

Для симметричного распределения $m_2(\eta) = D(\eta) < 2P^+a^2 + (2/3)a^3W_\lambda(0)$. Гистограмма и теоретическое распределение с δ -функциями на конце приведены на рис. 4(б). Результаты расчета и моделирования таковы: теоретическое среднее $m_\eta = 0$ эмпирическое среднее равно 2.7×10^{-3}, теоретическая дисперсия $D(\eta) = 0.139$, эмпирическая дисперсия равна 0.137.

Оценочная функция Хампеля

Нелинейное преобразование в случае функции Хампеля имеет вид

$$g(\lambda)=-g(-\lambda)=\begin{cases}\lambda, & 0<\lambda\le a,\\ a, & a<\lambda\le b,\\ a\dfrac{c-\lambda}{c-b}, & b<\lambda\le c,\\ 0, & c<\lambda.\end{cases} \tag{14}$$

Обозначим

$$P_c^+=\int_c^{\infty}W_\lambda(u)du,\ P_c^-=\int_{-\infty}^{-c}W_\lambda(u)du,$$

$$P_{ab}^+=\int_a^{b}W_\lambda(u)du,\ P_{ab}^-=\int_{-b}^{-a}W_\lambda(u)du.$$

Тогда

$$W_\eta(u)=(P_c^++P_c^-)\delta(u)+(P_{ab}^+\delta(u-a)+P_{ab}^-\delta(u+a))+I(|u|/a)W_\lambda(u)+$$

$$+\mathrm{rect}\left(\frac{|u|-b}{c-b}\right)\left|\frac{c-b}{a}\right|W_\lambda\left(\mathrm{sign}(u)\cdot\left(c-\frac{|u|}{a}(c-b)\right)\right). \tag{15}$$

Здесь $rect(z)=I\big((z+1)/2\big)=1$ — единичный импульс в интервале $0\le z\le 1$. Нетрудно увидеть, что

$$\int_{-\infty}^{\infty}W_\eta(u)du=1.$$

Поскольку функция $\eta=g(\lambda)$ нечетная, то при четности $W_\lambda(u)$ момент $m_\eta=0$. Тогда

$$D(\eta)=2a^2P_{ab}^++2\int_b^c u^2W_\lambda(u)du+\int_{-a}^{a}u^2W_\lambda(u)du.$$

Предлагаются следующие значения параметров $a=1,\ b=3,\ c=5$ при $q=3$. Теоретические значения среднего и дисперсии М-оценки в таком случае $m_\eta=0$, $D(\eta)=0.125$. Эмпирические значения: выборочное среднее равно $6.3\cdot10^{-4}$, дисперсия –0.125.

Экспоненциально взвешенная оценка (Мешалкина)

Пусть случайная величина λ поступает на ограничитель с характеристикой

$$\eta=g(\lambda)=\lambda\exp\left(-k\lambda^2\right)g_0,$$

где $g_0=\sqrt{2ke}$. Рекомендуемое значение $k=2..3$ при $q=3$. Теоретически рассчитать плотность вероятности $W_\eta(u)$ затруднительно. Это можно сделать только экспериментально. На рис. 4(г) приведено гистограмма экспоненциально взвешенной оценки (Мешалкина). Выборочное среднее оценки $m_\eta=-5.1\cdot10^{-3}\approx0$, выборочная дисперсия $D(\eta)=0.382$. Как следует из рис. 4(г), в распределении оценки возникают три δ — образных выброса, а сама форма близка к равномерной.

Остановимся на выборе параметров нелинейно зависимости $g(\lambda)$ в рассмотренных выше оценочных функциях (10), (12) и (14). Параметры выбирались таким образом, чтобы значения $|\eta|\le1$. Это обусловило выбор параметра $a=1$ в кусочно-линейных функциях $g(\lambda)$. Как указывалось выше, при $h=a=1$ можно считать, что меняется тенденция в поведении $P_a(q,h)$. С другой стороны при $a=1$ вероятность $P_a(q,h)\le0.01$. Значение параметра $b=3$ в функции Хампеля обеспечивает $P_a(q,h=b)\le10^{-3}...10^{-5}$ в зависимости от ОСШ q. При числе испытаний $n=2000$ это дает практически полное отсутствие значений $\lambda>3$. Выбор $c=5$ некритичен. Параметр k в экспоненциально взвешенной оценке (Мешалкина) выбирался по такому же принципу. При больших ОСШ при выборе параметров нелинейности можно ориентироваться на кривые $P_a(q,h)$ на рис. 2.

Для сравнения исследованных алгоритмов значения выборочных дисперсий сведены в табл. 1.

Таблица 1. *Значения выборочных дисперсий для различных оценочных функций*

Оценочная функция	Тьюки	Хьюбера	Хампеля	Мешалкина
Выборочная дисперсия	0.083	0.137	0.125	0.382

Результаты моделирования показывают, что экспоненциальное взвешивание (Мешалкина) статистики на выходе дискриминатора дает самую большую выборочную дисперсию. Кроме того, вид распределения на рис. 4г не позволяет сформировать оценку по максимуму плотности вероятности. Поэтому в использованной постановке задачи такая нелинейность неприменима. М-оценка Тьюки обеспечивает наименьшую выборочную дисперсию. Проблема применения этой оценки состоит в том, что отбрасывание части значений сигнала рассогласования отсекает не аномальные ошибки, а искажает саму оценку параметра на выходе дискриминатора. Оценочная функция Хампеля более мягко подавляет большие значения сигнала рассогласования. Кроме того, вид гистограммы на рис. 4(в) показывает, что модифицированная оценка может быть получена по максимуму плотности вероятности. Таким образом, нелинейность в виде оценочной функции Хампеля рис. 3(в) является наиболее предпочтительной для формирования устойчивой М- оценки параметра сигнала.

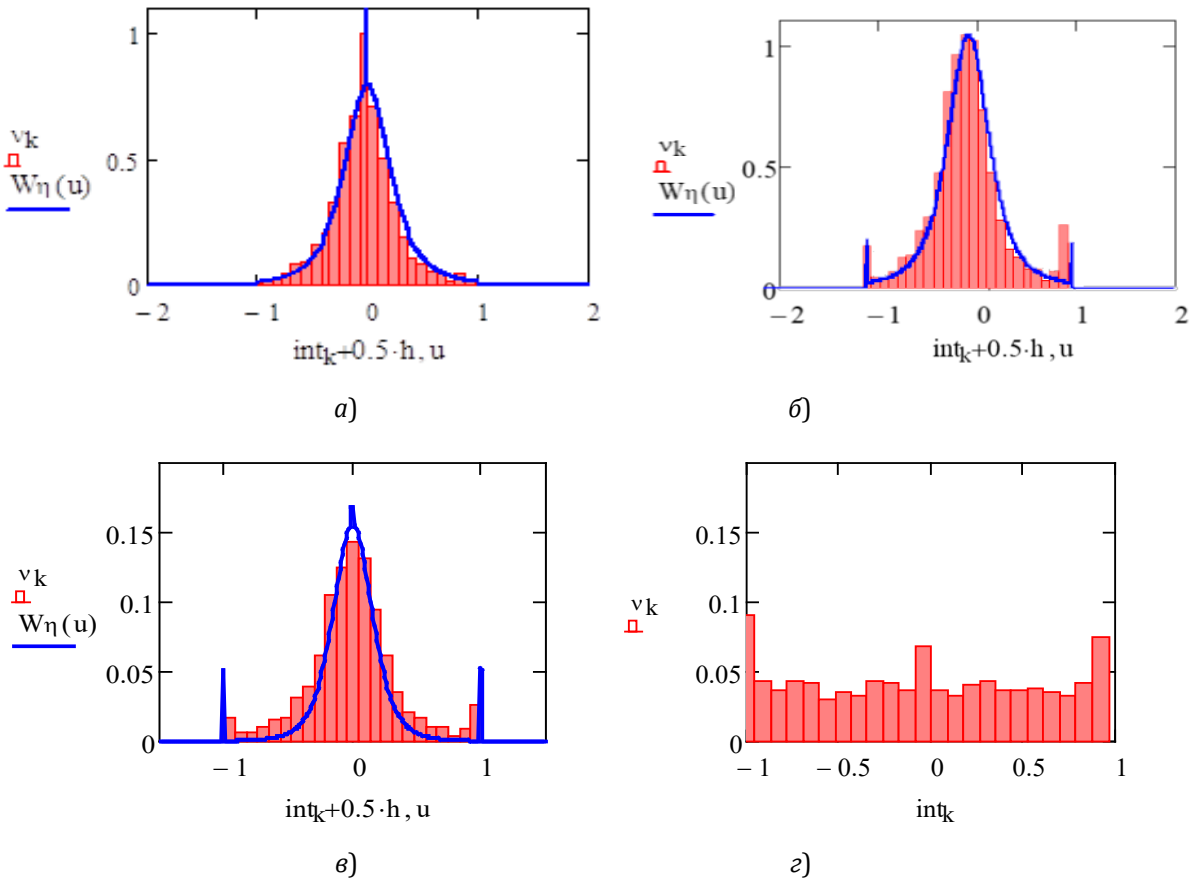


Рис. 4. *Теоретическое распределение и гистограмма М-оценок: а) Тьюки, б) Хьюбера, в) Хампеля, г) экспоненциально взвешенной (Мешалкина) при* $k = 3$.

Заключение

Предложены и исследованы устойчивые М-оценки неэнергетических параметров сигнала, полученные комбинацией измерителя типа дискриминатор и нелинейного преобразователя сигнала рассогласования дискриминатора. Сигнал рассогласования дискриминатора имеет плотность вероятности с «тяжелыми хвостами». Тяжелые хвосты» распределения определяются самими статистическими свойствами оценки на выходе дискриминатора. Это отличает постановку задачи в данной работе от задачи робастных оценок параметров, полученных в моделях «засоренных» данных. В качестве нелинейных преобразований использованы оценочные функции Тьюки, Хьюбера, Хампеля, экспоненциально взвешенные (Мешалкина), применяемые при построении устойчивых оценок. Выполнено статистическое моделирование оценок параметров сигнала на выходе дискриминатора и после нелинейного преобразования. Теоретическими методами и методами статистического моделирования получены распределения устойчивых М-оценок параметров, а также их первые моменты. Выполнено сравнение различных М-оценок по форме распределения и дисперсии оценки. Установлено, что наиболее предпочтительной из рассмотренных является М-оценка Хампеля.

Список литературы

1. *Куликов Е. И.* Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е.И. Куликов, А.П. Трифонов. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
2. Оценивание дальности и скорости в радиолокационных системах. Ч. 1/ под ред. А.И. Канащенкова, В.И. Меркулова. М: Радиотехника, 2004. 312 с.
3. *Машарова О. А., Радченко Ю. С.* О законе распределения сигналов рассогласования некоторых типов дискриминаторов // Физические основы приборостроения. 2017. Т. 6. № 2 (24). С. 90–97.
4. *Шурыгин А. М.* Математические методы прогнозирования. М.: Горячая линия–Телеком, 2009. 180 с.
5. *Шурыгин А. М.* Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. М.: Финансы и статистика, 2000. 224с.
6. *Хьюбер П.* Робастность в статистике: пер. с англ./ Под ред. И.Г. Журбенко. М.: Мир, 1984. 302 с.
7. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния: Пер с англ. / Ф. Хампель, Е. Рончетти, П. Рауссеу, В. Штаэль / Под ред. В.М. Золотарева. М.: Мир, 1989. 512 с.
8. Устойчивые статистические методы оценки данных: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1984. 232 с.
9. *Олвер Ф.* Введение в асимптотические методы и специальные функции: Пер. с англ. Ю.А. Брычкова. Под ред. А.П. Прудникова. М: Наука. Глав.ред.физ.-мат.лит., 1990. 528 с.
10. *Лагутин М. Б.* Наглядная математическая статистика. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. 472 с.

Поступила 31 января 2018.

STATISTICAL ANALYSIS OF STEADY PARAMETER ESTIMATES IN MEASURING INSTRUMENTS OF DISCRIMINATOR TYPE

O.A. MASHAROVA, Y.S. RADCHENKO

doi: 10.25210/jfop-1803-078085

In this paper it is suggested to use modified discriminators for measuringf non-energy parameters of signals against noise. These devices combine measuring instrument of discriminator type and nonlinear converter. The statistical analysis of discriminators where converted deviation is the ratio of two Gaussian random variables was performed (Newton algorithm, finite-difference algorithms of several types). It is shown that converted deviation of discriminator at finite signal-to-noise ratios is non- Gaussian, with «heavy tails». The behavior of the central part of distribution and probability of going beyond the bounds of converted deviation statistics was analyzed.

Steady M-estimates of parameters obtained by using nonlinear estimated functions were offered. Estimating functions of Tukey, Huber, Hampel's, exponentialyl weighed (Meshalkina) are used as nonlinear transformations.

By using theoretical methods and statistical modeling distributions of robust M-estimates, and their first moments were received. In analysing empirical distributions together with standard histograms, were used nuclear estimates of probability density were used. Histograms and numerical characteristics of steady M-estimates satisfactorily coincide with theoretical distribution for piecewise linear estimated functions.

Comparative analysis of various M-estimates which showed some advantage of estimated function of Hampel in a class of piecewise and linear nonlinear transformations is completed.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 537.86:517.954

СТРОГАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАКОПИТЕЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА АКТИВНОГО КОМПРЕССОРА СВЧ МОЩНОСТИ

© Авторы, 2018
doi: 10.25210/jfop-1803-086107

Пазынин В. Л. — к.ф.-м.н., с.н.с., зав. лаб., Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков. E-mail: vadim.pazynin@gmail.com

Аннотация
В работе синтезирован оригинальный прототип накопительного резонатора активного компрессора мощности, представляющий собой отрезок плоскопараллельного (прямоугольного) волновода, ограниченный с одной стороны индуктивной диафрагмой, а с другой – волноводным расширением оригинальной конструкции. Показано, что наиболее эффективное накопление энергии в таком резонаторе достигается тогда, когда он настроен в режим полного (резонансного) отражения волны накачки. Для такого режима рассчитаны временные профили сжатых импульсов и коэффициенты усиления по пиковой мощности, которые качественно соответствуют известным экспериментальным данным.

Ключевые слова: *активная компрессия импульсов, интерференционный переключатель, начально-краевые задачи электродинамики, точные поглощающие условия, резонансное рассеяние волн*

Abstract
The original prototype of the accumulation resonator of an active power compressor which is a segment of a plane-parallel (rectangular) waveguide bounded by an inductive diaphragm on the one hand and by a waveguide extension of the original structure on the other one is synthesized. It is shown that the most efficient energy accumulation in the resonator is achieved when it is set to the full (resonant) reflection mode of the pumping wave. For this regime, the time profiles of the compressed pulses and peak power gains are calculated, which qualitatively correspond to the known experimental data.

Keywords: *Initial boundary value problems of electrodynamics, waveguide units and junctions, periodic structures, compact inhomogeneities in the free space, outgoing waves, nonlocal and local exact absorbing conditions*

Введение

Активный компрессор мощности — это устройство, позволяющее накапливать подводимую к нему СВЧ энергию в объемном резонаторе и затем сбрасывать ее в отводящий волноводный тракт или свободное пространство за время много меньшее времени накопления [1–7]. Самая простая конструкция таких устройств представляет собой отрезок одномодового волновода, ограниченного с одной стороны запредельной диафрагмой, а с другой — ступенчатым или иным расширением (рис. 1). Известно [8], что такие расширения полностью запирают волновод на отдельных частотах, что связано с возбуждением в них резонансов на запертых модах. Этот эффект позволяет сформировать резонансный объем в пространстве между расширением и запредельной диафрагмой и сравнительно просто организовать его переключение из режима накопления в режим сброса энергии. Для этого достаточно расположить внутри волноводного расширения активный элемент (будем называть такую конструкцию интерференционным ключом или просто ключом), электрические свойства которого можно менять, например, внешним импульсом тока или напряжения. Вариация его электрических параметров приводит к сдвигу частоты запирания волноводного расширения (ключа), что позволяет накопленной в резонаторе энергии высветиться в отводящий волноводный тракт.

