ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

ISSN: 2225-4293

2017. Том 6. № 1 (23)

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ. 2017. Т. 6. № 1 (23)

Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

Учредители: Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Кравченко Виктор Филиппович, Пустовойт Владислав Иванович

Издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

Журнал зарегистрирован 15 февраля 2000 г. Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовой информации

Свидетельство о регистрации ПИ № 77–1685

Физические Основы Приборостроения

2017. Том 6. № 1 (23)

doi: 10.25210/jfop-1701 **ISSN 2225–4293**

Журнал «**Физические основы приборостроения**» включен:
- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В список журналов базы данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Пустовойт В.И., гл. редактор, академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Кравченко В.Ф., зам. гл. редактора, д.ф.–м.н., проф.
Боголюбов А.Н., д.ф.–м.н., проф.
Боритко С.В., д.ф.–м.н., проф.
Быков А.А., д.ф.–м.н.
Виноградов Е. А., член-корр. РАН, д.ф.–м.н., проф.
Гуляев Ю. В., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Дианов Е. М., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Дмитриев А. С., д.ф.–м.н., проф.
Жижин Г.Н., д.ф.–м.н., проф.
Компанец О.Н., д.ф.–м.н., проф.
Крохин О.Н., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Крюковский А.С., д.ф.–м.н., проф.
Кутуза Б.Г., д.ф.–м.н., проф.
Лукин Д.С., д.ф.–м.н., проф.
Мазур М.М., д.т.н.
Морозов А.Н., д.ф.–м.н., проф.
Панас А.И., д.ф.–м.н., проф.
Пожар В.Э., д.ф.–м.н.
Садовничий В.А., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Самохин А.Б., д.ф.–м.н., проф.
Сидняев Н.И., д.т.н., проф.
Синявский Г.П., д.ф.–м.н., проф.
Татаренко Н.И., д.ф.–м.н.
Федоров И. Б., академик РАН, д.т.н., проф.
Холодов А.С., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Шатров А.Д., д.ф.–м.н.

ЗАРУБЕЖНЫЕ ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

Буц В.А., д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Волосюк В.К., д.т.н., проф. (Украина)
Загородний А.Г., академик НАН Украины, иностранный член РАН, д.ф.–м.н., профессор (Украина)
Кобаяши К., проф. (Япония)
Кураев А.А., д.ф.–м.н., проф. (Беларусь)
Луценко В. И., д.ф.–м.н., (Украина)
Мартиросян Р.М., академик НАН Республики Армения, иностранный член РАН, д.ф.-м.н.. проф. (Республика Армения)
Мележик П.Н., член-корр. НАН Украины, д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Миттра Р., проф. (США)
Павликов В.В., д.т.н., (Украина)
Перес-Меана Э., проф. (Мексика)
Пономарев В.И., д.т.н., проф. (Мексика)
Ра Д., проф. (Корея)
Фисун А.И., д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Хашимото М., проф. (Япония)
Яковенко В.М., академик НАН Украины, д.ф.–м.н., проф. (Украина)

EDITORIAL BOARD

Pustovoit, V. I., Editor-in-Chief, Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Kravchenko, V. F., Deputy Editor-in-Chief, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Bogolyubov, A.N., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Boritko, S. V., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Bykov, A.A., Dr. Sci. (Phys.– Math.)
Vinogradov, E. A., Corresponding Member of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Gulyaev, Yu.V., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Dianov, E. M., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Dmitriev, A.S., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Zhizhin, G. N., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Kompanets, O. N., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Krohin, O. N., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Krukovsky, A. S., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Kutuza, B. U., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Lukin, D.S., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Mazur, M. M., Dr. Sci. (Techn.)
Morozov, A. N., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Panas, A.I., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Pozhar, V. E., Dr. Sci. (Phys.– Math.)
Sadovnichiy, V.A., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Samokhin, A.B., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Sidnayev, N.I., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Synyavskiy, G.P., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Tatarenko, N.I., Dr. Sci. (Phys.– Math.)
Fedorov, I. B., Academician of RAS, Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Holodov, A. S., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof.
Shatrov, A.D., Dr. Sci. (Phys.– Math.)

FOREIGN EDITORIAL BOARD MEMBERS

Buts, V. A., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Volosyuk, V. K., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Ukraine)
Zagorodny, A. G., Academician NAS of Ukraine, Foreign Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Kobayashi, K., Prof. (Japan)
Kuraev, A. A., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Belarus)
Lutsenko, V. I., Dr. Sci. (Phys.– Math.) (Ukraine)
Martirosyan, R. M., academician of NAS of Republic of Armenia, Foreign Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Republic of Armenia)
Melezhik, P.N., Corresponding Member of NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Mittra, R., Prof. (USA)
Pavlikov, V.V., Dr. Sci. (Techn.) (Ukraine)
Perez-Meana, H., Prof. (Mexico)
Ponomaryov, V. I., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Mexico)
Ra, J-W., Prof. (Korea)
Fisun, A. I., Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)
Hashimoto, M., Prof. (Japan)
Yakovenko, V. M., Academician NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.– Math.), Prof. (Ukraine)

© НТЦ УП РАН, 2017

Адрес редакции: 117342, Москва, ул. Бутлерова, д. 15
www.jfop.ru

Заведующий редакцией: к.ф.–м.н. **Чуриков Д. В.**
Телефон редакции: **8 (495) 334–83–50**
E-mail: **info@jfop.ru**

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

ОБЗОРЫ		**REVIEWS**
Балаханов М. В. Методы и средства измерений дисперсных параметров аэрозолей и взвесей	2	**Balakhanov, M.V.** Methods and Means of Measuring of the Dispersion Parameters of Particles in Aerosols and Suspensions
МЕТОДЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ И РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ		**METHODS OF RADAR AND RADIOMETRIC MEASUREMENTS**
Хунцикер П., Кравченко В. Ф., Морозов А. В., Волосюк Е. В., Волосюк В. К., Жила С. С. Метод голографического построения изображения неоднородностей плотности вещества полупрозрачной среды с использованием плоскопараллельного лазерного излучения	34	**Hunziker, P., Kravchenko, V. F., Morozov, A.V., Volosyuk, E.V., Volosyuk, V.K., and Zhyla, S. S.** Method of Holographic Imaging of Semitransparent Media Inhomogeneities with a Planar Laser Radiation
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ		**MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES**
Пикунов В. М., Родякин В. Е. Влияние радиальной неоднородности полей резонаторов на группирование электронов в многолучевых клистронах	50	**Pikunov, V.M., Rodyakin, V.E.** Influence of RF Field Radial Non-Uniformity in the Cavities on the Bunching Process in Multiple-Beam Klystrons
Безуглов Д.А., Синявский Г.П., Черкесова Л.В., Шаламов Г.Н. Оценка электродинамических характеристик периодических композитных сред на базе ферромагнитных и киральных элементов, а также их комбинаций	55	**Bezuglov, D.A., Sinyavsky, G.P., Cherkesova, L.V., and Shalamov, G.N.** Evaluation of electrodynamic characteristics of periodic composite media on the base of ferromagnetic and chiral elements and also their combinations
НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ		**NEW MATHEMATICAL AND PHYSICAL METHODS**
Буц В. А. Особенности динамики ансамблей линейных и нелинейных осцилляторов	81	**Buts, V.A.** Features Dynamics of Ensembles of Linear and Nonlinear Oscillators
Акимов М.Л., Поляков П.А., Усманов Н.Н. Локальная деформация границы полосового домена полем асимметрично расположенного эллиптического домена	98	**Akimov, M.L., Polyakov, P.A., and Usmanov, N.N.** Local Deformation of Domain Border Shape by the Field of Asymmetrically Localized Elliptical Domain
Ангерман Л., Яцик В.В., Яцик Н.В. Об одном подходе к анализу резонансного рассеяния и генерации волн нелинейными слоистыми и периодическими структурами	106	**Angermann, L., Yatsyk, V.V., and Yatsyk, M.V.** About One Approach to the Analysis of Resonant Scattering and Wave Generation by Nonlinear Layered and Periodic Structures
Правила оформления рукописей	118	**Rules for the Manuscript Design**
НЕКРОЛОГ		**OBITUARY**
Некролог Александру Дмитриевичу Шатрову	120	Alexander D. Shatrov Obituary

doi: 10.25210/jfop-1701

Сдано в набор 17.04.2017. Подписано в печать 25.04.2017.
Формат бумаги 420×297. Печать цифровая. Печатных листов 30.
Тираж 120 экз. Цена договорная.
Отпечатано «ООО DC Print», г. Москва, 3-й Нижнелихоборский проезд, д. 1А, стр. 3, оф. 3.

Все права защищены. Перепечатка материалов журнала невозможна без письменного разрешения редакции.

ОБЗОРЫ

УДК 621.753.38:541.182

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ ДИСПЕРСНЫХ ПАРАМЕТРОВ АЭРОЗОЛЕЙ И ВЗВЕСЕЙ

© Автор, 2017
doi: 10.25210/jfop-1701-002033

Балаханов М. В.— к.ф.- м.н., гл.н.с., Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево. E-mail: balah@vniiftri.ru

Аннотация
Описана система метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей и взвесей, создание и развитие её составных частей. Дан анализ методов и средств измерений дисперсных параметров аэрозолей и взвесей, приведены характеристики эталонной базы, обеспечивающей воспроизведение, поддержание и передачу единиц величин дисперсных параметров аэрозолей и взвесей.

Ключевые слова: *измерения, эталонное оборудование, аэрозоли, суспензии, микро- и наноразмеров частиц, параметры дисперсии*

Abstract
The system of the metrological assurance of the measurements of the disperse parameters of aerosols and suspensions, the creation and development of its component parts are described. The analysis of methods and measurements means for the dispersion parameters of aerosols and suspensions, the characteristics of the Primary national etalons, intended for reproduction, storage and transfer the units of disperse parameters of aerosols and suspensions are given.

Keywords: *measurements, etalon equipment, aerosols, suspensions, micro- and nanosizes particles, dispersion parameters*

Введение

Аэрозоли и взвеси широко используются в таких приоритетных направлениях модернизации российской экономики, как «Технологии создания новых поколений ракетно-космической, авиационной и морской техники», «Нанотехнологии и наноматериалы», «Технологии механотроники и создание микросистемной техники», «Технология создания электронной компонентной базы», «Биомедицинские и ветеринарные технологии жизнеобеспечения, защиты человека и животных». Точные измерения параметров аэрозолей, метрология гидро- и аэровзвесей самым непосредственным образом связаны с решением глобальной проблемы контроля качества сельскохозяйственного сырья, обеспечения безопасности пищевых продуктов. Измерения параметров аэрозолей важны для физических исследований атмосферы (естественные облака, туманы, трансконтинентальные переносы пыли), в экологических исследованиях, для охраны окружающей среды.

Чтобы исключить или минимизировать негативное воздействие как продуктов, так и самих процессов высокотехнологичных производств, чрезвычайно важно контролировать параметры сред, в которой эти процессы происходят. Так жесткий контроль промышленной чистоты (количества частиц в воздушной и технологических средах) — основной фактор, обеспечивающий производство фармпрепаратов и элементов современной электроники в «чистых помещениях».

Аэрозоли — это дисперсные системы с газообразной средой и твердой или жидкой дисперсной фазой. Параметры дисперсной фазы из твёрдых или жидких частиц характеризуются рядом величин, часто определяемых областью применения. Для экологии и промышленной санитарии это обычно массовая концентрация m (масса частиц, содержащихся в единице объёма). Для высокотехнологичных чистых помещений это счётная концентрация N (интегральная величина, определяемая как количество частиц определенного размера, содержащихся в единице объёма). При этом часть параметров может определяться через другие, а часть нет. Например, массовая концентрация может быть определена через счетную, если известна плотность взвешенного вещества, но не наоборот, т.е. зная массовую концентрацию, нельзя определить счетную. Счётная концентрация может быть определена через функцию распределения числа частиц по размерам $\frac{\partial N}{\partial D}$, так как счётная концентрация N — это интегральная величина, определяемая как количество частиц с диаметром D в диапазоне размеров от D_1 до D_2, содержащихся в единице объёма

$N = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\partial N}{\partial D} dD$. Для её описания иногда применяют логарифмическую функцию распределения $\frac{\partial N}{\partial \lg D}$. Применяются также такие параметры, как объемная концентрация, определяющая долю объема, занимаемую дисперсной фазой, удельная поверхность частиц, содержащихся в единице объема и ряд других, приведенных в табл. 1 (выделены основные единицы).

Таблица 1. *Дисперсные характеристики двухфазных гетерогенных сред*

Величина	**Определение**	**Обозначение**	**Единица измерения**
Размер	Разность характерных координат частицы (X_1, X_2) в метрическом пространстве, где её свойства остаются постоянными	$d = X_1 - X_2$	м
Функция распределения частиц по размерам	Отношение доли числа частиц df, размеры которых лежат в пределах $(d, d+\delta d)$ к интервалу δd	$f(d) = \frac{df}{\delta d}$	$м^{-1}$
Функция распределения частиц по поверхности	Отношение доли числа частиц df, площадь которых лежит в пределах $(S, S+\delta S)$ к интервалу δS	$f(S) = \frac{df}{\delta S}$	$м^{-2}$
Функция распределения частиц по объему	Отношение доли числа частиц df, объем которых лежит в пределах $(V, V+\delta V)$ к интервалу δV	$f(V) = \frac{df}{\delta V}$	$м^{-3}$
Функция распределения частиц по массе	Отношение доли числа частиц df, масса которых лежит в пределах $(M, M+\delta M)$ к интервалу δM	$f(M) = \frac{df}{\delta M}$	$кг/м^{-3}$
Счётная концентрация частиц	Суммарное количество частиц в единице объема	$N = \frac{1}{V}\sum_{i=0}^{\infty} n_i$	$м^{-3}$
Удельная поверхность частиц	Суммарная площадь поверхности частиц в единице объема	$S = \frac{1}{V}\sum_{i=0}^{\infty} s_i$	$м^{-1}$
Объёмная концентрация частиц	Суммарный объем частиц в единице объема	$\nu = \frac{1}{V}\sum_{i=0}^{\infty} \nu_i$	безразмерная
Массовая концентрация частиц	Суммарная масса частиц в единице объема	$M = \frac{1}{V}\sum_{i=0}^{\infty} m_i$	$кг/м^{-3}$

В общем случае дисперсная фаза может состоять из частиц разного физико-химического состава, формы, находиться во взвешенном состоянии неограниченно долго или в течение определённого времени выпасть. Дисперсный состав, концентрация аэрозоля, размеры частиц являются основными параметрами для описания аэрозольного состояния вещества. Дополнительными параметрами, в некоторых случаях приобретающими качества доминирующих, являются следующие: химический состав, радиационная активность, объемная плотность электрического заряда [1–3].

С начала 90-х годов прошлого столетия исследование параметров аэрозолей (как радиоактивных, так и нерадиоактивных) начало занимать одно из ведущих мест в планах научных лабораторий. Остро встал вопрос о системе метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей.

Острота объяснялась в основном следующими двумя экономическими причинами:

- введением в действие закона о контроле загрязнения атмосферы;
- борьбой за выживание отраслей промышленности, требующих повышения технологической культуры, создания особо чистых производственных помещений с постоянным контролем в них уровня запылённости атмосферы и газов.

Кроме того, существовал и ряд других факторов, также стимулирующих создание средств метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей: необходимость экономии топливно-энергетических ресурсов, сырья, материалов и повышения эффективности ряда химико-технологических и агропромышленных процессов, усиления воздействия аэрозольных лекарственных и дезинфицирующих препаратов и т.д.

Для обеспечения единства и достоверности измерений параметров аэрозолей необходимо было разработать комплекс методов и средств, которые надёжно воспроизводили бы аэрозоль с заданными параметрами дисперсного состава и концентрации, измеряли эти параметры и передавали размер параметра рабочим средствам измерений (СИ) с наименьшей достижимой погрешностью.