Такие конструкции накопительных резонаторов используются в лабораторных образцах активных компрессоров мощности уже около 40 лет, но еще не привели к созданию коммерчески ценных устройств. Причин этого несколько. Во-первых, волноводный узел, показанный на рис. 1, может работать как в режиме полного (резонансного) прохождения, так и в режиме полного отражения падающей на него (квази-) монохроматической волны. Характеристики компрессора, как будет показано ниже, существенно зависят от того, на какой режим настроен его накопительный резонатор, и насколько точно выполнена эта настройка. Во всех известных автору работах, в которых описаны эксперименты по активной компрессии, такая точная настройка накопительного резонатора не выполнялась, следствием чего является значительное уменьшение эффективности накачки энергии в резонатор и снижение энергетических характеристик сжатого импульса.

Во-вторых, исследователями практически не уделяется внимание динамике переключения интерференционного ключа из запертого состояния в открытое. Это не позволяет оптимизировать компрессоры мощности в целях минимизации времени этого переключения и, как следствие, минимизации длительности сформированных ими импульсов.

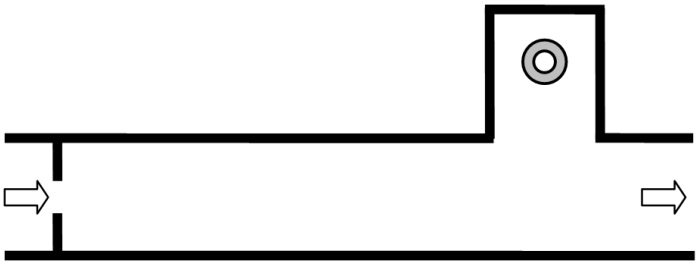


Рис. 1. *Геометрия накопительного волноводного резонатора.*

В-третьих, выбор активного элемента переключателя представляется не всегда рациональным. В большом количестве работ (см., например, [4–6, 9–11] и др.) в качестве такого элемента используется газонаполненная трубка, в которой индуцируется газовый разряд, плазма которого возмущает электромагнитное поле и сдвигает резонансную частоту интерференционного ключа. Такая техника запирания волноводных трактов появилась в 1940-х годах [12] и, по существу, мало изменилась до наших дней. Сам по себе этот факт, конечно, еще не может служить аргументом против использования подобных конструкторских решений. Однако встраивание газоразрядных трубок в существенно резонансные объемы требует, вообще говоря, точной выдержки их геометрических и электрических параметров (равно как и остальных элементов резонатора). Такое требование делает газоразрядные трубки не очень удобными при проведении прецизионных экспериментов и приводит к необходимости поиска более практичных конструкций запирающих расширений, которые позволяли бы производить настройку интерференционного ключа на нужную частоту сравнительно простыми средствами.

Следует отметить, что большинство указанных выше проблемных мест может быть устранено еще на этапе математического моделирования работы компрессоров мощности, до создания их лабораторных макетов. Для этого необходимо задействовать достаточно точные и эффективные в вычислительном плане математические модели, которые при наличии неизбежных внутренних идеализаций корректно описывали бы все существенные особенности волновых процессов, протекающих в компрессоре.

Метод падающих и отраженных волн [11, 13–15], используемый для приближенных оценок электродинамических характеристик, содержит в своей основе слишком много упрощающих предположений (например, предположение о допустимости одноволнового приближения), и достоверность получаемых с его помощью результатов остается под сомнением. Метод FDTD (Finite-Difference Time-Domain) [16] больше соответствует потребностям, которые возникают при изучении физики активных компрессоров. Однако при проектировании экспериментальных установок он использовался пока что ограниченно и только лишь для получения стационарных (частотных) характеристик отдельных элементов компрессора [6,17, 18], в частности интерференционных ключей.

В настоящей работе для анализа переходных процессов в составном резонаторе типа показанного на рис. 1 использована методология моделирования, развитая в [19–26]. Она основана на строгой постановке начально-краевой задачи в двухмерной (простейший случай) области анализа, включая ее виртуальные границы, и дальнейшем ее численном решении методом FDTD [16].

1. Математическая модель

Общий вид рассматриваемых в настоящей работе модельных задач показан на рис. 2. Волноводный узел относительно произвольной геометрии содержит M полубесконечных плоскопараллельных волноводов, по которым электромагнитная энергия может, как приходить извне (для таких приходящих волн будем использовать индекс «inc»), так и уходить из него на бесконечность (уходящие волны — индекс «out»). Для простоты будем считать, что волноводы могут быть ориентированы только параллельно осям y и z декартовой системы координат $\{x, y, z\}$.

Все элементы моделируемых объектов и компоненты поля не зависят от координаты x. В рамках такой идеализации уравнения Максвелла распадаются на две системы уравнений, описывающих две независимые поляризации поля: TE-волны и TM-волны [19, 27]. Для первых отличны от нуля компоненты поля E_x, H_y и H_z, для вторых — H_x, E_y и E_z. Далее ограничимся рассмотрением только TE-волн. При этой поляризации введение двух идеально проводящих металлических плоскостей параллельных плоскости (y, z) (рис. 2) не меняет структуру электромагнитного поля. Соответственно изучаемые здесь волноводные узлы можно рассматривать как узлы образованные прямоугольными волноводами произвольного, фиксированного размера по координате x (произвольной высоты).

Обозначим (см. рис. 2) через $\mathbf{M}$ координатные проекции металлических (идеально проводящих) элементов на плоскость (y,z), через $\mathbf{B}$ — проекции границ между диэлектриками с различными параметрами на эту же плоскость, через $\mathbf{C}$ — проекции ребер, т.е. линий на металлических и диэлектрических поверхностях, где их вектор нормали терпит разрыв. Пусть также $\mathbf{Q_L}$ — область анализа (вычислительная область), ограниченная внешней металлической стенкой волноводного узла и виртуальными границами $\mathbf{L}_1$, $\mathbf{L}_2$, ..., $\mathbf{L}_M$ в поперечных сечениях полубесконечных волноводов.

Для упрощения дальнейших выкладок введем локальные системы координат $\{x',y',z'\}$, связанные с каждым полубесконечным волноводом так, чтобы ось z' была направлена вдоль волновода и совмещена с одной из его стенок, а x' сонаправлена с x. В каждой такой системе координат электрическое поле $E_{x'} \equiv E_x(y',z',t)$ может быть разложено по ортонормированной системе собственных функций $\mu_n(y')$ плоскопараллельного волновода

$$E_x(y',z',t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(z',t)\mu_n(y'), \tag{1}$$

$$u_n(z',t) = \int_0^W E_x(y',z',t)\mu_n(y')dy'. \tag{2}$$

$$\mu_n(y') = \sqrt{\frac{2}{W}}\sin(\lambda_n y'),\ \lambda_n = \frac{n\pi}{W}, \tag{3}$$

$$\int_0^W \mu_m(y')\mu_n(y')dy' = \begin{cases} 1, & m=n \\ 0, & m\neq n \end{cases}. \tag{4}$$

Здесь $u_n(z',t)$ — пространственно-временные амплитуды электромагнитной волны, W — ширина волновода, λ_n — его собственные поперечные числа.

Будем рассматривать решения следующих начально-краевых задач

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\eta_0}\dfrac{\partial(\varepsilon E_x)}{\partial t} = \dfrac{\partial H_z}{\partial y} - \dfrac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x - J_{src,x}, \\ \eta_0\dfrac{\partial(\mu H_y)}{\partial t} = -\dfrac{\partial E_x}{\partial z},\ \eta_0\dfrac{\partial(\mu H_z)}{\partial t} = \dfrac{\partial E_x}{\partial y}, \qquad \{y,z\}\in\mathbf{Q}_L,\ t\geq 0, \\ E_x\big|_{t=0} = H_y\big|_{t=0} = H_z\big|_{t=0} = 0,\ \left.\dfrac{\partial E_x}{\partial t}\right|_{t=0} = \left.\dfrac{\partial H_y}{\partial t}\right|_{t=0} = \left.\dfrac{\partial H_z}{\partial t}\right|_{t=0} = 0, \\ E_x^{(i)}(y,z,t)\big|_{\{y,z\}\in\mathbf{B}} = E_x^{(j)}(y,z,t)\big|_{\{y,z\}\in\mathbf{B}},\ H_\tau^{(i)}(y,z,t)\big|_{\{y,z\}\in\mathbf{B}} = H_\tau^{(j)}(y,z,t)\big|_{\{y,z\}\in\mathbf{B}}, \\ E_x^{(i)}(y,z,t)\big|_{\{y,z\}\in\mathbf{M}} = 0, \\ \displaystyle\int_{V_C}\left(\varepsilon E_x^2 + \mu\left(H_y^2 + H_z^2\right)\right)dV < \infty, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_p}\left[u_n^{out,p}(z',t)\right]_{\{y',z'\}\in\mathbf{L}_p} = 0, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_q}\left[u_m^{inc,q}(z',t)\right]_{\{y',z'\}\in\mathbf{L}_q} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Здесь первые две строки это уравнения Максвелла для выбранной поляризации поля ($\eta_0 \approx 376.730313$ Ом — волновое сопротивление вакуума, $J_{src,x}$ — x-компонента вектора плотности стороннего тока, при $t<0$ все компоненты поля и сторонних токов предполагаются тождественно равными 0.) Третья строка это тривиальные начальные условия, которые, при необходимости, могут быть дополнены некоторым относительно произвольным начальным распределением поля. Четвертая и пятая строки это граничные условия, требующие непрерывности тангенциальных компонент поля на поверхностях диэлектрических элементов (i, j — номера двух смежных диэлектрических объектов с общей поверхностью) и зануление тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности идеального металла. Шестая строка это условие на ребре [28], требующее конечности энергии электромагнитного поля в конечном произвольном объёме V_C, содержащем ребро $\mathbf{C}$. Наконец, последние две строки это условия на виртуальных границах $\mathbf{L}_p$ в сечениях полубесконечных волноводов (индексами p и q обозначены номера волноводов).

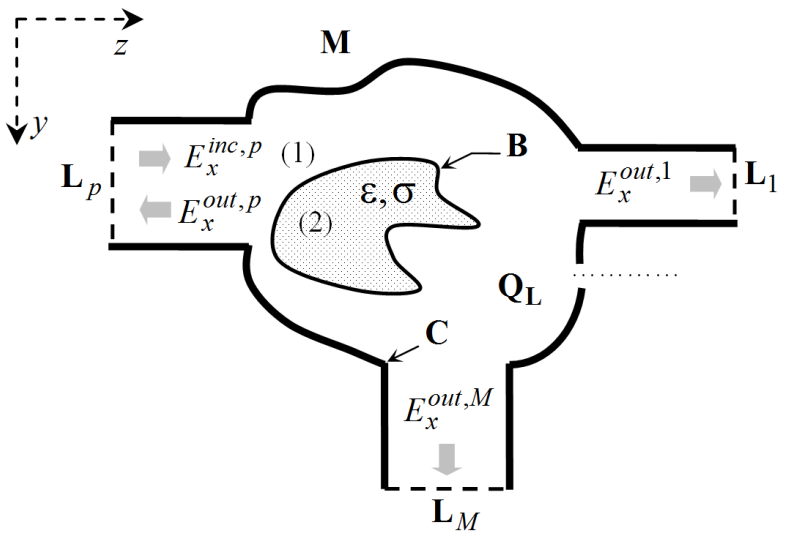


Рис. 2. *Геометрия модельных задач.*

Интегро-дифференциальный оператор $\mathbf{A}_{\mathbf{L}_p}\left[u_n(z,t)\right]$ задан следующим соотношением [19–26]

$$\mathbf{A}_{\mathbf{L}_p}\left[u_n(z,t)\right]=\frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z}\pm\sqrt{\varepsilon\mu}\frac{\partial u_n(z,t)}{\partial t}\pm\lambda_n\int_0^t u_n(z,\tau)K_1'(t-\tau)d\tau, \tag{6}$$

где

$$K_1'(t)=J_1\left(\lambda_n t/\sqrt{\varepsilon\mu}\right)/t, \tag{7}$$

и верхний знак соответствует волнам, распространяющимся в сторону возрастающих z, нижний в сторону убывающих, $J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода, ε, μ — диэлектрические параметры среды, заполняющей волновод. В совокупности эти две строки образуют точные поглощающие условия на виртуальных границах вычислительной области, которые корректно сводят открытую начально-краевую задачу (т.е. задачу в области, содержащей бесконечно удаленную точку) к эквивалентной ей закрытой [20, 24]. Оператор (6) при этом применяется отдельно к пространственно-временным амплитудам приходящих и уходящих волн

$$E_x^{inc,q}(y',z',t)=u_m^{inc,q}(z',t)\mu_m^q(y'), \tag{8}$$

$$E_x^{out,p}(y',z',t)=\sum_n u_n^{out,p}(z',t)\mu_n^p(y'), \tag{9}$$

в то время как во внутренних точках области $\mathbf{Q}_\mathbf{L}$ задача (5) формулируется для полного поля $E_x^{tot}(y,z,t)$.

Относительная диэлектрическая (ε) и магнитная (μ) проницаемости, а также удельная электрическая проводимость (σ) предполагаются кусочно-непрерывными функциями пространственных координат, и при условии, что соответствующий диэлектрический элемент лежит целиком внутри вычислительной области (т.е. не имеет общих точек с виртуальными границами), эти величины могут быть функциями времени

$$\varepsilon=\varepsilon(y,z,t),\ \mu=\mu(y,z,t),\sigma=\sigma(y,z,t). \tag{10}$$

Переменная t в (5) и везде далее это модельное время. Оно получено как результат умножения истинного времени $\tilde{t}$ на скорость света в вакууме ($c=299792458$ м/с)

$$t=c\tilde{t}. \tag{11}$$

Размерность переменной $\tilde{t}$ — секунды, переменной t — метры. Размерности остальных физических величин, входящих в (5), определяются системой единиц СИ. Замена переменной (11) обусловлена удобством сравнения пространственных и временных масштабов моделируемых с помощью (5) электромагнитных импульсов и геометрических размеров их рассеивателей. Кроме этого, замена (11) приводит к единичному безразмерному значению скорости света в вакууме: $c=1$, что, в свою очередь, упрощает некоторые математические соотношения, содержащие величину c. Например, волновое число $k=2\pi/\lambda$ (λ — длина волны в свободном пространстве) в вакууме становится равным угловой частоте

$$k=\omega,\ \omega=\tilde{\omega}/c, \tag{12}$$

где размерность переменной $\tilde{\omega}$ — обратные секунды, переменной ω — обратные метры.

Решение начально-краевой задачи (5) в виду ее сложности в такой общей постановке возможно только численными методами. В настоящей работе для этой цели выбран метод FDTD [16]. Он достаточно универсален, относительно прост в реализации, не требует обращения матриц, и, главное, позволяет моделировать электромагнитные поля в средах, электрические параметры которых меняются во времени. К его недостаткам можно отнести сравнительно высокие требования к объему оперативной памяти, которую необходимо выделить для размещения сеточных функций, и относительно низкую скорость вычислений. Эти недостатки, однако, не имеют доминирующего значения в рассматриваемых ниже численных экспериментах.

Дискретизация уравнений Максвелла, входящих в (5), в регулярных точках вычислительной области, условий на границах «диэлектрик — диэлектрик» и «диэлектрик — идеальный металл», а также критерий устойчивости разностной схемы подробно рассматриваются в [16], и здесь этот промежуточный этап практической реализации метода FDTD опускается. (Условие на ребре выполняется автоматически, в силу конечности значений сеточных функций.) Отметим только один принципиальный момент. Определенные сложности может вызвать перенос в компьютерный код оператора (6), что обусловлено необходимостью хранения и обработки «истории» уходящих и первичных волн на виртуальных границах, т.е. значений их амплитуд $u_n(z',t)$ во все моменты времени, до которых выполняется прогонка разностной сетки. Нетрудно показать, что при непосредственном вычислении (6) с помощью квадратурных формул трапеций, Симпсона и т.п. требуется выполнить $O(M^2)$ операций с плавающей точкой, где M — максимальный номер временного слоя. Такая вычислительная сложность алгоритма накладывает ограничение на величину M, которое при современном уровне развития вычислительной техники можно оценить примерно как $M < 10^5$. Просчет разностных схем таким неоптимизированным способом для $M > 10^5$ возможен, но становится практически нецелесообразным ввиду слишком большого процессорного времени, затрачиваемого при $M > 10^5$ для пересчета одного временного слоя.

По этой причине в [25, 20, 26] был предложен оптимизированный алгоритм вычисления сверток вида (6), который требует $O(M \log M)$ плавающих операций, что позволяет радикально уменьшить время, затрачиваемое на обработку поглощающих условий (6) и всей задачи в целом. Этот алгоритм основан на сведении дискретного аналога свертки (6) к умножению квадратной нижнетреугольной теплицевой матрицы на вектор-столбец со значениями «истории» сигнала и дальнейшем разбиении ее на квадратные блоки со стороной, равной степени двойки. Вычисление свертки осуществляется поблочно, с использованием теоремы о свертке и процедур быстрого преобразования Фурье.

Описанная в этом разделе строгая постановка начально-краевых задач типа (5), включающих в себя точные условия на виртуальных границах вычислительной области как для уходящих, так и для приходящих волн, лежит в основе метода точных поглощающих условий, который в настоящее время активно развивается в харьковской радиофизической школе (ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины) под руководством Ю. К. Сиренко.

Альтернативные техники встраивания в численные модели во временной области приходящих из полубесконечных волноводов импульсных волн основаны на тех или иных приближениях и приводят к неконтролируемой потере точности получаемых результатов. Например, в рамках метода FDTD это привело к изобретению не совсем физичной техники идеально согласованного слоя (Perfectly Matched Layer, PML) и довольно своеобразным способам задания полей таких приходящих волн. Один из таких способов предполагает [16] задание эквивалентных источников тока или напряжения, распределенных в некотором фиксированном сечении волновода в соответствии со структурой требуемой моды, и имеющих заданный временной профиль. Очевидным недостатком такой реализации является возбуждение двух симметричных волн, уходящих от этого сечения. В идеале, одна из них должна полностью поглощаться PML-слоем на виртуальной границе. В реальности же PML-слой не может гарантировать идеального поглощения, и отраженная от него волна возвращается в вычислительную область. Несмотря на свой малый уровень мощности, эта волна, попадая в резонансный объект, усиливается им, что зачастую приводит к заметным искажениям получаемых электродинамических характеристик. Условия (6) являются вполне естественным решением этих проблем: они точно связывают поле на виртуальной границе с его нормальной производной.

Апробация компьютерных программ, реализующих решение начально-краевых задач (5) (а также их обобщение на случай осесимметричных волн и на случай двумерных излучателей в открытом пространстве) продемонстрировала их высокую эффективность и гибкость, позволившую промоделировать нестационарные волновые процессы в широком классе электродинамических структур [19, 20, 29, 30], в том числе и в активных компрессорах мощности [31–34].

2. Техника проведения численных экспериментов

Идеология математического моделирования во временной области предполагает возбуждение исследуемого объекта импульсом с заданными временными и частотными характеристиками и расчет рассеянного им поля. Применительно к рассматриваемым здесь задачам (рис. 2) речь будет идти в первую очередь об амплитудах первичной $u_m^{inc,p}(z',t)$ и рассеянных $u_n^{out,q}(z',t)$ волноводным узлом волн. Для начала следует определиться с формой первичной волны $u_m^{inc,q}(t)$ (здесь и в дальнейшем при необходимости будем опускать аргумент z', подразумевая, что импульс задан на виртуальной границе).

Физическое содержание решаемых модельных задач всегда предполагает привязку к некоторому частотному диапазону, границы которого известны хотя бы приблизительно. Соответственно и форму первичного импульса удобно выбирать исходя из параметров этого диапазона. Возможных вариантов здесь может быть много, причем сам метод FDTD не накладывает каких-либо ограничений на форму моделируемых импульсов, за исключением того, что минимальная длина волны в их спектре должна быть намного больше шага дискретизации задачи по временной переменной h_t. Другими словами, электромагнитное поле моделируемого импульса не должно меняться быстро на временном масштабе h_t. В остальном, его форма может быть произвольной.

Как показала практика, в численных экспериментах удобно использовать два типа возбуждающих импульсов. Условно их можно классифицировать как широкополосный и узкополосный. Первый из них естественно использовать для определения диапазонных характеристик объектов, второй — для возбуждения их отдельных собственных колебаний.

Широкополосный сигнал определен следующей функцией:

$$f_{sincos}(t) = A \cdot S(t)\cos\left(k_c(t-T)\right)\frac{\sin\left(k_s(t-T)\right)}{t-T}, \tag{13}$$

где

$$S(t) = x^2(3-2x), \tag{14}$$

и

$$x(t) = \begin{cases} (t-t_0)/(T-t_0), & t_0 \le t \le T, \\ (t-t_1)/(T-t_1), & T < t \le t_1, \\ 0, & t < t_0, t > t_1. \end{cases} \tag{15}$$

Здесь A, t_0, t_1, T, k_c и k_s — параметры задаваемые пользователем.

Характерной особенностью этой функции является то, что ее спектр $\tilde{f}_{sincos}(k)$ сосредоточен преимущественно в полосе частот $k_c - k_s \le k \le k_c + k_s$ (k, в силу (12), равно угловой частоте), в которой модуль $\left|\tilde{f}_{sincos}(k)\right|$ принимает примерно постоянное значение. Здесь и везде далее сигнал $f(t)$ и его спектр $\tilde{f}(k)$ связаны следующим интегральным преобразованием Фурье

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{ikt}dt, \tag{16}$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k)e^{-ikt}dt. \tag{17}$$

Множитель $S(t)$ в (13) — это сплайн-функция, состоящая из двух кубических полиномов [35]. Ее основная роль — плавное «включение» и «выключение» источника в моменты времени t_0 и t_1. В эти моменты $S(t)$ зануляется вместе со своей первой производной, что позволяет аккуратно встраивать такие сигналы в разностные схемы. Параметр T (положение главного максимума функции $f_{sincos}(t)$) удобно задавать $T = (t_0 + t_1)/2$. Узкополосный сигнал определен соотношением

$$f_{narrow}(t) = A \cdot S(t)\cos\left(k_c(t-T)\right), \tag{18}$$

где сплайн-функция $S(t)$ (14) состоит из трех фрагментов

$$x(t) = \begin{cases} (t-t_0)/(t_1-t_0), & t_0 \le t \le t_1, \\ 1, & t_1 < t < t_2, \\ (t-t_3)/(t_2-t_3), & t_2 \le t \le t_3, \\ 0, & t < t_0, t > t_3. \end{cases} \tag{19}$$

Параметры A, t_0, t_1, t_2, t_3, k_c устанавливаются пользователем.

После того, как конкретизированы параметры первичного импульса и геометрия решаемой задачи, ее решение строится путем последовательного пересчета значений сеточных функций с одного временного слоя на следующий (т.н. прогонка разностной схемы). Результатом этого решения являются значения всех нетривиальных компонент поля (E_x, H_y, H_z) во всех узлах разностной сетки в интервале времен, для которых была выполнена прогонка. Из этого огромного объема данных при необходимости можно выделить интегральные характеристики, например, энергетические коэффициенты отражения и прохождения.

Пусть $u_n^{inc}\left(z_p',t\right)$ — временная амплитуда первичной волны, заданная в сечении z_p' p-го волновода, а $u_m^{out}\left(z_q',t\right)$ — амплитуда рассеянной волны в сечении z_q' q-го волновода. (n и m — номера соответствующих волноводных мод.) Тогда для энергетических коэффициентов имеет место следующее представление [8, 19]

$$W_{mn}^{qp}\left(k\right)=\left|\frac{\tilde{u}_m^{out}\left(z_q',k\right)}{\tilde{u}_n^{inc}\left(z_p',k\right)}\right|^2\frac{\mathrm{Re}\,\Gamma_m^q}{\Gamma_n^p},\ \left(k>\tilde{k}_n^p\right), \tag{20}$$

где

$$\Gamma_n^p=\sqrt{\frac{\varepsilon_p}{\mu_p}}\cdot\sqrt{k^2-\left(\tilde{k}_n^p\right)^2}, \tag{21}$$

ε_p, μ_p — параметры среды, заполняющей p-й волновод (предполагается, что потери в этой среде отсутствуют: $\sigma_p=0$), $\tilde{k}_n^p=\lambda_n^p\big/\sqrt{\varepsilon_p\mu_p}$ — критические частоты волновода, λ_n^p – его собственные поперечные числа (3). Фурье-спектры $\tilde{u}_n^{inc}\left(z_p',k\right)$ и $\tilde{u}_m^{out}\left(z_q',k\right)$ определяются из соответствующих временных зависимостей согласно (16). Если $p=q$, то будем говорить про коэффициент отражения $R_{mn}\left(k\right)\equiv W_{mn}^{pp}\left(k\right)$. В частности, когда $m=n$, то будем использовать обозначение $R\left(k\right)\equiv R_{mm}\left(k\right)\equiv W_{mm}^{pp}\left(k\right)$. Если задача допускает однозначную трактовку коэффициента прохождения, то будем использовать для него обозначение $T_{mn}\left(k\right)=W_{mn}^{qp}\left(k\right)$ или $T\left(k\right)=T_{mm}\left(k\right)$.

Кроме коэффициентов трансформации при дальнейшем изложении будут представлять интерес добротности собственных колебаний и потоки вектора Пойнтинга через поперечное сечение волновода. Первые, в простейшем случае, определяются по ширине спектральной линии, например, в зависимости коэффициента прохождения $T\left(k\right)$

$$Q=\tilde{k}\big/\left|k_1-k_0\right|, \tag{22}$$

где $\tilde{k}$ — резонансная частота, на которой коэффициент T достигает максимума, k_0, k_1 — частоты, ближайшие к $\tilde{k}$, для которых $T\left(k_0\right)=T\left(k_1\right)=T\left(\tilde{k}\right)\big/2$. Формула (22) является приближенной. Более точный способ состоит в расчете характерного времени релаксации колебаний τ, т.е. такого времени, за которое энергия в локальном объеме, в данном случае в резонаторе, уменьшается в $e\approx 2{,}718$ раз. Для этого используем определение добротности [36]

$$Q=2\pi\frac{\tilde{W}}{w}, \tag{23}$$

где $\tilde{W}$ — энергия, запасенная в высокочастотном колебании, w — энергия, теряемая за один период колебания. Если любая из компонент свободно колеблющегося поля (обозначим ее через F) в некоторой точке наблюдения описывается следующей зависимостью

$$F\ t\ =F_0\exp\ -t/2\tau\ \cos\ kt+\varphi\ , \tag{24}$$

то энергия поля в этой точке

$$E\ t\ =E_0\exp\ -t/\tau\ \cos^2\ kt+\varphi\ . \tag{25}$$

Подставляя (25) в (23) получим

$$Q=\frac{2\pi}{1-\exp\ -T/\tau}. \tag{26}$$

Время τ находим по двум парам экспериментально найденных значений $\left\{t_1,F\left(t_1\right)\right\}$ и $\left\{t_2,F\left(t_2\right)\right\}$, решая систему двух трансцендентных уравнений вида (24). Если моменты времени t_1 и t_2 выбраны так, что косинус в (24) равен 1, то решением этой системы будет

$$\tau=\frac{t_2-t_1}{2}\ln^{-1}\frac{F\left(t_1\right)}{F\left(t_2\right)},\ F_0=F\ t_1\ \exp\left(\frac{t_1}{2\tau}\right). \tag{27}$$

Поток вектора Пойнтинга через поперечное сечение s волновода находим интегрированием по s его z'-компоненты

$$P(z',t)=\int_s S_{z'}ds=\int_0^W E_x(y',z',t)H_y(y',z',t)dy'. \quad (28)$$

Так как на стенках волновода $H_y(y',z',t)=0$, то функция H_y раскладывается в ряд (1) по той же системе ортонормированных функций $\mu_n(y')$

$$H_y(y',z',t)=\sum_{n=1}^{\infty}v_n(z',t)\mu_n(y'), \quad (29)$$

Получаем

$$P(z',t)=\sum_{n=1}^{\infty}u_n(z',t)v_n(z',t), \quad (30)$$

где пространственно-временные амплитуды для этих ортогональных компонент поля связаны соотношением [19]

$$\mu\eta_0\frac{\partial v_n(z',t)}{\partial t}=-\frac{\partial u_n(z',t)}{\partial z'}. \quad (31)$$

Производная $\partial u_n/\partial z'$ может непосредственно выделяться из насчитываемых массивов при прогонке разностной схемы, либо после завершения счета из функции $u_n(z',t)$ с помощью оператора (6)

$$\mathbf{A}_{\mathbf{L}_p}\left[u_n(z',t)\right]=0.$$

Общий порядок проведения численного эксперимента, в основе которого лежит решение начально-краевой задачи типа (5), предполагает выполнение следующих двух основных шагов. Первый — возбуждение исследуемой, в общем случае, резонансной структуры импульсом (13) и расчет рассеянных ею импульсных полей. При необходимости, полученные импульсные характеристики могут быть переведены в частотную область с помощью Фурье преобразования (16) и получены коэффициенты трансформации (20), а также их характерные резонансные частоты $\tilde{k}$. Второй шаг состоит в возбуждении исследуемого объекта квазимонохроматическим сигналом (18) на частоте $k_c=\tilde{k}$, определенной на первом шаге, и нахождение его узкополосных динамических характеристик, например, зависимостей огибающей выходного сигнала от времени и т.п.

Ниже представлены результаты численного моделирования, выполненного по такой схеме, волновых процессов, протекающих в резонаторе типа показанного на рис. 1.

3. Интерференционный ключ

Модельный синтез резонатора активного компрессора начнем с волноводного запирающего расширения. Построим такую конструкцию, которую в дальнейшем можно было бы масштабировать в диапазон миллиметровых длин волн, где, на сегодняшний день, проблема создания новых мощных импульсных источников особенно актуальна. Использование газоразрядных трубок для изменения электрических параметров ключа (и всего накопительного резонатора в целом) имеет свои ограничения, связанные с необходимостью точного соблюдения их геометрических размеров и положения внутри запирающего расширения. Это требование становится особенно острым при длинах волн короче 1 см. В этом случае вариация практически любого геометрического параметра на доли миллиметра будет заметно сказываться на частотных характеристиках всего волноводного узла.