Сложность решения поставленной задачи связана с несколькими причинами:

- Многопараметричностью измеряемого ансамбля и измерительной системы, что требует одновременного эталонирования нескольких параметров, связанного с большими техническими трудностями.
- Необходимостью обеспечить возможность измерений параметров аэрозолей, порошков и взвесей, как в режиме свободного осаждения, так и в потоке, движущемся со скоростью до десятков м/с.
- Сложностью объединения в одной поверочной схеме средств измерений, реализующих разные физические принципы и явления и впрямую измеряющих физически различные величины, поскольку почти все используемые методы измерений носят косвенный характер,
- Трудностью перехода от счётной концентрации к массовой в единой поверочной схеме.
- Достаточно сильной развитостью стандартов предприятий, технических условий и специфических методик поверки средств измерений, которые должны хорошо адаптироваться и увязываться в единой поверочной схеме. Эта схема не должна быть чересчур «жёсткой», т.е. последующее развитие специфических поверочных схем в таких отраслях, как фармация, биология, где соблюдение государственного стандарта обусловлено требованиями безопасности, не должно ею сковываться.

Метрологи ВНИИФТРИ накопили значительный опыт в решении этой сложной задачи. В течение почти пяти десятилетий в институте ведутся исследования по созданию высокоточных методов и аппаратуры для генерирования и измерения параметров аэрозолей в широком диапазоне размеров частиц и концентрации. Масштаб исследований охватывает как радиоактивные, так и нерадиоактивные аэрозоли.

Не затрагивая здесь подробно метрологической базы измерений параметров радиоактивных аэрозолей, отметим, что в настоящее время ведётся большая работа по модернизации комплекса эталонов в области измерений характеристик ионизирующих излучений и ядерных констант с целью расширения функциональных возможностей этих эталонов для удовлетворения современных требований атомной энергетики, решения вопросов утилизации радиоактивных отходов, экологии. В данной статье остановимся на методах и эталонной аппаратуре для измерения нерадиоактивных аэрозолей.

1. Методы измерения дисперсности и концентрации аэрозолей

Измерение дисперсных параметров пыли, составляющей основную часть промышленных выбросов, является трудной метрологической задачей, обусловленной тем, что пыль является сложной многопараметрической системой, во многих случаях неустойчивой и неравновесной [4–6].

Существует ряд различных методов измерения дисперсности и концентрации аэрозолей. Ниже даётся общая характеристика методов и средств измерения параметров запыленности воздуха, включая методы и средства измерений параметров наночастиц [7–11]. Часть этих мето-

дов известна и реализована уже давно, например, в гравиметрических, электрических, радиоизотопных приборах. В оптических методах измерений, благодаря развитию методов регистрации и обработки информации, улучшению характеристик источников и приемников оптического излучения, в последние годы достигнут существенный прогресс. Об использовании этих разработок при совершенствовании эталонной базы будет сказано в разделе 3.

Дисперсные характеристики среды количественно характеризуют степень «измельчения» твердых или жидких тел и их активность в технологическом [12], химическом или биологическом [13,14] процессах.

Одним из основных вопросов при измерении размера частиц является выбор минимального количества числовых параметров (лучше всего одного) характеризующих их размер. На первый взгляд кажется, что этот вопрос является элементарным. Однако его понимание необходимо для дальнейшего исследования результатов, получаемых различными методами анализа частиц. Процессы диспергирования и форма частиц разных материалов делают процесс анализа размеров частиц более сложным, чем это кажется на первый взгляд.

Единственная форма объекта, которая может быть описана одним числовым значением, это сфера. Достаточно сказать, что диаметр сферы, например, 50 мкм, и это даст исчерпывающую информацию о ее размере. Несмотря на сказанное выше, можем и на примере с правильным многогранником выразить его размер одним числовым значением. Возьмем такую величину, как, например, вес частицы, который, как и объем, является универсальным числовым значением, характеризующим объект. Итак, если у нас есть средства для определения массы m наночастицы, то полученное значение можем преобразовать в массу сферы $m = \rho\pi R^3 / 6$, где R — радиус сферы, ρ — плотность вещества объекта. Таким образом, получаем одно характерное число $D = 2R$ для диаметра сферы, которое имеет такое же смысловое значение, как масса частицы произвольной формы. Измеряя некоторые характеристики частицы, предполагаем, что они относятся к сфере, рассчитываем характерное число (диаметр или радиус сферы), которое описывает частицу. В большинстве практически важных технических приложений нет необходимости описывать размер частицы тремя или более числовыми значениями, за исключением случаев, когда форма частиц имеет принципиальное значение, например, иглы асбестовой пыли.

Очевидно, если будем рассматривать частицу под микроскопом: электронным, атомно-силовым, оптическим, то можем измерить т.н. проекционный диаметр (диаметр окружности в плоскости наблюдения частицы). Если границы частицы имеют неправильную форму, то вводят понятия диаметра Ферета, соответствующего минимальному расстоянию между границами частицы, или диаметра Мартина, соответствующего максимальному расстоянию между границами частицы [5].

Важно понимать, что каждый метод определения размера частиц основан на измерении различных характеристик частицы (максимальная длина, минимальная длина, объем, площадь поверхности и т.д.). Конечные результаты будут разными, в зависимости от применяемых методов, в каждом из которых используются разные физические характеристики частицы.

Практически можно сравнивать только результаты тех измерений, в которых один и тот же объект анализировался одним и тем же методом. Это также означает, что не может существовать стандартов и эталонов размеров, основанных на частицах неправильной формы. Эталоном сравнения между разными методами анализа размеров частиц может служить только сфера. Возможно использование стандартных образцов для сравнения результатов, полученных разными приборами, но использующими один метод.

Простейшей статистической характеристикой ансамбля частиц является «средний размер». В зависимости от применяемого метода измерения при невырожденной функции распределения частиц по размерам могут быть получены различные «средние значения размеров», например, мода, среднее арифметическое, среднее геометрическое, среднее по поверхности, среднее по объему и т.д. [5]. Следует с вниманием относиться к этим определениям.

Так, для бимодального распределения, пример которого приведен на рис. 1, видно, что все эти величины: мода, среднее арифметическое и медиана существенно отличаются друг от друга. Их совпадение возможно только при симметричной одномодальной функции распределения частиц по размерам.

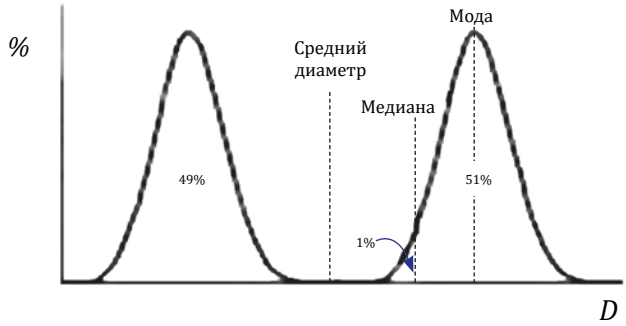


Рис. 1. *Пример бимодального распределения, в котором мода, медиана и среднее арифметическое значение не совпадают.*

Методы измерения параметров аэрозолей можно разделить на две основные группы. Первая группа — это методы, основанные на предварительном осаждении [4–8, 50]. Основным её преимуществом является возможность измерения массовой концентрации. К недостаткам их следует отнести цикличность измерения, высокую трудоемкость, низкую чувствительность, что обуславливает длительность пробоотбора до нескольких часов при измерении малых концентраций. К приборам этой группы следует отнести приборы предварительного осаждения частиц на подложку или фильтр, которое может быть осуществлено путем седиментации или инерционного осаждения частиц с помощью седиментатора, термо- или электропреципитатора. При этом размеры частиц могут быть определены по скорости их осаждения, например, оптическим методом. Если частицы электрически заряжены, то их скорость и размер могут быть определены по скорости их движения в электрическом поле. Определение концентрации осажденных частиц производится либо путем их подсчета визуально, либо с применением современных видеосредств регистрации изображений. В качестве базового для определения массовой концентрации частиц принят метод прокачивания аэрозоля через фильтр с помощью отсасывающего компрессора. Основной проблемой при использовании методов, основанных на предварительном осаждении частиц, является получение представительной пробы. Эффективность этих методов зависит от условий отбора проб и погрешностей, вносимых пробоотборным устройством и связанных с неизбежными искажениями внутри прибора. Кроме того, выполнение условий изокинетичности в общем случае невозможно из-за непостоянства скорости аэродисперсной среды. Условия изокинетичности пробоотбора выполняют только в случае равенства по величине и направлению скорости всасывания аэрозоля в прибор и вектора внешней скорости течения.

Первыми приборами, разработанными для отбора проб аэрозоля, были инерционные, которые появились в конце XIX середине XX веков. Типичными приборами такого типа являются импакторы и импиджеры, конифуги, термо- и электропреципитаторы с оптическими или видеометодами исследования осажденных частиц. Для анализа отобранных проб применяют также радиоизотопные и оптические методы, основанные на определении концентрации осевшей на фильтре пыли по изменению коэффициента поглощения радиоактивного или ослабления оптического излучения до и после осаждения частиц аэрозоля на фильтр. Перечисленные методы используются, в основном, для измерения массовой концентрации аэрозолей.

Свободными от недостатков приборов, реализующих методы измерения с предварительным осаждением частиц аэрозоля, являются приборы без предварительного осаждения частиц.

Для измерения дисперсных параметров в этих приборах используются, в основном, электрические и оптические свойства аэрозоля. По сравнению с другими методами, применяемыми для этих целей, оптические методы обладают рядом преимуществ: они быстродействующие, не вносят искажений в исследуемый объект и не изменяют его свойства, дают возможность проведения дистанционных измерений [7–11].

Электрические методы измерения параметров аэрозоля можно подразделить на индукционный, контактно-электрический, емкостной и пьезоэлектрический.

В основу индукционного метода положено определение наведенного на электроде камеры заряда, возникающего при движении через камеру заряженных частиц. Величина заряда является мерой концентрации частиц аэрозоля. Наибольшее распространение получил метод

зарядки пылевых частиц коронным разрядом. При этом поток частиц сигнала пропускают через зарядную камеру, состоящую из цилиндра и расположенной по его оси коронирующей иглой или нитью, а затем направляют в измерительную камеру, в которой и измеряется заряд, приобретенный частицами. Хотя приборы, построенные по этому принципу, могут иметь довольно простую конструкцию, однако им присущи и недостатки, связанные с особенностями работы с высоковольтной аппаратурой, а также погрешности, обусловленные неопределенностью значения величины заряда, приобретенного частицами аэрозоля в неоднородном электрическом поле.

Контактно-электрический метод основан на способности частиц аэрозоля электризоваться при соприкосновении с твердым телом. При этом основными элементами прибора являются электризатор, где происходит зарядка пылевых частиц, и токосъемный электрод, которому частицы передают свой заряд. В этом случае величина тока в цепи токосъемного электрода зависит от концентрации частиц. Очевидно, что величина заряда существенно зависит от физико-химического состава вещества пыли, а также влажности и температуры воздуха. Методу присущи также и погрешности, обусловленные пробоотбором.

Емкостной метод основан на изменении емкости конденсатора при введении частиц аэрозоля между его пластинами. Параметры измерительного средства на его основе в существенной степени зависят от физических свойств частиц аэрозоля, их проводимости и диэлектрической проницаемости. Поэтому пользоваться этим методом целесообразно при неизменных физических параметрах частиц аэрозоля с предварительной калибровкой прибора на его основе.

Пьезоэлектрические методы измерения концентрации частиц аэрозоля основаны на двух видах воздействия пыли на чувствительный пьезоэлемент. В одном типе приборов используется возникновение электрических импульсов на электродах пьезоэлемента при соударении с ним частиц аэрозоля, причем амплитуда электрических импульсов будет зависеть от массы частицы, ее размеров и скорости соударения. Поэтому приборы, построенные по этому методу, должны обладать системой пробоотбора со всеми присущими ей недостатками, или пьезоэлемент должен помещаться в движущийся с известной скоростью аэрозоль. В другом типе приборов используется измерение изменения частоты колебаний пьезокристалла при осаждении на его поверхность пыли.

Оптические методы измерения основаны на использовании свойств рассеянного и поглощенного в аэрозольной среде оптического излучения. Наибольшее распространение получили:

- методы, основанные на измерении поглощения оптического излучения аэрозолем;
- методы, основанные на измерении параметров индикатрисы рассеянного излучения, в том числе метод счета частиц по измерению интенсивности рассеянного излучения.

Наиболее распространенные методы измерения параметров частиц основаны на изучении рассеяния электромагнитного излучения, обычно оптического диапазона, на частицах или характере их движения в том или ином силовом поле.

Для измерения малых концентраций частиц аэрозолей широко используются счетчики частиц, основанные на измерении интенсивности рассеянного частицей света. При этом в момент измерения в освещаемом объеме счетчика находится только одна частица. Импульсы рассеянного света регистрируются фотоприемником и поступают на амплитудный анализатор или аналогово-цифровой преобразователь. Таким образом, определяется не только счетная концентрация частиц, но и их дисперсный состав, объемная концентрация. К приборам этой серии относятся счетчики фирмы «Hiac-Royco» (США), АЗ-5, ПК ГТА 0,3–002, ПКЗВ-906, "Монитор-93Б" (Россия) и ряд других.

Параметры счетчика частиц в существенной степени зависят от угла рассеяния, под которым регистрируется свет. Обычно в счетчиках используют углы рассеяния, равные 90° или близкие к 0°. Счетчики с 0° геометрией целесообразно применять для регистрации частиц, коэффициент преломления которых изменяется в широких пределах, поскольку в области малых углов определяющую роль играет дифракционная составляющая, которая мало зависит от материала частиц при размерах частиц $D > \lambda$ — длины волны.

Типичным примером применения явления рассеяния электромагнитного излучения на частицах для измерения их параметров является метод измерения параметров дифракции лазерного излучения или, как еще его называют, метод статического лазерного рассеяния [15].

Метод основан на измерении индикатрисы рассеяния, т.е. угловой зависимости интенсивности рассеяния, плоской монохроматической электромагнитной волны на ансамбле частиц. Рассеянное излучение обычно измеряют в широком диапазоне углов многоэлементным фотоприемным устройством, что необходимо при измерении параметров наночастиц. Это обстоятельство иллюстрируется рис. 2, где показана функциональная зависимость функции $\gamma = I(0)/I(\pi)$ от размера частиц, рассчитанная по теории Ми для частиц воды (здесь $I(0)$, $I(\pi)$ — интенсивность рассеянного излучения под нулевым углом и под углом π соответственно).

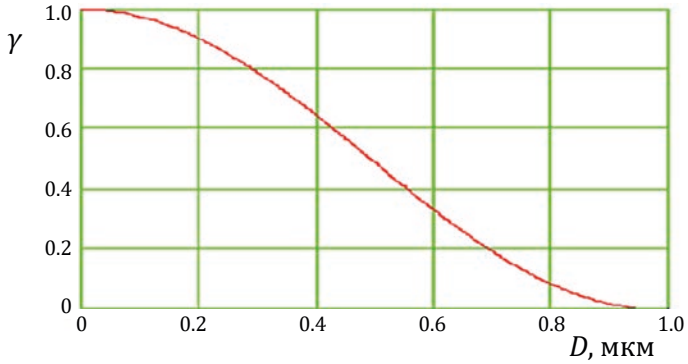


Рис. 2. *Зависимость функции γ от размера частиц.*

Разработка этого метода практически началась с появлением работы [17]. В ней, используя приближение дифракции Фраунгофера и при однократном рассеянии, решалось интегральное уравнение, связывающее индикатрису рассеянного излучения $I(\beta)$ с параметрами рассеивающей среды

$$I(\beta) = \frac{cI_0}{\beta^2}\int_0^\infty f(\rho)\rho^2 J_1^2(\rho\beta)d\rho\,. \qquad (1)$$

Здесь c — нормирующий множитель, I_0 — интенсивность зондирующего излучения, β — угол рассеяния, $f(\rho)$ — функция распределения частиц по ρ, $\rho = \pi d/\lambda$ (d — диаметр частицы, λ — длина волны зондирующего излучения), $J_1(\rho\beta)$ — функция Бесселя 1-го рода первого порядка.