Кроме этого, существует ограничение, связанное со скоростью переключения активного элемента из непроводящего состояния в проводящее. Очевидно, что время этого переключения должно быть соизмеримым или меньшим периода рабочего колебания. Для длины волны 8 мм это дает оценку равную примерно 30 пс, что не всегда достижимо простыми техническими средствами.

Более перспективным в этом отношении является переключение активного элемента потоком электронов, генерируемых внешней [37] или встроенной в интерференционный ключ [38–40] электронной пушкой. Если такой поток достаточной плотности инжектируется в полость резонатора со скоростью близкой к скорости света, то, можно ожидать, что время переключения будет близким к требуемой величине.

Попытка учета перечисленных выше факторов приводит к идее разделения объема запирающего расширения на две зоны. Первая — вакуумированная, проводимость которой будет меняться внешним потоком электронов. Вторая — заполненная диэлектриком, в которой будет возбуждаться колебание на запертой моде, а сам диэлектрик одновременно будет служить препятствием, защищающим вакуумированную часть от атмосферного воздуха. Одна из возможных схем такого переключателя показана на рис. 3.

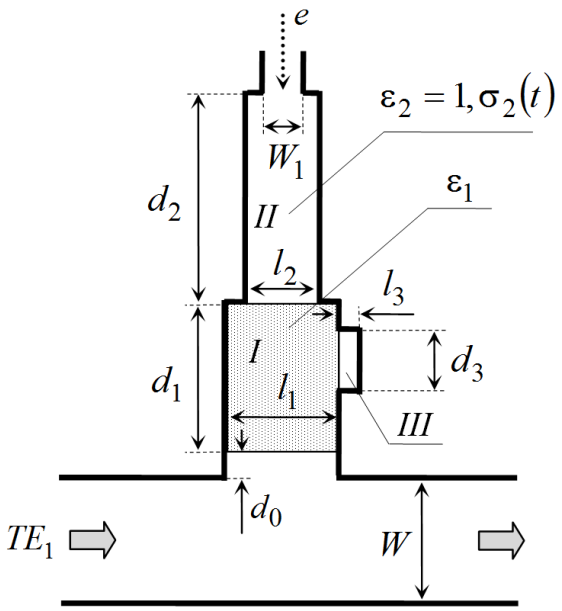


Рис. 3. *Геометрия интерференционного ключа*

Область I размером $l_1 \times d_1$ заполнена диэлектриком с проницаемостью ε_1. Здесь сосредоточена основная часть стоячей волны запертого колебания. Область II для поля на резонансной частоте представляет собой отрезок запредельного волновода, в дальней стенке которого проделана щель шириной W_1, через которую в резонатор вводится внешний электронный поток. Область III размером $l_3 \times d_3$ имитирует подстроечный поршень, который позволяет точно настраивать переключатель на требуемую частоту. Параметр d_0 позволяет управлять (в некоторых рамках) добротностью запирающего расширения и уровнем нерезонансного отражения.

Конкретизируем геометрические и электрические параметры этого ключа и промоделируем его работу. Выберем для определенности ширину подводящего волновода $W = 1$ см. Критические частоты его TE_n-волн равны $\tilde{k}_n = 100n\pi$ м$^{-1}$ или $\tilde{f}_n \approx 14.9896 \cdot n$ ГГц. В качестве диэлектрика в настоящей модели будем использовать кварц ($\varepsilon_1 = 3.84$) — потери в этом материале достаточно малы, чтобы ими в дальнейших расчетах можно было пренебречь. Длину l_1 подберем так, чтобы вдоль этого расстояния укладывалось не более одной пучности стоячей волны для любой из частот рабочего диапазона ($\tilde{k}_1 < k < \tilde{k}_2$)

$$\sqrt{\varepsilon_1} l_1 < \frac{2\pi}{\tilde{k}_2}. \tag{32}$$

Откуда

$$l_1 < 1/100\sqrt{\varepsilon_1} \approx 5.1 \text{ мм}. \tag{33}$$

Выберем $l_1 = 4$ мм. Размер $l_2 = 3$ мм приводит к волноводному отрезку, образующему область II, с критической частотой первой моды $\tilde{k}_1 \approx 1047.2$ м$^{-1}$, т.е., как и требовалось, к запредельному волноводу. Размер d_2 при условии $d_2 \gg l_2$ может быть практически произвольным. Как показывают результаты численного моделирования, это условие можно ослабить: уже при $d_2 = 10$ мм наличие щели в дальней стенке и ее размеры практически никак не сказываются на частотных характеристиках рассматриваемого волноводного узла. Положим $W_1 = 1$ мм.

Коэффициент отражения $R(k)$ от такого ключа, рассчитанный при $d_1 = 7.5$ мм, $l_3 = 0$ и $\sigma_2 = 0$, представлен на рис. 4(а). Во всех численных экспериментах, результаты которых представлены в настоящей работе, шаги дискретизации задачи (5) по пространственным h_s и временной h_t переменным равнялись $h_s = 2h_t = 0.1$ мм. В диапазоне $\tilde{k}_1 < k < \tilde{k}_2$ наблюдается три резонанса полного отражения, каждый из которых связан с возбуждением в волноводном расширении запертого колебания. Частоты этих резонансов $\tilde{k}_{res,1} \approx 432.835$, $\tilde{k}_{res,2} \approx 520.658$ и $\tilde{k}_{res,3} \approx 616.213$, а соответствующие им добротности $Q_1 \approx 2040$, $Q_2 \approx 920$ и $Q_3 \approx 330$. Структура поля свободных колебаний на этих частотах показана там же.

На рис. 4(б) приведены коэффициенты отражения $R(k)$ от такого ключа при различных значениях d_1 в диапазоне частот, в котором в диэлектрической вставке возбуждается запирающее колебание с двумя пучностями поля. Для $d_1 = 7.5$ мм показаны резонансные максимумы $R(k)$ при смещении «подстроечного поршня» от $l_3 = 0.1$ мм до $l_3 = 0.6$ мм с шагом 0.1мм (кривые 6–1, ширина «поршня» $d_3 = 2.5$ мм.

В целом, зависимости на рис. 4 демонстрируют возможность аккуратной настройки рассматриваемого волноводного узла на требуемую частоту путем подбора соответствующих геометрических размеров. Возможные ошибки в этих размерах на практике могут быть скомпенсированы перемещением «подстроечного поршня».

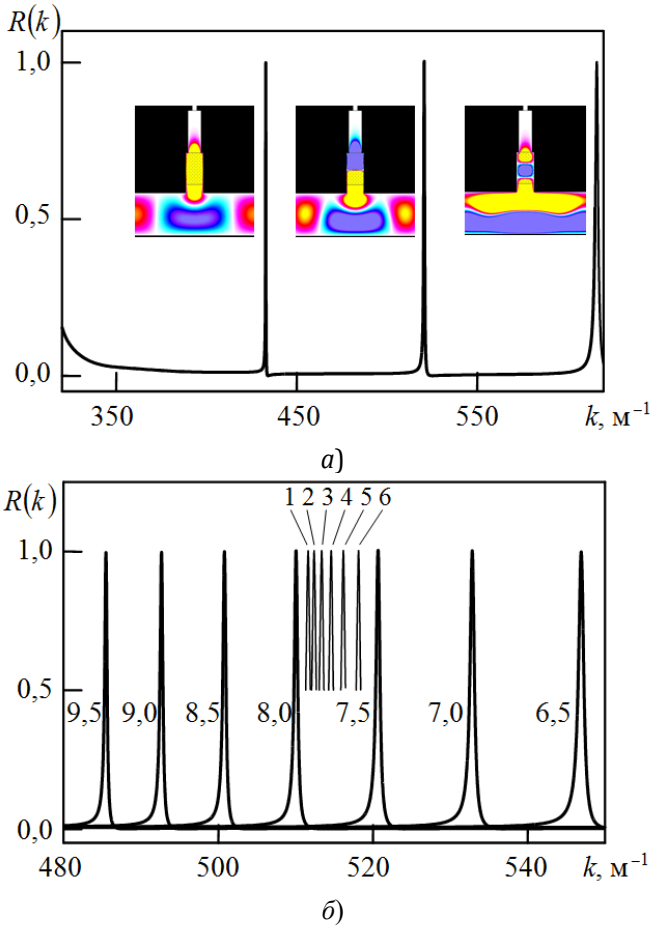


Рис. 4. *Коэффициент отражения волны* TE_1 *от интерференционного ключа, показанного на рис.* 3, *при условии, что* $\sigma_2 = 0$. (*а*) $\varepsilon_1 = 3.84$, $l_1 = 4$, $d_1 = 7.5$, $l_2 = 3$, $d_2 = 10$, $l_3 = 0$, $d_0 = 2$, $W = 10$, $W_1 = 1$ *мм*, (*б*) $d_1 = 6{,}5,\ldots,9{,}5$ *мм* (*числа с десятичной запятой возле графиков*), $l_3 = 0.6, 0.5,\ldots, 0.1$ (*номера* 1,2,...,6 *возле соответствующих кривых*), $d_3 = 2.5$ *мм. Остальные параметры такие же, как и в случае* (*а*). *Графики получены с помощью возбуждающего импульса* (13) *с параметрами* $A = 4$, $t_0 = 0$, $t_1 = 2$, $T = 1$ *м*, $k_c = 470$ *и* $k_s = 150$ *м*$^{-1}$. *Число учитываемых в* (1) *слагаемых для виртуальных границ в волноводе шириной* W *равнялось пяти, в волноводе шириной* W_1 *— одному.*

Этого, однако, еще недостаточно для использования такой конструкции в качестве полноценного переключателя. Для того чтобы эффективно использовать ее для сброса накопленной энергии необходимо, чтобы после перевода активного элемента (в роли такового здесь выступает область II) в проводящее состояние коэффициент отражения на частоте запирания был близок к нулю. В противном случае часть энергии, накопленной в резонаторе активного компрессора, при его переключении отразится от интерференционного ключа, что приведет к потере в энергетических характеристиках сжатого импульса.

Поэтому построим теперь коэффициент $R(k)$ при различных фиксированных значениях σ_2, полагая, что эти значения в дальнейшем, при конкретизации временной зависимости $\sigma_2(t)$, могут быть взяты в качестве предельных, т.е. тех, которые $\sigma_2(t)$ достигает после завершения процесса переключения (см. ниже).

Пусть $d_1 = 7{,}5$ мм и размеры области III между диэлектрической вставкой и «подстроечным поршнем» $d_3 = 2.5$ мм и $l_3 = 0.3$ мм. Резонансная частота такого ключа

$$\tilde{k}_{res} \approx 514.604 \text{ м}^{-1} \tag{34}$$

или $\tilde{f}_{res} \approx 24.554$ ГГц. Полагая, что в области II $\varepsilon_2 = 1$ и $\sigma_2 = 10^{-1}, 10^{0}, \ldots, 10^{6}$ См/м, получим зависимости $R(k)$ приведенные на рис. 5.

Эти графики показывают, что есть два принципиально разных механизма переключения рассматриваемого интерференционного ключа (рис. 3). Первый из них доминирует при небольших σ_2 ($\sigma_2 < 10^2$ См/м), и заключается в более-менее плавном угасании запирающего колебания вследствие его контакта с областью с ненулевым значением удельной проводимости. Второй из них проявляется при больших σ_2 ($\sigma_2 > 10^3$ См/м), и заключается смещении резонансной частоты полного отражения вследствие того, при таких σ_2 электромагнитное поле плохо проникает в область II, и эффективный объем запирающего расширения становится меньше.

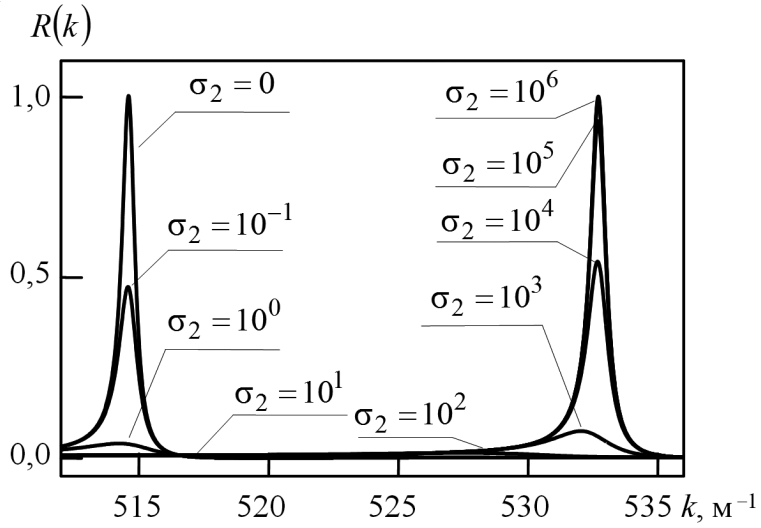


Рис. 5. *Коэффициент отражения волны TE_1 от интерференционного ключа, показанного на рис. 3, при различных значениях удельной проводимости σ_2 (См/м) среды, заполняющей область II. Геометрические размеры ключа приведены в тексте.*

Более полную картину переключения можно составить, моделируя работу ключа при $\sigma_2 = \sigma_2(t)$. Для этого сначала определим характерное время, за которое он запирает подводящий волновод, это время позволит задать момент начала переключения t_{beg}. Возбудим ключ с приведенными выше геометрическими размерами (и $\sigma_2 = 0$) квазимонохроматической волной (18)

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t) \tag{35}$$

с параметрами $A = 1$, $t_0 = 0$, $t_1 = 1$, $t_2 = 49$, $t_3 = 50$ м и $k_c = 514.604$ м$^{-1}$.

На рис. 6(а) показано распределение электрической компоненты поля в стоячей волне образованной сложением первичной и отраженной от волноводной неоднородности волн. На рис. 6(б, в) — амплитуды отраженной, $u_1^{refl}(t)$ и прошедшей $u_1^{tran}(t)$ волн. На рис. 6(г, д) — электрическое поле в точках P_1 и P_2, расположенных в пучностях стоячей волны в волноводе и в запирающем расширении. В точке P_1 огибающая колебаний $E_x(t)\big|_{P_1}$ при больших временах стремится к значению $2\sqrt{200} \approx 28.28$, т.е. к удвоенному значению максимума напряженности электрического поля первичной волны (см. (3)). В точке P_2 огибающая $E_x(t)\big|_{P_2}$ стремится к значению, примерно в десять раз большему (279.7).

Из рисунков видно, что при временах $t > 25$ м (или примерно $t > 80$ нс) волновые процессы в ключе становятся (квази–) стационарными, что позволяет выбрать время начала его переключения в открытое состояние равное, например, $t_{beg} = 25$ м.

Положим теперь, что в процессе переключения проводимость σ_2 зависит от времени по линейному закону, меняясь от нуля при $t = t_{beg}$ до некоторого максимального значения σ_{max} при $t = t_{end}$, после чего $\sigma_2 = \sigma_{max}$ для любого момента времени t (рис. 7). Как показывает практика численного моделирования подобных устройств, такая линеаризация реальных зависимостей $\sigma(t)$ (например, экспоненциальных) несущественно сказывается на финальных характеристиках переключателя, что связано с малым временем перехода $\Delta = t_{end} - t_{beg}$ активного элемента в проводящее состояние. Как правило, это время составляет несколько периодов рабочего колебания T.