Однако данный метод применим для значений параметра $\rho \geq 5-10$ ($\rho = \pi d/\lambda, d$ — диаметр частицы, λ — длина волны зондирующего излучения).

Для значений $\rho \leq 5$ обычно используют теорию Ми [18], где требуется априорная информация о комплексных показателях преломления частиц и среды, в которых они находятся. Это приводит к решению уравнения [15] для сферических и изотропных частиц

$$\begin{pmatrix} E_{\|s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{\exp(ikr - z)}{-ikr}\begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_{\|i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Здесь $E_{\|s}$, $E_{\perp s}$ — составляющие рассеянного поля, k — волновое число, r — длина радиус-вектора до точки регистрации составляющих рассеянного излучения, z — длина проекции r на направление зондирующего излучения, $E_{\|i}$, $E_{\perp i}$, S_1, S_4 — элементы матрицы рассеяния.

Решения уравнений (1), (2) относятся к классу некорректных задач, которые разрешаются различными численными методами. Естественно, что при вычисленной функции распределения частиц могут быть вычислены и моментные функции различного порядка, такие как среднее значение, дисперсия и т.д., а также объемная функции распределения, функция распределения частиц по поверхности. Счетная концентрация частиц N определяется по закону Буге–Бэра (в предположении однократного рассеяния)

$$\frac{I(0)}{I_0} = \exp(-\bar{S}NL), \qquad (3)$$

где I_0, $I(0)$ — интенсивность зондирующего и регистрируемого под нулевым углом оптического излучения соответственно, $\bar{S}$ — среднее значение сечения экстинкции частиц, L — длина рассеивающего промежутка. При $\rho \geq 5-10$ имеем $\bar{S} = \pi d^2/2$.

Схема прибора, реализующая этот метод измерения, показана на рис. 3.

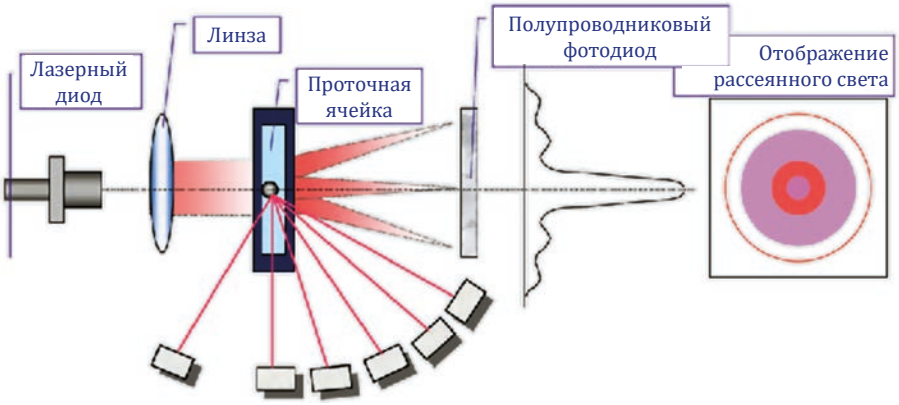


Рис. 3. *Схема прибора.*

Приборы такого типа выпускаются рядом зарубежных фирм, таких как Malvern (Великобритания), Fritsch (Германия), Horiba (Япония) и др. Приборы могут применяться для измерения параметров частиц, как в жидких, так и газообразных средах в диапазоне размеров от 0.05 до 1000 мкм. Случайная погрешность измерения среднего значения размера и счетной концентрации частиц такого рода приборами обычно не превышает ±2 %.

На этом принципе измерения построены приборы фирмы «Malvern» (Англия), «Frich» (Германия) и МИД-5 (Россия). Вышеперечисленные методы и их модификации (в настоящее время их насчитывается более 50) дают возможность измерить большинство параметров аэрозолей, однако развитие нанотехнологий потребовало развития методов измерений параметров нанозолей — частиц, размер которых менее 100 нм. При измерении частиц нанометрового диапазона размеров возникают следующие две основные проблемы:

- «энергетическая», связанная с малым сечением взаимодействия частицы и зондирующего излучения, и проблема,
- существенной зависимости сечения взаимодействия от комплексного показателя преломления частицы $m = m + i\gamma$.

При регистрации рассеянного излучения сечение рассеяния может быть рассчитано с помощью теории Ми (сферические частицы) при априорно заданном m. Отношение сечения рассеяния к площади проекционного диаметра при $\rho \ll 1$ имеет порядок 10^{-6}–10^{-7}, поэтому единственным решением «энергетической» проблемы является применение высокоинтенсивных источников излучения (лазеров большой мощности) и высокочувствительных приемников излучения. Существенную роль играет и выбор угла наблюдения рассеянного излучения. Это вытекает из рассмотрения индикатрис рассеяния.

На рис. 4 изображены индикатрисы рассеянного излучения для частиц воды диаметром 100 нм при разных поляризациях зондирующего излучения (1 — перпендикулярная, 2 — параллельная, 3 — неполяризованное).

Энергетически выгодным является регистрация излучения в достаточно большом угле, близком к 0°, причем, как видно на рис. 4, регистрируемое фотоприемником излучение практически не зависит от поляризации, но в этом случае возникает множество технических проблем, связанных с паразитными засветками фотоприемника зондирующим излучением. Современные счетчики аэрозольных частиц в качестве источника излучения используют полупроводниковые лазеры, излучение которых имеет эллиптическую поляризацию, причем степень их поляризации изменяется от 0.1 до 0.9 в зависимости от тока накачки [20]. Поэтому наиболее распространенные счетчики выполнены по 90° геометрии с перпендикулярной поляризацией. В этом случае регистрация рассеянного излучения, интенсивность которого мало зависит от угла, производится при углах, близких к 90°. Но индикатриса рассеяния будет меняться для разных m, т.е. зависит от материалов частиц. При одном и том же диаметре показания будут разными, поэтому для приведения результатов измерения к одному показателю введено понятие «латексного» диаметра. Показания счетчиков при этом сравниваются с показаниями счетчика, откалиброванного по частицам латекса $m = 1.59 + i0.00$.

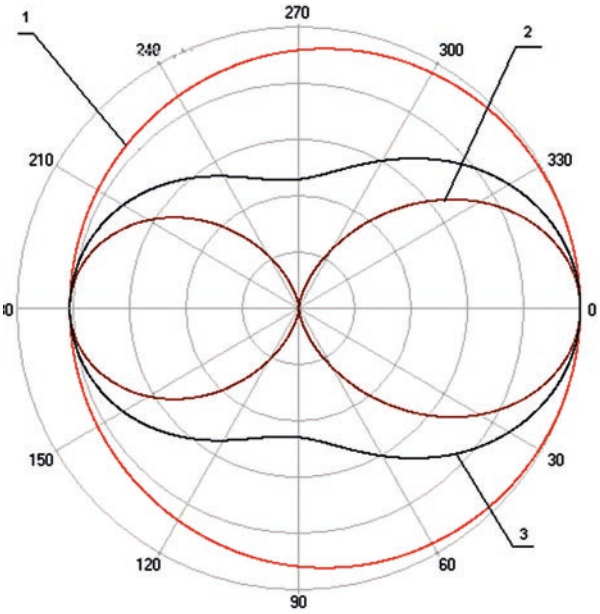


Рис. 4. *Индикатрисы рассеянного излучения.*

В отличие от лазерных анализаторов размеров частиц, описанных выше и использующих для анализа ансамбль частиц, счетчики частиц [19] анализируют единичное событие, связанное с процессом взаимодействия зондирующего излучения с частицей в некотором счетном объеме. При этом интенсивность рассеянного или ослабленного излучения пропорциональна размеру частиц, а количество актов взаимодействия пропорционально их концентрации. При использовании оптического излучения его регистрация производится фотоприемником, в качестве которого применяется фотодиод или ФЭУ.

Счетчики аэрозольных частиц обладают ещё одним существенным недостатком, связанным с необходимостью отбора пробы из потока частиц, что влечет за собой неизбежные погрешности измерения дисперсного состава и счетной концентрации.

Наиболее распространенные коммерческие счетчики частиц аэрозолей выпускаются фирмами TSI, HiacRoyco, Lighthous, Fluke. Особо чувствительными из них является счетчик «Solair 1001+» фирмы Lighthous, предназначенный для измерения частиц аэрозоля от 0.1 до 10 мкм. Счетчик частиц в водной среде HSLIS M50e фирмы PMS позволяет измерять концентрацию частиц размерами ≥0.05 мкм.

Таким образом, счетчики частиц не позволяют измерять дисперсные характеристики частиц размерами ≤50 нм в жидкой среде и ≤100 нм в газообразной среде, поэтому в настоящее время для измерения дисперсных параметров наночастиц в аэродисперсной среде обычно используют два метода измерения. Это метод дифференциальной подвижности (SPMS), определенный стандартом ГОСТ Р 8.775–2011 [21], и метод диффузионной аэрозольной спектрометрии по ГОСТ Р 8.755–2011 [22].

Измерение параметров дисперсного состава частиц методом дифференциальной подвижности осуществляется путем сепарации частиц по размеру и дальнейшей регистрацией концентрации частиц данной фракции. Сепарация частиц по размеру осуществляется благодаря зависимости электрической подвижности Z_p частиц от значения электрического поля, в котором движется частица в анализаторе.

Разделение частиц по зарядам производится с помощью так называемого дифференциального анализатора подвижности, схематический рисунок которого приведен на рис. 5.

Для частиц, находящихся в поле цилиндрического конденсатора, зависимость Z_p от параметров конденсатора может быть описана уравнением [23]

$$Z_p = \frac{V}{2\pi UL} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right), \qquad (4)$$

где V — скорость потока аэрозоля, r_1 — наружный радиус внутреннего цилиндра конденса-

тора, r_2 — внутренний радиус наружного цилиндра конденсатора, U — постоянное электрическое напряжение между обкладками конденсатора, L — эффективная длина между входом и выходом аэрозоля в конденсаторе.

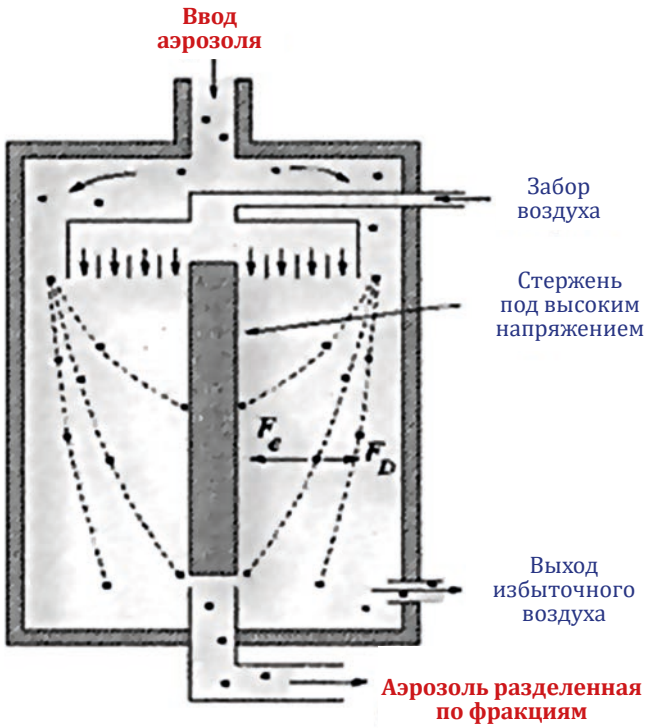


Рис. 5. *Схема дифференциального анализатора подвижности.*

С другой стороны, на электрически заряженную частицу, находящуюся в электрическом поле, действует сила, заставляющая её двигаться по направлению электрического поля с некоторым ускорением. Одновременно на частицу, движущуюся в воздухе со скоростью V, действует сила трения, которая уравновешивает силу электрического поля, что и дает возможность получить уравнение для электрической подвижности Z_p в зависимости от параметров аэродисперсной среды в виде [23]

$$Z_p = \left(NeC\right)/6\pi\mu R, \tag{5}$$

где N — количество элементарных зарядов на частице, e — элементарный заряд, равный $1.6\cdot10^{-19}$ Кл, μ — динамическая вязкость газа, R — радиус частицы,

$$C = 1 + K_n\left[1.142 + 0.558\exp\left(0.999/K_n\right)\right]$$

— корректирующий множитель Каннингема, учитывающий длину свободного пробега частицы в газе (длина свободного пробега молекул воздуха $\lambda p \approx 60$ нм), K_n — число Кнудсена.

Полученная формула

$$\frac{D}{Ne} = \frac{CUL}{6\mu V \ln\left(r_2/r_1\right)} \tag{6}$$

позволяет определить размер частицы, если известно количество элементарных зарядов на частице. Информация о распределении заряда частиц основана на теоретической модели, развитой Wiedensohler [24], вытекающей из теории диффузии частиц субмикронного диапазона, основанной на приближении Фукса [25].

Доля частиц, имеющих нулевой заряд, один или два элементарных заряда, может быть определена [26] по полуэмпирической формуле

$$f\left(N\right) = 10^{\sum_{i=0}^{5} a_i\left(N\right)\left(\log\frac{D}{nm}\right)^i}. \tag{7}$$

Здесь $a_i\left(N\right)$ — эмпирически заданные коэффициенты.

Это уравнение действительно для следующих размеров частиц:

- 1 нм $\le D \le$ 1000 нм для $N = -1,0,1$,
- 20 нм $\le D \le$ 1000 нм для $N = -2,2$.

Для частиц, несущих три и более элементарных заряда, их доля может быть рассчитана из уравнения [23–26]

$$\frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 DkT}} \exp \frac{-\left(N - \frac{2\pi DkT}{e^2} \ln \frac{Z_{+i}}{Z_{-i}}\right)^2}{2\frac{2\pi DkT}{e^2}} = f(N). \qquad (8)$$

Здесь ε_0 — диэлектрическая проницаемость, для воздуха $\varepsilon_0 = 1.602 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, k — постоянная Больцмана, T — температура в К, Z_{+i} / Z_{-I} — отношение подвижностей ионов равно 0.875.

Однако, прежде чем поступить в дифференциальный анализатор подвижности, частицы аэрозоля проходят через так называемый «нейтрализатор». В этом устройстве частицы подвергаются воздействию радиоактивного излучения, в качестве источников которого используется или Kr-85 или Am-241. При этом достигается стационарное распределение зарядов, которое выражается формулами (7) и (8). После дифференциального анализатора подвижности частицы поступают в конденсационный счетчик частиц. При этом монодисперсные частицы аэрозоля выступают в роли ядер конденсации перегретой жидкости и после охлаждения подсчитываются оптическим счетчиком частиц. В конечном итоге «метод дифференциальной подвижности» частиц реализуется в устройстве, изображенном на рис. 6 [27]. В качестве примера можно привести выпускаемый фирмой TSI сканирующий измеритель подвижности частиц модели TSI-3080.

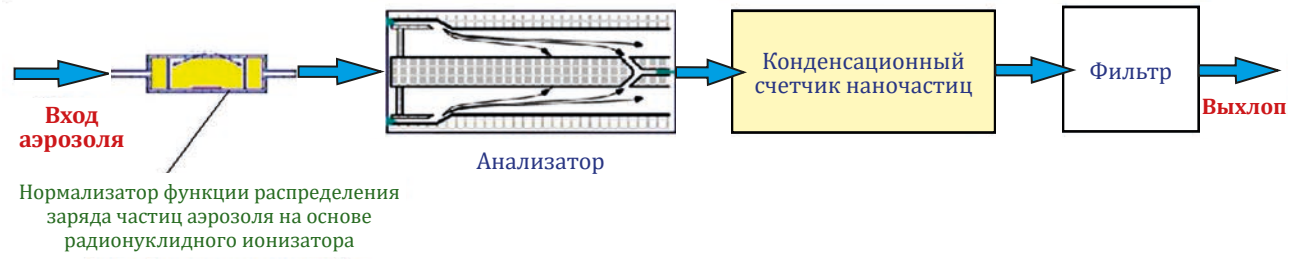


Рис. 6. *Блок-схема электростатического классификатора аэрозолей на основе метода дифференциальной электрической подвижности.*

Метод диффузионной спектрометрии по ГОСТ Р 8.755–2011 [22] основан на определении коэффициента диффузии частиц D по измеренному значению коэффициента проскока $P(m) = c/c_0$ частиц через диффузионную батарею (ДБ), содержащую m сеток, где c_0 и c — концентрации частиц до и после ДБ. Затем по значению коэффициента диффузии частиц D рассчитывается значение радиуса частицы R по формуле Каннингэма — Милликена [5,6,23,26] при $\lambda_g / R \ge 1$

$$D = kT \frac{1 + a_1(\lambda_g/R) + a_2(\lambda_g/R)\exp\left(-a_3(\lambda_g/R)\right)}{6\pi\mu R}, \qquad (9)$$

где $k = 1.23 \cdot 10^{-23}$ Дж·град-1 — постоянная Больцмана, μ — вязкость газа, в котором переносятся частицы, T — температура К, λ_g — длина свободного пробега в данном газе носителе, $a_1 = 1.246$, $a_2 = 0.46$, $a_3 = 0.87$ — полуэмпирические постоянные.