Выберем время переключения $\Delta = 0.06$ м (примерно 0.2 нс), что для рабочей частоты (34) составляет примерно 5 периодов колебания, и промоделируем работу ключа при возбуждении его импульсом (35) и такой зависимости $\sigma_2(t)$.

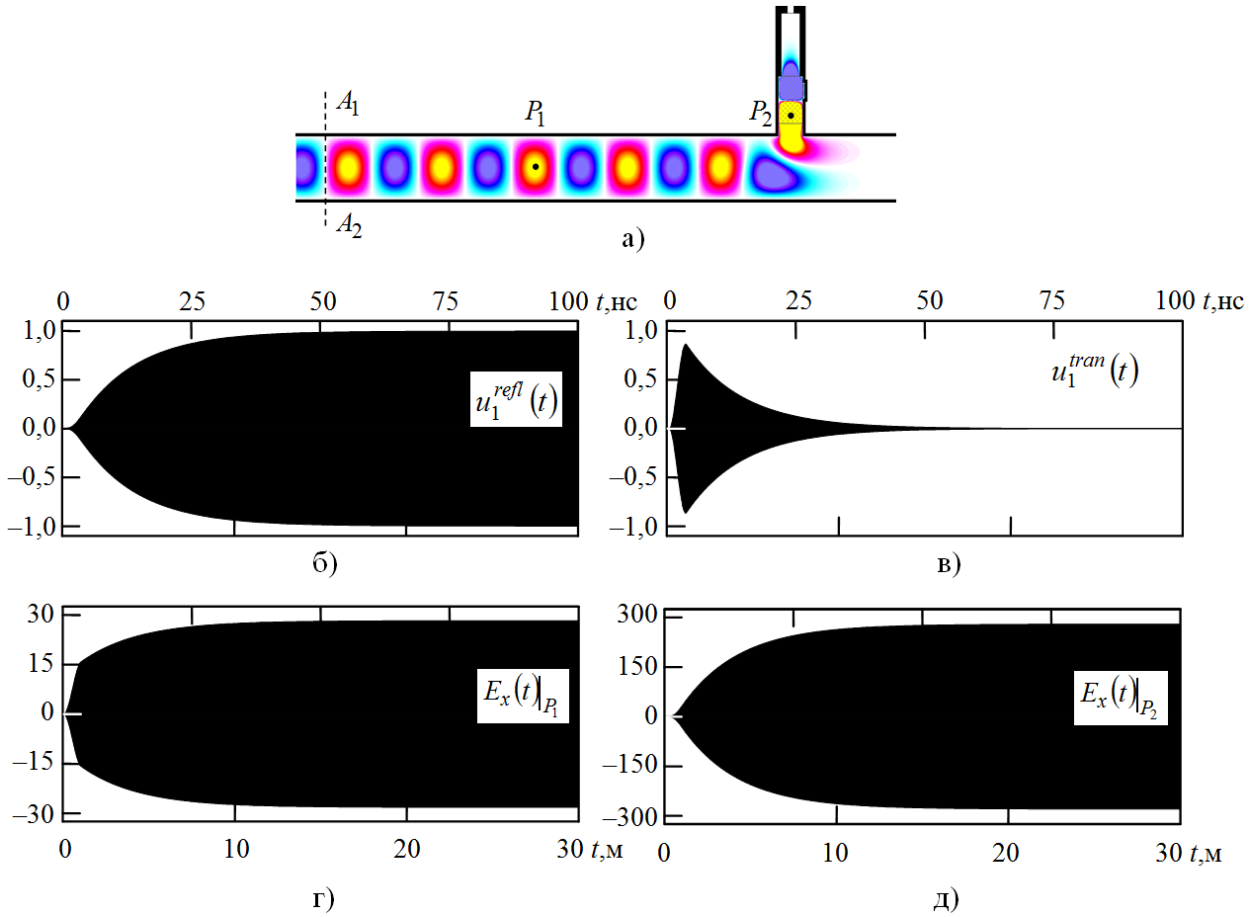


Рис. 6. *Распределение компоненты поля E_x в стоячей волне, образованной при резонансном отражении от интерференционного ключа (а), амплитуды отраженной (б) и прошедшей (в) волн, и поля в точках P_1 (г) и P_2 (д).*

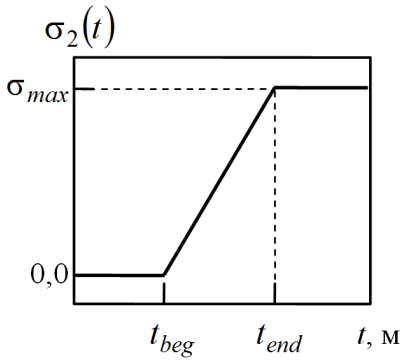


Рис. 7. *Закон изменения удельной проводимости от времени при переключении ключа в открытое состояние*

На рис. 8 показаны фрагменты зависимостей амплитуд прошедшей волны $u_1^{tran}(t)$ от времени для различных значений σ_{max}. Эти графики подтверждают сделанное ранее заключение о наличии двух разных механизмов перехода этого узла в режим пропускания. При малых σ_{max} ($\sigma_{max} = 10^1$ См/м и менее) имеет место плавное затухание запертого в волноводном расширении колебания. Его энергия практически не высвечивается в отводящий волновод, а диссипируется в области II. При этом амплитуда прошедшей волны $u_1^{tran}(t)$ после переключения волноводного ключа характеризуется плавным нарастанием огибающей, которая при больших временах стремится к значению (0.971), меньшему, чем амплитуда падающей волны (1). Т.е. в установившемся состоянии часть подводимой энергии (чуть меньше 10% для случая $\sigma_{max} = 10^1$ См/м) отбирается из волновода и теряется в области II с ненулевой удельной проводимостью. Время переключения при этом может быть сравнительно большим (десятки периодов рабочего колебания).

При больших σ_{max} ($\sigma_{max} > 10^1$ См/м) на первое место выходит механизм «выталкивания» энергии, накопленной в волноводном расширении, в отводящее и подводящее плечи волновода. Быстрое нарастание проводимости в области II до больших абсолютных значений приводит к сдвигу фаз парциальных волн, составляющих поле стоячей волны в волноводном расширении, и они начинают интерферировать с волной в основной части волновода. В результате этой интерференции в выходном импульсе $u_1^{tran}(t)$ наблюдаются биения, амплитуда которых может значительно превышать амплитуду первичной волны в подводящем плече волновода (равна 1 в рассмотренном примере). Платой за такое локальное увеличение пиковой мощности при больших σ_{max} является генерация большого количества высших мод основного волновода, спектр которых может частично попадать в полосы пропускания. Эти моды также участвуют в интерференции и приводят к потере гладкости огибающей выходного импульса.

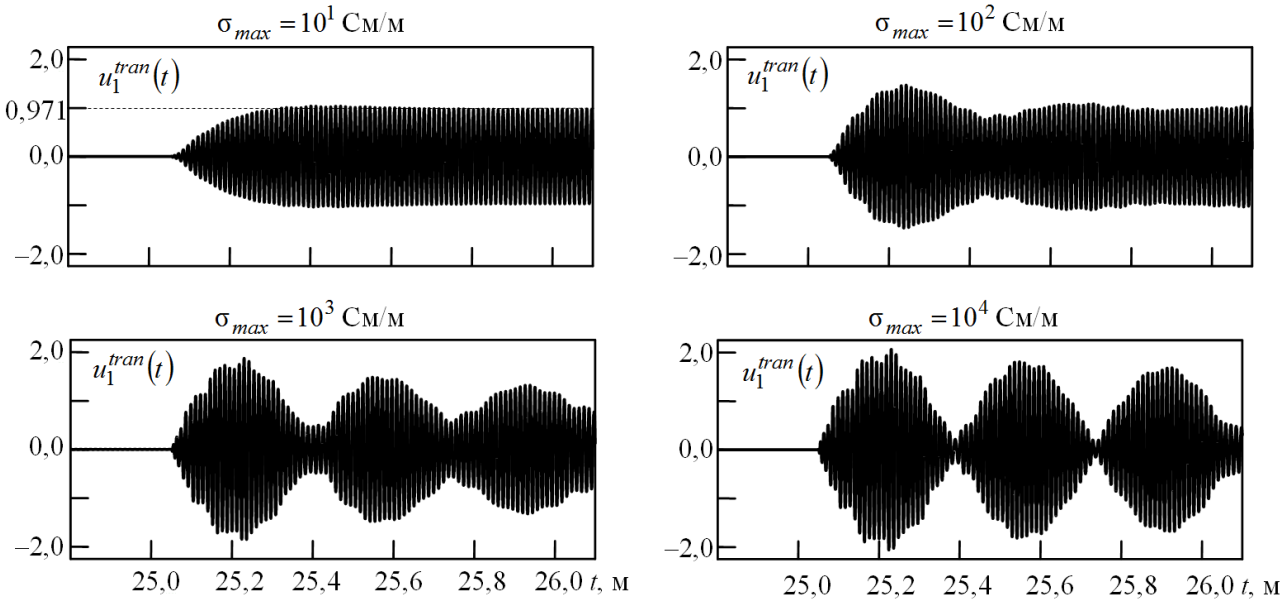


Рис. 8. *Амплитуды прошедших через волноводный ключ волн после его переключения в открытое состояние.*

Динамические характеристики, представленные на рис. 8 показывают, что рассматриваемый волноводный переключатель еще далек от того, что можно было бы считать «идеальным ключом». Использование таких устройств в качестве отражающей стенки накопительного резонатора (рис. 1) предполагает, что резонансный объем волновода имеет ограниченную длину, и, соответственно, длительность высвечиваемого импульса также ограничена. (Как правило, она составляет несколько десятков периодов рабочего колебания.) Очевидно, что «идеальный ключ» должен обеспечивать переход огибающей $u_1^{tran}(t)$ в новое (квази–) стационарное состояние за времена много меньшие этой длительности. Синтез такого ключа, даже в рамках численных моделей, представляет собой серьезную радиофизическую и матфизическую задачу. Можно утверждать, что на сегодняшний день именно отсутствие переключателей с такими малыми временами переключения сдерживает прогресс в области активной компрессии импульсов. В настоящей работе оптимизация геометрии ключа не выполнялась, а основное внимание здесь уделено выявлению физических закономерностей волновых процессов, протекающих в компрессоре мощности.

4. Накопительный резонатор

Помещая идеально проводящую металлическую стенку в любой из узлов стоячей волны, показанной на рис. 6(а), можно сформировать резонансный объем между этой стенкой и волноводным ключом. Для практического использования этого объема такая стенка резонатора должна иметь щель связи с внешним подводящим волноводом (рис. 9), т.е. представлять собой запредельную диафрагму. При этом оптимальное (для возбуждения резонансного объема) положение этой диафрагмы будет уже несколько отличаться от узла стоячей волны на рис. 6(а). Численное моделирование позволяет аккуратно определить длину такого резонатора.

Обозначим через L расстояние от диафрагмы до ближайшей к ней стенки волноводного переключателя (рис. 9). Через w и δ — соответственно ширину щели связи и толщину диафрагмы. Положим $w = 3.4$ мм, $\delta = 0.5$ мм. Выберем сначала расстояние $L = 75.1$ мм.

Это значение есть расстояние от волноводного ключа до узла стоячей волны, обозначенного на рис. 6(а) прямой A_1A_2, округленное до ближайшего кратного h_s. Коэффициент прохождения $T(k)$ через такой составной резонатор показан на рис. 10.

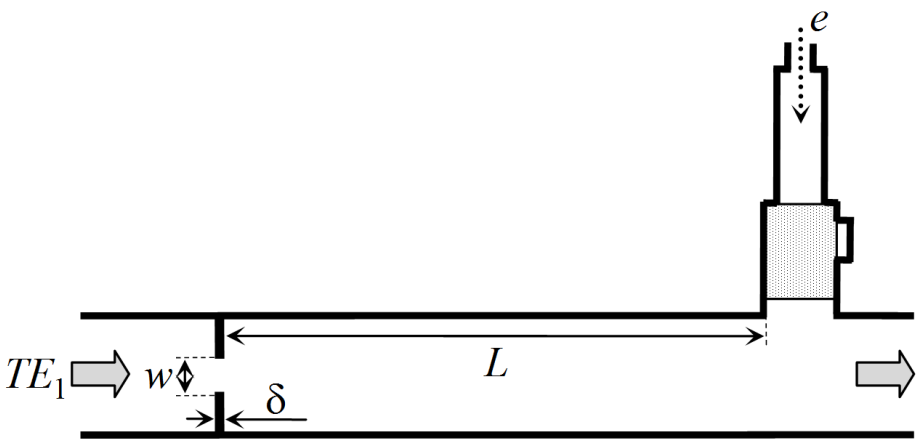


Рис. 9. *Схема составного накопительного резонатора*

В большей части исследованного частотного диапазона этот коэффициент не превышает примерно 0.1, за исключением окрестности частоты 514.5 (если точнее, то в окрестности частоты (34)), где наблюдается ярко выраженный резонансный всплеск. Важной особенностью этого всплеска является наличие как собственно максимума кривой $T(k)$, так и соседствующего с ним нулевого значения $T(k)$. Т.е. накопительный резонатор (рис. 9) может быть настроен либо в режим резонансного прохождения, либо в режим резонансного отражения падающей на него волны накачки.

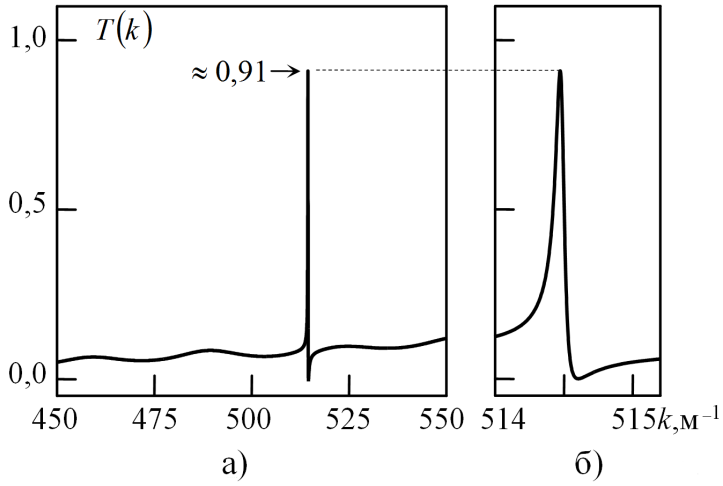


Рис. 10. *Коэффициент прохождения через составной резонатор длиной* $L = 75.1$ *мм:* (*а*) *в полосе частот* $450 \le k \le 550$ *м*$^{-1}$, (*б*) *увеличенный фрагмент рисунка* (*а*). *Параметры диафрагмы* $w = 3.4$ *мм,* $\delta = 0.5$ *мм.*

Будем теперь менять расстояние L с шагом h_s в окрестности выбранного значения 75.1 мм, и исследуем поведение кривой $T(k)$ при такой вариации этого параметра. На рис. 11 показаны зависимости $T(k)$ для $L = 73.9,\ldots,75.2$ мм — кривые с номерами от 14 до 1 соответственно. Там же приведены добротности соответствующих колебаний, найденные по ширине спектральной линии (22) и по точной формуле (26). Общая структура стоячих волн, возбуждаемых в резонаторах на частотах, соответствующих максимумам $T(k)$, качественно одинаковая (рис. 11(а)) и представляет собой десять пучностей поля в основной части волновода, и две в запирающем расширении.