Для измерения c_0 и c частицы вначале укрупняются путем конденсации на них паров перегретой жидкости, а затем регистрируются, например, лазерным счетчиком частиц.

Для сеточных ДБ и монодисперсного распределения частиц по размерам $\sigma_R / R_{\text{ср}} \ll 1$ коэффициент D связан с параметрами ДБ следующим соотношением:

$$D = 2V_{st} a \left[-\frac{\ln P(m)}{Am}\right]^{3/2}. \qquad (10)$$

В случае полидисперсного аэрозоля коэффициент проскока зависит от функции распределения аэрозольных частиц по размерам. Для корректного решения измерительной задачи произ-

водится расчет функций отклика для наиболее стандартных и употребительных распределений, а результаты измерений подгоняются под одну из рассчитанных кривых.

Диффузионный аэрозольный спектрометр (ДАС) представляет собой измерительную систему, предназначенную для определения спектра размеров частиц в широком диапазоне. ДАС состоит из трех основных элементов: диффузионных батарей с конденсационным счетчиком, лазерного аэрозольного спектрометра (счетчика частиц), компьютера для контроля, управления, сбора, обработки и хранения измеренных данных. Блок-схема прибора изображена на рис. 7.

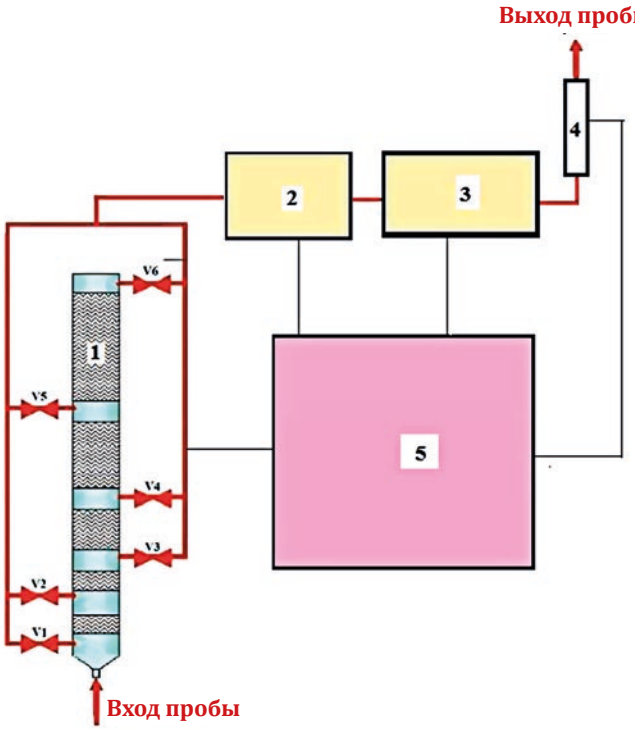


Рис. 7. *Типичная блок-схема ДАС.* 1 — *диффузионная батарея;* 2 — *устройство для укрупнения наночастиц;* 3 — *измеритель концентрации аэрозольных частиц;* 4 — *расходомер;* 5 — *контроллер с блоком сбора и анализа данных; V*1*, V*2*, V*3*, V*4*, V*5*, V*6 — *клапаны.*

Исследуемый газовый поток, содержащий частицы, поступает на вход пробы спектрометра. В зависимости от режима, поток пропускается через ДБ для исследования спектра размеров, устройство, устанавливающее режим укрупнения частиц, обеспечивающий оптимальное укрупнение ядер конденсации и лазерный счетчик частиц.

ДБ сетчатого типа представляют собой цилиндрические каналы, в поперечном сечении которых находится ряд сеток (от 1 до 40). На этих сетках происходит осаждение частиц за счет того, что они, обладая диффузионной подвижностью, отклоняются от линий тока газа и достигают поверхности сеток. При этом, чем выше их подвижность, тем большая доля частиц остается на диффузионных батареях.

Конденсационный укрупнитель состоит из двух каскадов. В первом каскаде ядра конденсации укрупняются от минимальных размеров до 30 нм, во втором происходит их рост до оптически активных размеров, когда они могут быть проанализированы лазерным счетчиком частиц.

ДАС представляет собой универсальную измерительную систему, которая может быть использована для измерения частиц в газовой фазе в широком диапазоне размеров от 5 до 100 нм. ДАС может быть использован для измерения высокодисперсных аэрозолей с самыми различными целями — от контроля воздушной среды в чистых комнатах, используемых при создании элементов микроэлектроники, до контроля чистоты воды в реальном масштабе времени (вода распыляется в воздушной среде, затем высушивается, спектр размеров частиц говорит о чистоте воды). Длительное использование этого прибора для исследования атмосферных аэрозолей показало, что эта измерительная система может работать в автоматическом режиме непрерывно в течение долгого времени (до одного года), в различных климатических и погодных условиях [31–35].

Методы дифференциальной подвижности и диффузионной спектроскопии определяют аэродинамический диаметр частицы (диаметр сферической частицы известной плотности), имеющей ту же скорость смещения относительно газовой среды под воздействием той же силы, какую испытывает измеряемая частица.

Для измерения параметров взвешенных в жидкости частиц используется метод фотонно-корреляционной спектроскопии или метод динамического рассеяния света (ДРС) — один из наиболее эффективных методов определения размеров частиц в водных средах[37, 38].

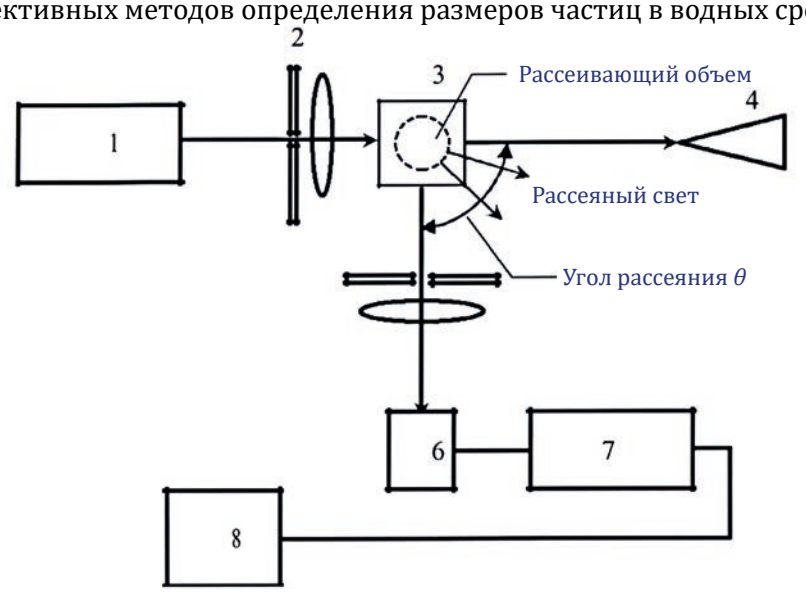


Рис. 8. *Схема прибора, реализующего метод динамического рассеяния света* (*фотонно-корреляционной спектроскопии*) (*ДРС*). 1 — *источник лазерного излучения;* 2 — *формирующая оптическая система;* 3 — *измерительная ячейка с ансамблем исследуемых частиц;* 4 — *оптическая ловушка;* 5 — *собирающая оптическая система;* 6 — *фотоприемное устройство;* 7 — *электронный блок обработки сигнала с коррелятором;* 8 — *компьютер.*

Метод основан на анализе автокорреляционной функции излучения, рассеянного коллоидными частицами. Во множестве экспериментов показана применимость метода для анализа монодисперсных растворов частиц в широком диапазоне размеров от нескольких нанометров до нескольких микрон. Однако до сих пор не существует единого алгоритма, позволяющего с достаточной точностью анализировать сложные смеси, содержащие группы частиц разного размера.