Анализ этих графиков позволяет сделать следующие выводы:

1. Частота, на которой наблюдается полное отражение от рассматриваемого резонатора, не зависит от его длины L и всегда равна частоте запирания волноводного ключа (34). Это свидетельствует о высокой эффективности возбуждения запирающего расширения, которая не зависит от условий возбуждения всего накопительного резонатора.
2. Вариацией длины L можно добиться единичного коэффициента прохождения волны через рассматриваемый резонатор, т.е. режима полного прохождения. При этом для заданного числа пучностей стоячей волны в накопительном резонаторе, существует два значения L, для которых выполняется этот режим. Для одного из них резонансная частота лежит чуть ниже частоты полного отражения, для другого — чуть выше.

3. Частота, соответствующая режиму полного прохождения волны накачки через резонатор, весьма чувствительна к вариации объема накопительного резонатора. (Ср. кривые 9 и 11: вариация длины L на 0.002 от своего значения приводит к уменьшению максимума коэффициента прохождения с почти единичного значения до ~0.55.) Частота полного отражения, наоборот, не чувствительна к такой вариации (см. п. 1).
4. Максимальная добротность колебания, возбужденного в накопительном резонаторе, и максимальный коэффициент прохождения $T(k)=1$ достигаются при различных значениях L и, соответственно, на различных частотах.

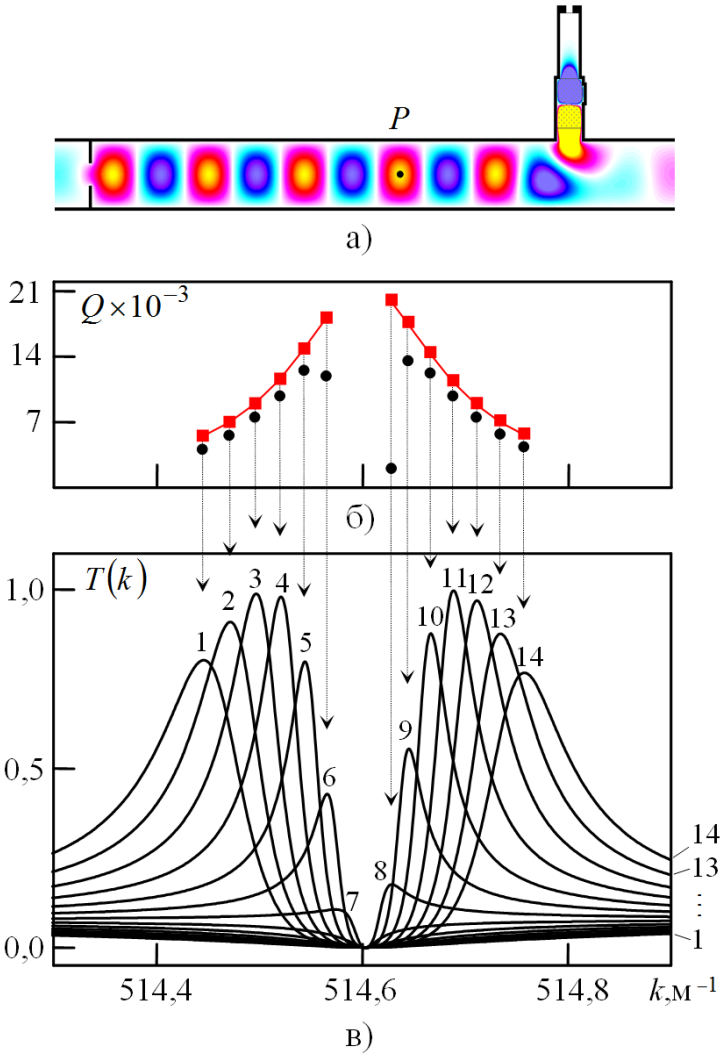


Рис. 11. *Структура стоячих волн, возбуждаемых в резонаторе, показанном на рис.* 9, *на частотах, соответствующих максимумам* $T(k)$ (*а*). *Добротности* Q *соответствующих колебаний* (*б*), *рассчитанные по ширине спектральной линии* (22) (*кружочки*) *и по формуле* (26) (*квадратики*). *Коэффициент прохождения* $T(k)$ *через резонатор* (*в*). *Номера* 1, 2, ..., 14 *соответствуют значениям* $L=75.2,\ldots,73.9$ *мм.*

Исследуем теперь динамику накопления энергии в таком резонаторе. Выберем сначала четыре конфигурации накопительного объема: при $L=75.0$ мм (кривая 3 на рис. 11), $L=74.8$ мм (кривая 5), $L=74.4$ мм (кривая 9) и $L=74.2$ мм (кривая 11). Первый и последний из этих резонаторов настроены так, что максимум коэффициента прохождения T равен примерно 1. Частоты, соответствующие максимумам $T(k)$ этих резонаторов, равны 514.4975, 514.545, 514.646 и 514.690 м$^{-1}$. Режим отражения, как уже указывалось выше, во всех четырех случаях реализуется на частоте 514.604 м$^{-1}$. Возбудим эти четыре резонатора узкополосными импульсами (18) с k_c равным перечисленным выше значениям, а $A=1$, $t_0=0$, $t_1=0.1$, $t_2=249.9$, $t_3=250$ м.

Выберем точку наблюдения поля P в максимуме седьмого (отсчитывая от диафрагмы) «пятна» стоячей волны (рис. 11(а)) и построим зависимости электрической компоненты поля от времени в этой точке (рис. 12) при возбуждении резонаторов на частоте максимума коэффициента пропускания (левая колонка

графиков) и полного запирания (правая колонка). В первом случае амплитуды стоячих волн нарастают монотонно и в установившемся режиме достигают значений, указанных на графиках стрелками. Они значительно превышают амплитуду стоячей волны, образованной при отражении от одиночного волноводного переключателя (рис. 6(а)), что позволяет в принципе использовать любой из рассматриваемых резонаторов в качестве накопителя энергии в активных компрессорах мощности.

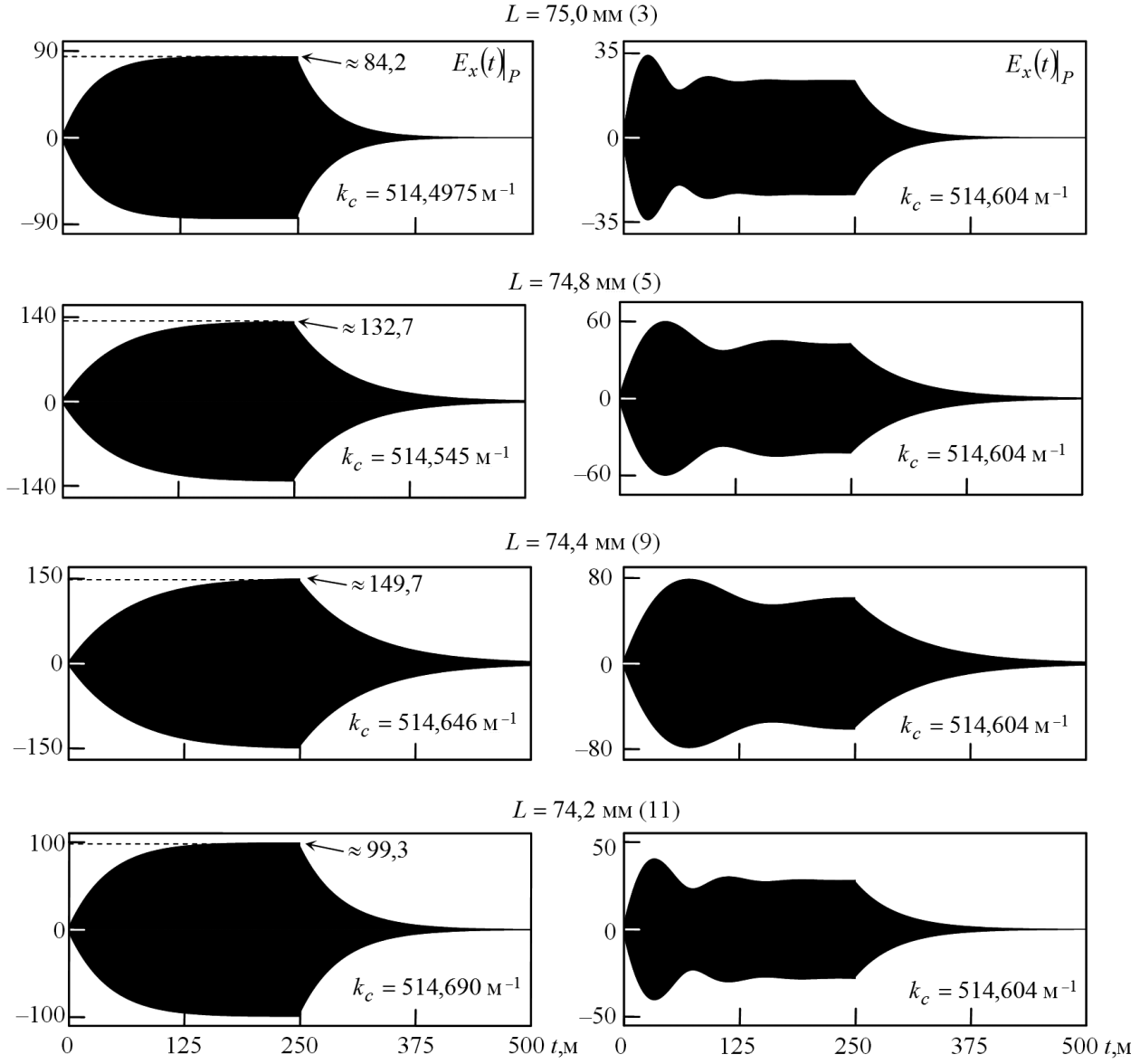


Рис. 12. *Электрическое поле в точке наблюдения* P *(см. рис.* 11(*а*)) *для четырех резонаторов с различной длиной* L *в режиме резонансного прохождения волны* TE_1 (*левая колонка графиков*) *и ее полного отражения* (*правая колонка*). *В скобках указан номер кривой* $T(k)$ *на рис.* 11, *соответствующей указанному значению* L. *Накачка импульсом* (18) *длительностью* 250*м на частоте* k_c, *приведенной на каждом графике.*

Во втором случае (правая колонка графиков) огибающие $E_x(t)|_P$ в режиме накопления (т.е. при $t < 250$ м) испытывают биения, что свидетельствует о том, что все четыре рассматриваемые конфигурации накопительного резонатора не настроены точно на частоту 514.604 м$^{-1}$, хотя и реализуют на этой частоте полное отражение. Амплитуды стоячих волн здесь также превышают амплитуду волны, показанной на рис. 6(а), но могут быть еще увеличены путем более прецизионной настройки резонатора.

Такая настройка является непростой задачей даже в рамках сугубо численного эксперимента. В первую очередь из-за того, что для режима полного отражения трудно подобрать физический параметр, частотная зависимость которого имела бы привычный ярко выраженный резонансный пик. В некоторой степени эту проблему помогает решить зависимость добротности рабочего колебания от частоты (рис. 11(б)), однако на практике точное измерение добротности сопряжено с определенными трудностями. Так, например, определение Q по ширине спектральной линии (см. (22)) дает слишком большую погрешность вблизи

частоты полного отражения (рис. 11(б)). Определение Q по времени релаксации колебаний (см. (26)) значительно усложняет как численный, так и натурный эксперимент. Анализируя данные, приведенные на рис. 11 (а также на рис. 12), можно предположить, что на частоте (34) исследуемый резонатор возбуждается наиболее эффективно при значении L, лежащем между 74.5 мм (кривая 8 на рис. 11(в)) и 74.6 мм (кривая 7), и этому режиму соответствует максимум добротности рабочего колебания.

Для того чтобы проверить это предположение в численном эксперименте, модифицируем конструкцию накопительного резонатора. Варьировать его длину L с шагом меньшим 0.1 мм нерационально, как с точки зрения численного моделирования (мелкий шаг сетки, большое время счета и пр.), так и с точки зрения возможного проведения натурных экспериментов (сложность точной юстировки подвижной стенки резонатора). Разумное решение — использовать еще один подстроечный поршень в боковой стенке волновода (рис. 13(а)), который позволит прецизионно менять объем резонатора, не перемещая торцевую стенку с щелью связи.

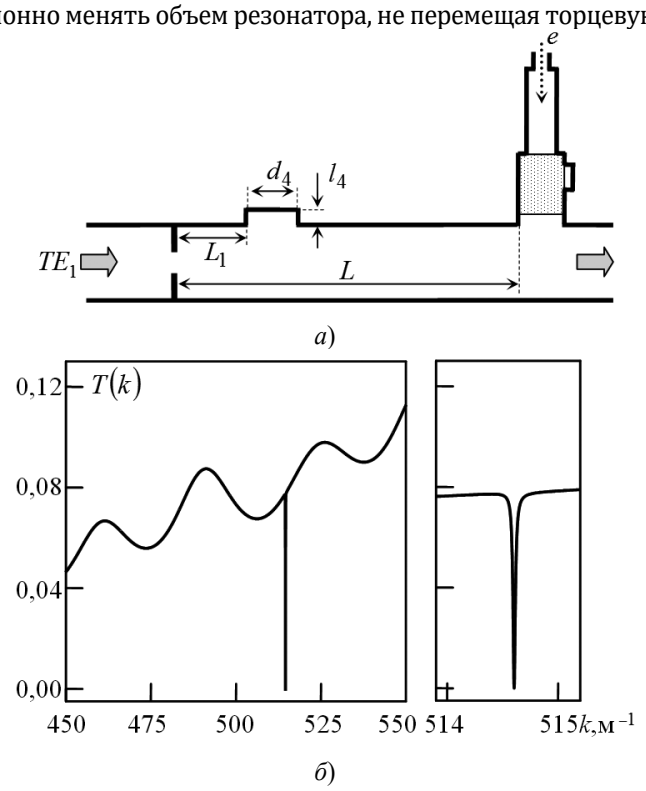


Рис. 13. *Схема накопительного резонатора (не в масштабе) с двумя подстроечными поршнями (а), и коэффициент прохождения $T(k)$ волны TE_1 при $L=74.5$, $L_1=16.8$, $d_4=3.8$ и $l_4=0.2$ мм (б). Остальные параметры указаны в тексте.*

Выберем длину резонатора $L=74.5$ мм. Для него максимум коэффициента прохождения $T(k$ равен примерно 0.176 и лежит справа от частоты запирания (34). Увеличивая резонансный объем с помощью локального расширения волновода, размером $l_4 \times d_4$ на расстоянии L_1 от диафрагмы, сдвигаем этот максимум влево по оси частот k до тех пор, пока этот максимум не исчезнет. После небольшого итеративного поиска находим один из возможных наборов искомых параметров: $L_1=16.8$, $d_4=3.8$ и $l_4=0.2$ мм. Коэффициент прохождения через такой резонатор с двумя подстроечными поршнями показан на рис. 13(б). (График справа — увеличенный фрагмент левого графика.) Дальнейшее увеличение резонансного объема приводит к появлению этого максимума, но уже слева от частоты 514.604 м$^{-1}$.

Проверим теперь работу такого накопителя в динамическом режиме. Для этого используем сигнал $u_1^{inc}(t)=f_{narrow}(t)$ с параметрами $A=1$, $t_0=0$, $t_1=0.1$, $t_2=499.9$, $t_3=500$ м и $k_c=514.604$ м$^{-1}$ (рис. 14(а)). На рис. 14(б, в) показаны амплитуды отраженной $u_1^{refl}(t)$ и прошедшей $u_1^{tran}(t)$ через такой резонатор волн, на рис. 14(г) — электрическое поле $E_x(t)\big|_p$ в середине седьмого «пятна» стоячей волны (см. рис. 11(а)). Видно, что амплитуда стоячей волны (примерно равная 187.7), возбужденной в таком резонаторе, в установившемся режиме значительно превышает амплитуды стоячих волн, представленных на рис. 12, что делает такой резонанс самым привлекательным для накопления энергии. Оценка добротности, выполненная с помощью расчета времени релаксации колебания (26), дает величину $Q \approx 20300$, которая соответствует максимуму кривой Q $\tilde{k}_{res}$ ($\tilde{k}_{res}$ — резонансная частота), показанной на рис. 11(б) квадратиками.

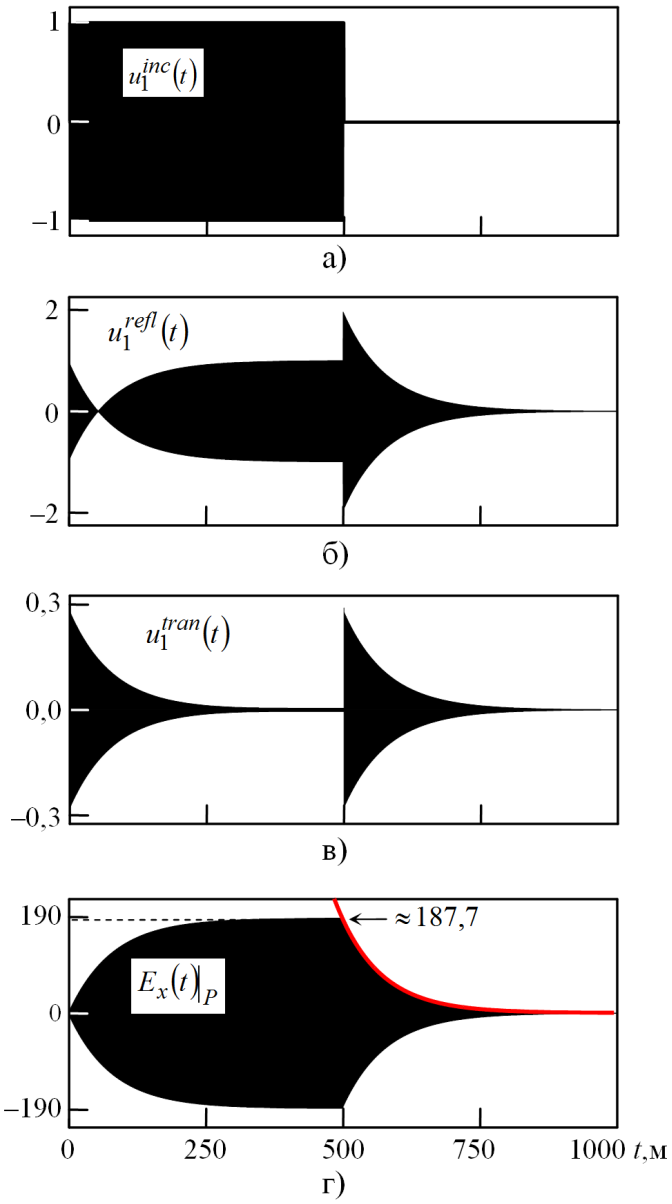


Рис. 14. *Результат численного моделирования переходных процессов в резонаторе, показанном на рис.* 13, *при возбуждении его квазимонохроматической волной:* (*а*) *временной профиль импульса накачки,* (*б*) *отраженной волны,* (*в*) *прошедшей волны,* (*г*) *поле в точке наблюдения* P *в максимуме седьмой пучности стоячей волны* (*см. рис.* 11(*а*)). *Параметры:* $L_1 = 16.8$, $d_4 = 3.8$ *и* $l_4 = 0.2$ *мм. Красным выделена экспоненциальная огибающая, по параметрам которой определялась добротность рабочего колебания.*

При наличии «идеального» переключателя, способного открыть такой волноводный резонатор за время много меньше периода рабочего колебания, две парциальные составляющие стоячей волны высветятся в отводящий волновод в виде импульса из двадцати полуволн с огибающей, близкой к прямоугольной, и амплитудой колебаний электрической компоненты поля $E_x(t)$, равной примерно $187.7/2 \approx 93$. Амплитуда $E_x(t)$ в импульсе накачки равнялась $\sqrt{200}$ (см. (1), (3)), что дает оценку для потенциально достижимого коэффициента усиления по пиковой мощности

$$\eta \approx \left(93/\sqrt{200}\right)^2 \approx 43 \qquad (36)$$

или приблизительно 16 дБ.

Использование ключа, синтезированного в настоящей модели, дает большее значение усиления за счет того, что часть энергии в запирающем расширении высвечивается в отводящий волновод вместе с импульсом, сформированным в основной части накопительного резонатора. При этом огибающая сформированного импульса перестает быть прямоугольной, а его длительность увеличивается (см. ниже).

5. Компрессия импульса

Резонатор, характеристики которого приведены на рис. 14, готов к моделированию компрессии импульса стороннего источника. Зададим законы изменения $\sigma_2(t)$ такие же, какие использовались при моделировании работы одиночного ключа (рис. 8), т.е. $\Delta = 0.06$ м и $\sigma_{max} = 10^1$, 10^2, 10^3 и 10^4 См/м. Момент начала переключения полагаем $t_{beg} = 450$ м (или примерно 1.5 мкс),— к этому времени переходные процессы в резонаторе в целом заканчиваются (рис. 14), и амплитуда стоячей волны в резонаторе уже практически не нарастает. Импульс накачки — такой же, как и в эксперименте с резонатором, настроенным на частоту полного отражения (рис. 14(а)). Его поток вектора Пойнтинга через сечение волновода $P^{inc}(t)$ имеет прямоугольную огибающую с горизонтальным участком на уровне примерно 2.107792×10^{-3}.

На рис. 15 представлены рассчитанные временные профили сжатых импульсов (левая колонка графиков) и их потоки вектора Пойнтинга (правая колонка) через поперечное сечение волновода, совпадающее с виртуальной границей расчетного пространства.

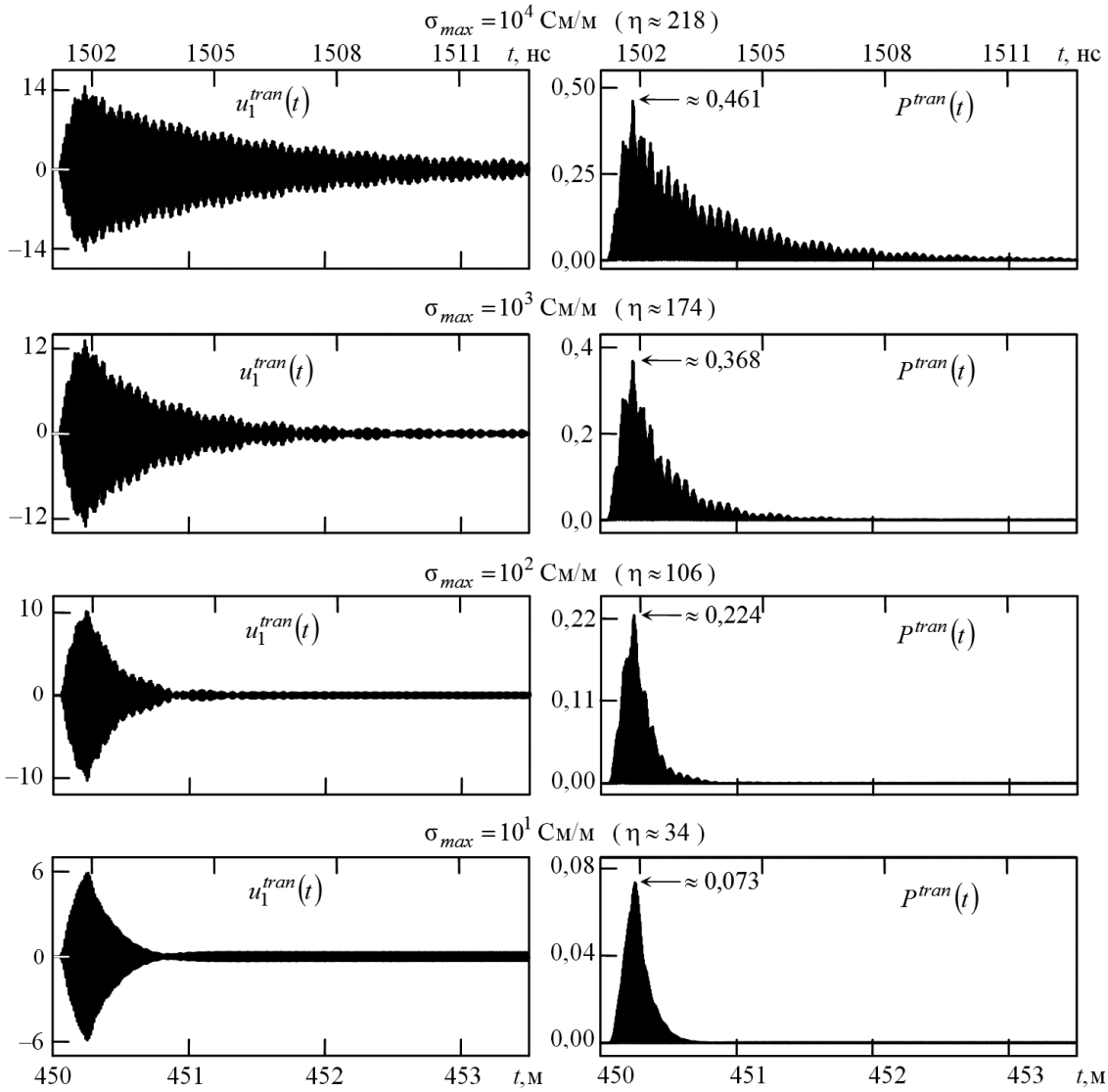


Рис. 15. *Временной профиль сжатых в компрессоре импульсов (левая колонка графиков) и их потоки вектора Пойнтинга через сечение волновода (правая колонка).*

Там же приведены достигнутые значения коэффициента усиления по пиковой мощности η. Видно, что этой величиной можно эффективно управлять, подбирая значение удельной проводимости σ_{max}. Форма огибающей сжатых импульсов имеет сравнительно короткий передний фронт и протяженный экспоненциально затухающий задний, что, как правило, и наблюдается в натурных экспериментах [9–11, 39–41]. Длительность каждого импульса намного превышает время двойного пробега резонатора, что свидетельствует о слишком долгих переходных процессах в ключе (см. рис. 8). Дальнейшая оптимизация конструкции переключателя может привести к уменьшению этого параметра.

Осцилляции в огибающей сжатых импульсов, которые наблюдаются при больших σ_{max} ($\sigma_{max} > 10^1$ См/м), обусловлены интерференцией волн, выходящих из накопительного резонатора и переключателя. Кроме этого, в сформированном импульсе присутствуют высшие моды, сгенерированные переходным процессом $\sigma(t)$, вклад которых тем больше, чем больше σ_{max}.

В [42] представлены несколько видеофайлов, в которых визуализирована динамика волновых полей при переходе рассматриваемого резонатора в режим сброса накопленной энергии.

Заключение

В настоящей работе методом строгого математического моделирования изучены нестационарные процессы в волноводном резонаторе, ограниченном с одной стороны индуктивной диафрагмой, а с другой — запирающим волноводным расширением в H-плоскости оригинальной конструкции.

Показано, что в таком резонаторе колебание с заданным числом пучностей поля можно эффективно возбудить как в режиме резонансного прохождения импульса накачки, так и в режиме его резонансного отражения. Наиболее привлекательным при конструировании активных компрессоров мощности является настройка резонатора в режим полного отражения. В этом случае рабочее колебание обладает наибольшей добротностью, а его стоячая волна — наибольшей амплитудой. Для выполнения настройки резонатора в любой из режимов работы требуется точное согласование геометрических размеров накопительного отрезка волновода и запирающего расширения (интерференционного ключа). На практике такое согласование может быть выполнено с помощью двух подстроечных поршней.

Проведенные численные эксперименты продемонстрировали возможность эффективного сжатия импульса внешнего генератора как при настройке накопительного резонатора в режим резонансного прохождения, так и в режим отражения. Полученные значения коэффициента усиления пиковой мощности и формы сжатых импульсов в целом соответствуют тем, что фиксируются в натурных экспериментах. При этом остается актуальной задача дальнейшей оптимизации геометрических и электрических параметров всех составных элементов рассмотренного накопительного резонатора. В первую очередь это касается конструкции интерференционного переключателя. Возможность переводить такой переключатель из закрытого состояния в открытое за времена порядка периода рабочего колебания позволит получать сжатые импульсы с минимально возможной длительностью и огибающей, близкой к прямоугольной.

В заключение автор выражает благодарность С. Н. Артеменко (Томский политехнический университет) за обсуждение и конструктивную критику результатов, полученных в настоящей работе.

Список литературы

1. *Девятков Н. Д., Диденко А. Н., Замятина Л. Я., Разин С. В., Юшков Ю. Г.* Формирование мощных импульсов при накоплении СВЧ-энергии в резонаторе // Радиотехника и электроника. 1980. № 6. С. 1227–1230.
2. *Alvarez, R. A., Birx, D., Byrne, D., Mendonca, M., and Johnson, R. M.* Generation of High-Power Microwave Pulses Using a Spherical Superconducting Cavity and Interference-Type Switch // IEEE Transactions on Magnetics. 1981. Vol. MAG-17. No. 1. P. 935–938.
3. *Артеменко С. Н., Каминский В. Л., Юшков Ю. Г.* Накопление и вывод энергии на волне из цилиндрического резонатора // Журнал технической физики. 1986. Т. 56. № 7. С. 1424–1425.
4. *Вихарев А. Л., Горбачев А. М., Иванов О. А., Исаев В. А., Кузиков С. В., Колыско А. Л., Петелин М. И.* Активный компрессор СВЧ-импульсов на осесимметричной моде круглого волновода // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. № 20. С. 6–11.
5. *Вихарев А. Л., Горбачев А. М., Иванов О. А., Исаев В. А., Кузиков С. В., Хришфилд Дж.Л., Нежевенко О. А., Голд С. Х., Кинкид А. К.* Исследование активных СВЧ компрессоров, возбуждаемых излучением магникона на частоте 11,4 ГГц // Известия вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46. № 8–9. С. 897–905.
6. *Vikharev, A. L., Gorbachev, A. M., Ivanov, O. A., Isaev, V. A., Kuzikov, S. V., Lobaev, M. A., Hirshfield, J. L., Gold, S. H., and Kinkead, A. K.* High Power Active X-Band Pulse Compressor Using Plasma Switches // Physical Review Special Topics — Accelerators and Beams. 2009. N.12. P. 062003–1–062003–12.
7. *Beilin, L., Shlapakovski, A., Donskoy, M., Hadas, Y., Dai, U., and Krasik, Ya.E.* Fast-Framing Optical Imaging of Plasma Formationin Resonant Microwave Pulse Compressor // IEEE Transactions on Plasma Science. 2014. Vol. 42. N.5. P. 1346–1352.
8. *Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А.* Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности. К.: Наук. думка, 1986. 216 с.
9. *Августинович В. А., Артеменко С. Н., Дьяченко В. Ф., Каминский В. Л., Новиков С. А., Юшков Ю. Г.* Исследование переключателя С.В.Ч.-компрессора с коммутацией в круглом волноводе // Приборы и техника эксперимента. 2009. № 4. С. 106–109.
10. *Артеменко С. Н., Августинович В. А., Артеев М. С.* Синхронный вывод СВЧ-энергии из резонаторов через пакет интерференционных переключателей // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. Вып.23. С. 26–33.
11. *Августинович В. А., Артеменко С. Н., Горев С. А., Новиков С. А., Юшков Ю. Г.* Управляемый вывод СВЧ-энергии из резонатора // Известия высших учебных заведений Физика. 2014. Т. 57. № 12/2. С. 96–100.
12. *Саусворт Дж.,* К. Принципы и применения волноводной передачи.М.: Советское радио, 1955. 700 с.
13. *Августинович В. А., Артеменко С. Н.* Влияние процесса коммутации на формирование наносекундных радиоимпульсов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1993. Т. 36. № 9. С. 933–942.
14. *Артеменко С. Н.* Анализ процессов накопления и вывода СВЧ-энергии в многомодовых резонаторах // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. Вып.8. С. 1184–1194.

15. *Артеменко С. Н., Самойленко Г. М.* Коэффициент усиления и коэффициент полезного действия сверхпроводящего сверхвысокочастотного компрессора с коммутирующим резонатором в интерференционном переключателе // Известия вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59. № 6. С. 520–528.
16. *Taflove, A., Hagness, S. C.* Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method. Boston, London: Artech House, 2000. 872 p
17. *Ivanov, O. A. Isaev, V. A., Lobaev, M. A., Vikharev, A. L., and Hirshfield, J. L.* A Resonance Switch Employing an Explosive-Emission Cathode for High-Power rf Pulse Compressors // Applied Physics Letters. 2010. Vol. 97. Iss.3. P. 031501–1–031501–3.
18. *Ivanov, O. A., Lobaev, M. A., Vikharev, A. L., Gorbachev, A. M., Isaev, V. A., Hirshfield, J. L., Gold, S. H., and Kinkead, A. K.* Active Microwave Pulse Compressor Using an Electron-Beam Triggered Switch // Physical Review Letters. 2013. Vol. 110. Iss. 11. P. 115002–1–115002–5.
19. *Кравченко В. Ф., Сиренко Ю. К., Сиренко К. Ю.* Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов. М.: Физматлит, 2011. 320 с.
20. *Sirenko, Yu., Velychko, L. G.* (Eds) Electromagnetic Waves in Complex Systems: Selected Theoretical and Applied Problems. New York: Springer. 2016. 446 p.
21. *Перов А. О., Сиренко Ю. К.* Точные условия для виртуальных границ в начально-краевых задачах теории рассеяния волн // Электромагнитные волны и электронные системы. 2000. Т. 5. № 3. С. 25–40.
22. *Sirenko, Yu.K.* Exact 'Absorbing' Conditions in Outer Initial Boundary-Value Problems of the Electrodynamics of Nonsinusoidal Waves. Part 2: Waveguide Units and Periodic Structures // Telecommunications and Radio Engineering. 2002. Vol. 57. Iss.12. P. 1–30.
23. *Сиренко К. Ю., Сиренко Ю. К.* Точные «поглощающие» условия в начально-краевых задачах теории открытых волноводных резонаторов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. Т. 45. № 3. С. 509–525.
24. *Shafalyuk, O., Smith, P., and Velychko, L.* Rigorous Substantiation of the Method of Exact Absorbing Conditions in Time-Domain Analysis of Open Electrodynamic Structures // Progress in Electromagnetic Research. B. 2012. Vol. 41. P. 231–249.
25. *Sirenko, K., Pazynin, V., Sirenko, Y., and Bagci, H.* An FFT-Accelerated Scheme with Exact Absorbing Conditions for Characterizing Axially Symmetric Resonant Structures // Progress in Electromagnetics Research. 2011. Vol. 111. P. 331–364.
26. *Пазынин В. Л., Сиренко К. Ю., Сиренко Ю. К., Яшина Н. П.* Точные поглощающие условия в начально-краевых задачах вычислительной электродинамики. Обзор // Физические основы приборостроения. 2017. Т. 6. № 4(26). С. 2–33.
27. *Левин Л.* Теория волноводов. Методы решения волноводных задач. М.: Радио и связь, 1981. 312 с.
28. *Миттра Р.,* Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М.: «МИР», 1974. 327 с.
29. *Сиренко Ю. К., Вязьмитинова А. И., Пазынин В. Л., Сиренко Ю. К.* Численное моделирование электродинамических характеристик // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т. 12. № 1. С. 24–34.
30. *Кравченко В. Ф., Пазынин В. Л., Сиренко К. Ю., Сиренко Ю. К.* Плоские задачи электродинамики несинусоидальных волн для компактных открытых резонаторов с волноводной питающей линией. Решетки как диаграммообразующие структуры // Электромагнитные волны и электронные системы. 2009. Т. 14. № 6. С. 4–20.
31. *Kuzmitchev, I. K., Melezhyk, P. M., Pazynin, V. L., Sirenko, K.Yu., Sirenko, Yu.K., Shafalyuk, O. S., and Velychko, L. G.* Model Synthesis of Enrgy Compressors // Радиофизика и электроника. 2008. Т. 13. № 2. С. 166–172.
32. *Sirenko, K., Pazynin, V., Sirenko, Y., and Bagci, H.* Compression and Radiation of High-Power Short rf Pulses. I. Energy Accumulation in Direct-Flow Waveguide Compressors // Progress in Electromagnetics Research. 2011. Vol. 116. P. 239–270.
33. *Sirenko, K., Pazynin, V., Sirenko, Y., and Bagci, H.* Compression and Radiation of High-Power Short rf Pulses. II. A Novel Antenna Array Design with Combined Compressor/Radiator Elements // Progress in Electromagnetics Research. 2011. Vol. 116. P. 271–296.
34. *Pazynin, V. L.* Simulation of the Characteristics of an Active Microwave Power Compressor // Telecommunications and Radio Engineering. 2017. Vol. 76. Iss.12. P. 1033–1047.
35. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.
36. *Мэйтлэнд А., Данн М.* Введение в физику лазеров. М.: Наука, 1978. 408 с.
37. *Birx, D. L., Scalapino, D. J.* Microwave Energy Compression Using a High-Intensity Electron Beam Switch. Journal of Applied Physics. 1980. Vol. 51. Iss.7. P. 3629–3631.
38. *Вихарев А. Л., Вихарев А. А., Горбачев А. М., Иванов О. А., Исаев В. А., Кузиков С. В., Лобаев М. А.* Резонансный фазоинвертор миллиметрового диапазона длин волн, переключаемый пучком электронов // Журнал технической физики. 2009. Т. 79. Вып.11. С. 86–92.
39. *Ivanov, O. A., Isaev, V. A., Lobaev, M. A., Vikharev, A. L., Hirshfield, J. L.* High Power Microwave Switch Employing Electron Beam Triggering with Application to Active RF Pulse Compressors // Physical Review Special Topic — Accelerators and Beams. 2011. Vol. 14. Iss. 6. P. 061301–1–061301–8.
40. *Лобаев М. А., Иванов О. А., Вихарев А. Л., Горбачев А. М., Исаев В. А.* Исследование взаимодействия пучка электронов с сильным высокочастотным полем в волноводном переключателе мощного сверхвысокочастотного компрессора // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2015. Т. 58. № 11. С. 913–922.
41. *Августинович В. А., Артеменко С. Н., Шлапаковский А. С.* Резонансные сверхвысокочастотные компрессоры с перестройкой частоты // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 6. С. 756–768.
42. Визуализация динамики волновых полей*: https://drive.google.com/open?id=1zKtcm9CpQR9ney32OVQl7fOZIOQHXN0l

Поступила 15 сентября 2018.

*

STRICT ELECTROMAGNETIC MODEL OF ACCUMULATION RESONATOR OF AN ACTIVE MICROWAVE POWER COMPRESSOR

V.L. PAZYNIN

doi: 10.25210/jfop-1803-086107

In this paper, the transient processes in a resonator which is a segment of a plane-parallel (rectangular) waveguide bounded by an inductive diaphragm on the one hand and by a waveguide extension of the original structure on the other one are investigated using a numerical simulation method. Such resonators are in great demand when creating active microwave power compressors, but rigorous mathematical modeling of the wave processes in them is at the initial stage nowadays. The main difficulty is the solution of the problems of wave diffraction by waveguide inhomogeneities containing active elements, i.e., the elements whose electrical parameters vary over time. In this work, for these purposes, we use the finite-difference method in time domain, and with it we construct the solution of initial-boundary value problems in regions bounded by the walls of a waveguide node and virtual boundaries defined in the cross sections of semi-infinite waveguides. The exact absorbing conditions utilization on the virtual boundaries leads to the solution that is equivalent to the solution of the open problem domain of analysis, i.e., the domain which contains an infinitely remote point. The original prototype of the accumulation resonator of an active power compressor is synthesized within the numerical experiments based on such approach. It is shown that the most efficient energy accumulation in the resonator is achieved when it is set to the full (resonant) reflection mode of the pumping wave. For this regime, the time profiles of the compressed pulses and peak power gains are calculated, which qualitatively correspond to the known experimental data.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В базу данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

ИНФОРМАЦИЯ

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ, В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ТЕХНОСФЕРА» ВЫШЛИ МОНОГРАФИИ

Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В. *Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами.* ***М.: Техносфера, 2018. 182с. ISBN 978-5-94836-506-0***

Под редакцией заслуженного деятеля науки РФ,

доктора физико-математических наук, профессора В.Ф. Кравченко

Аннотация

Монография посвящена исследованию, развитию и разработке методов анализа физических систем на основе теорий атомарных, R– и WA– систем функций, построению алгоритмов обработки и моделирования процессов дистанционного зондирования и радиоастрономии с целью улучшения физических характеристик передачи, восстановления и распознавания многомерных сигналов. Рассматриваются новые весовые функции (окна) и фильтры с конечной импульсной характеристикой на их основе, а также ортогональные и аналитические вейвлеты. Исследована обобщенная теорема отсчетов на основе атомарных функций и её частные случаи. Разработан алгоритм синтеза многомерных функций с произвольной геометрией опорной области. Предложено и обосновано обобщение функции неопределенности по времени и частоте применительно к анализу сложных зондирующих сигналов.

Книга предназначена для научных работников, аспирантов и студентов, работающих в области цифровой обработки сигналов применительно к современным задачам радиофизики и радиотехники.

Кравченко В.Ф., Кравченко О.В. *Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники.* ***М.: Техносфера, 2018. 696с. ISBN 978-5-94836-518-3***

Под редакцией заслуженного деятеля науки РФ,

доктора физико-математических наук, профессора В.Ф. Кравченко

Аннотация

В монографии изложены конструктивные методы алгебры логики, теория R-функций (функций В.Л. Рвачева), атомарных функций (АФ), вейвлетов, WA-систем функций и фракталов применительно к задачам современной физики и техники. Теория R-функций, содержащая в себе идеи булевой алгебры и аналитической геометрии, представляет собой универсальный математический аппарат, позволяющий в неявном виде получать уравнения границ областей произвольной геометрии. На основе этих уравнений осуществляется построение структур решения краевых задач в областях сложной формы, т.е. таких аналитических выражений, которые априори удовлетворяют заданным краевым условиям. Структуры решения зависят от неопределенных компонент, находящихся из условия минимизации функционала Ритца или одним из проекционных методов.

В главах 1–4 и приложениях описаны алгоритмы и приведены многочисленные примеры решения различных типов внешних и внутренних краевых задач электростатики и электродинамики в областях сложной формы. В главе 5 рассмотрено построение новых ортогональных вейвлетов Кравченко на основе атомарных функций. Глава 6 посвящена построению новых конструкций ортогональных вейвлетов на основе АФ $h_a(x)$. Обосновано обобщение функции неопределенности (ФН) по времени и частоте на основе семейства АФ применительно к цифровой обработке сигналов в антенных системах. Исследован новый класс аналитических вейвлетов Кравченко–Рвачева (АКР-вейвлетов). В главе 7 предложен и обоснован новый метод решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа на основе R-функций и вейвлетов применительно к волноводам сложного поперечного сечения. В главе 8 и приложении к ней построен и обоснован новый класс фрактальных функций с учетом специфических свойств атомарных функций. Впервые получены новые синтезированные атомарно-фрактальные функции в комбинациях с классическими фрактальными функциями. Проведен численный эксперимент для одномерных, двумерных и кольцевых фрактальных антенных решеток.

Монография представляет интерес для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов радиофизических и радиотехнических специальностей, а также специалистов, работающих в области вычислительной математики и физики. Рукопись монографии Кравченко В.Ф., Кравченко О.В. «Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники» была рассмотрена на заседании Ученого совета Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН 25 декабря 2015 года (выписка из протокола № 7) и рекомендована к опубликованию.

При оформлении обложки использована иллюстрация знаменитой шахматной партии (Р. Фишер — М. Тайманов, Ванкувер, 1971), комментарий см. на стр. 695.

мир
цифровой
обработки

В.Ф. КРАВЧЕНКО,
Д.В. ЧУРИКОВ

Цифровая обработка
сигналов атомарными
функциями и вейвлетами

КРАВЧЕНКО ВИКТОР ФИЛИППОВИЧ – ЗАСЛУЖЕННЫЙ ДЕЯТЕЛЬ НАУКИ РФ, Д.Ф.-М.Н., ПРОФЕССОР, ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ ИМ. В. А. КОТЕЛЬНИКОВА РАН, НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЦЕНТР УНИКАЛЬНОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ РАН, МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

ЧУРИКОВ ДМИТРИЙ ВИКТОРОВИЧ – К.Ф.-М. Н., ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ ИМ. В. А. КОТЕЛЬНИКОВА РАН, НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ЦЕНТР УНИКАЛЬНОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ РАН, МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ) РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

- ИССЛЕДОВАНИЕ, РАЗВИТИЕ И РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ АНАЛИЗА ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ТЕОРИЙ АТОМАРНЫХ
- R- И WA-СИСТЕМ ФУНКЦИЙ
- ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ И РАДИОАСТРОНОМИИ В ЦЕЛЯХ УЛУЧШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕДАЧИ
- ВОССТАНОВЛЕНИЯ И РАСПОЗНАВАНИЯ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

ISBN 978-5-94836-365-9
9 785948 363659

ТЕХНОСФЕРА

Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами

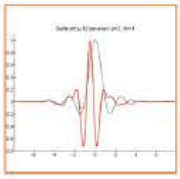
МИР цифровой обработки

XI ◆ 15

МИР цифровой обработки

В.Ф. КРАВЧЕНКО,
Д.В. ЧУРИКОВ

Цифровая обработка
сигналов атомарными
функциями и вейвлетами



ТЕХНОСФЕРА

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

ISBN 978-5-94836-518-3
9 785948 365183

ТЕХНОСФЕРА

В.Ф. Кравченко
О.В. Кравченко

КОНСТРУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ, АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ, ВЕЙВЛЕТОВ, ФРАКТАЛОВ В ЗАДАЧАХ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ

В.Ф. Кравченко, О.В. Кравченко

КОНСТРУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ, АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ, ВЕЙВЛЕТОВ, ФРАКТАЛОВ В ЗАДАЧАХ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ

ISSN 2225-4293

9 772225 429003 >

http://jfop.ru
http://dx.doi.org/10.25210/jfop-1803