В типичном эксперименте при анализе методом ДРС, исследуемый раствор частиц освещают узким лучом света монохроматического когерентного источника (лазера) с длиной волны λ_0 [28]. Свет, рассеянный частицами, когерентно детектируется под углом θ по отношению к направлению начального распространения луча. Предполагается, что частицы в растворе не коагулируют и не разбухают. Вследствие броуновского движения плотность частиц в среде флуктуирует со временем и, следовательно, флуктуирует рассеянное на частицах излучение лазера. Поле суммарной волны представляет суперпозицию полей, рассеянных на броуновских частицах [38]

$$E(t)=\sum_{j=1}^{N}E_j\exp\left(i\left(\varphi_j(t)-\omega_0 t\right)\right),$$

где E_j — амплитуда рассеянной волны, зависящая от формы частицы, её оптических свойств, расстояния до детектора и угла рассеяния; N — число частиц; ω_0 — частота падающего излучения; $\varphi_j(t)=\mathbf{q}\mathbf{r}_j$ — набег фазы, связанный со случайным смещением j-й частицы, $\mathbf{r}$ — радиус вектор j-й частицы, $\mathbf{q}=\mathbf{k}_0-\mathbf{k}_s$ — разность волновых векторов падающей и рассеянной волн. Модуль вектора $\mathbf{q}$ определяется как

$$q=4\pi n_0/\lambda_0\sin\left(\theta/2\right), \qquad (11)$$

где n_0 — показатель преломления среды, заполняющей рассеивающий объём, θ — угол рассеяния.

Измеряемой величиной является интенсивность рассеянного излучения

$$I(t)=E^{*}(t)E(t)=\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}E_jE_k\exp\left(i\left(\varphi_j(t)-\varphi_k(t)\right)\right),$$

где E^{*}, E — комплексно-сопряженные значения напряженности электрического поля падающего излучения.

Для получения информации о рассеивающих частицах строится автокорреляционная функция интенсивности

$$G_I(\tau)=\langle I(t)I(t+\tau)\rangle.$$

Здесь "$\langle\rangle$" обозначает усреднение по времени.

Если имеется дискретный ряд измеренных значений интенсивностей $I(t_i)$, то автокорреляционная функция для данного значения τ' вычисляется по формуле

$$G_I(\tau')=\frac{1}{N_{\tau'}}\sum_{i=1}^{N_{\tau'}}I(t_i)I(t_i+\tau').$$

Для частиц сферической формы и одинакового размера (вырожденное распределение) корреляционная функция принимает вид

$$G(\tau)=\beta^2E_0^4\left(N^2+\left(N^2-N\right)\exp(-\Gamma\tau)\right),$$

где $\beta=E_1^2/E_0^2$, E_1, E_0 — напряженности электрического поля рассеянной и падающей волны, соответственно; N — количество рассеивающих частиц; Γ — коэффициент затухания. В коэффициенте перед экспонентой членом N можно пренебречь по сравнению с N^2 (считаем, что число рассеивающих частиц всегда велико). Таким образом, задача об определении диаметра частиц сводится к нахождению коэффициента Γ, который связан с диаметром частицы d через коэффициент диффузии D

$$\Gamma=q^2D=q^2\,k_BT/(3\pi\eta d), \tag{12}$$

где k_B — постоянная Больцмана, T — температура, η — динамическая вязкость жидкости. Модуль волнового вектора флуктуаций концентрации частиц описан в (11).

При реализации данного метода измерений, регламентируемого стандартом [37], анализируется корреляционная функция интенсивности рассеянного света, которая имеет вид

$$G(\tau)=a\exp(-2\tau/t_{\text{к}})+b,$$

где a, b — эмпирические постоянные, $t_{\text{К}}$ — время корреляции.

В соответствии с решением уравнения диффузии обратное время корреляции равно $t_{\text{к}}^{-1}=\Gamma$.

Если имеется дискретный ряд значений интенсивностей $I(t_i)$, полученный в результате измерения, то корреляционная функция для данного значения τ вычисляется по формуле

$$G(\tau)=\lim_{N_\tau\to\infty}\frac{1}{N_\tau}\sum_{i=1}^{N_\tau}I(t_i)I(t_i+\tau),$$

где N_τ — количество точек измерения.

В случае полидисперсного распределения частиц по размерам задача определения диаметра частиц усложняется. При условии, что исследуемые частицы не взаимодействуют между собой и рассеяние света является однократным, корреляционную функцию можно представить в виде [28]

$$G(\tau)=A+\left(\sum_i B_i\exp(-\Gamma_i\tau)\right)^2,$$

где $B_i\cong\beta_iN_iE_0^2=\langle I_i\rangle$, $\langle I_i\rangle$ — усредненная по времени интенсивность света, рассеянного частицами одного типа; A — базовая линия.

Обычно при анализе полученных данных пользуются не корреляционной функцией интенсивности $G(\tau)$, а функцией $g_1(\tau)$ — корреляционной функцией поля, определяемой

как $g_1(\tau)=\sqrt{G(\tau)-A}$. Для полидисперсного распределения при $A=0$ функция $g_1(\tau)$ принимает вид в интегральной форме

$$g_1(\tau)=\int_0^{\infty}B(\Gamma)\exp(-\Gamma\tau)d\Gamma; \quad (13)$$

в форме дискретного ряда

$$g_1(\tau)=\sum_i B_i\exp(-\Gamma_i\tau). \quad (14)$$

Безразмерные коэффициенты B_i содержат информацию о распределении частиц по размерам.

Задачи вида (14) относятся к классу некорректных. Существуют методы обработки данных, позволяющие извлечь как можно больше информации из полученной корреляционной функции (14). Следует отметить, что в случае полидисперсного распределения частиц по размерам, задача определения дисперсного состава взвеси существенно усложняется. При допущении того, что исследуемые частицы не взаимодействуют между собой и рассеяние света является однократным, корреляционная функция может быть представлена в виде [28]

$$G(\tau)=A+\left(\sum_i B_i\exp(-\Gamma_i\tau)\right)^2, \quad (15)$$

где $B_i\cong\beta_i N_i E_0^2=\langle I_i\rangle$ — средняя интенсивность светорассеяния частицами одного типа, а A — так называемая базовая линия.

Существует несколько общих методов обработки данных, позволяющих извлечь как можно больше информации при анализе данных ДРС в случае полидисперсного распределения частиц по размерам [39, 65].

В работе [40] были показаны результаты, полученные для трёх различных по размеру латексных монодисперсных образцов в различных сочетаниях. В работах [41,65] в основе алгоритмов обработки лежит использование дополнительных данных на основе статического рассеяния света под несколькими углами. Необходимо отметить, что задача по повышению разрешающей способности метода ДРС является очень актуальной. Методом ДРС определяется так называемый гидродинамический диаметр частицы — диаметр сферической частицы известной плотности, имеющей ту же скорость смещения относительно жидкой среды под воздействием той же силы, какую испытывает измеряемая частица. Приборы, реализующие этот метод измерения, выпускаются фирмами Malvern (Великобритания), Fritsch (Германия), Horiba (Япония), Brookhaven (США) и др.

2. Развитие парка средств измерений и средств метрологического обеспечения

По мере развития известных и создания новых методов и средств измерений параметров аэрозолей изменялись требования к средствам их метрологического обеспечения. Ранее, до 90-х годов XX столетия, в соответствии с распределением функций между министерствами и ведомствами, Госстандарт СССР, как правило, разрабатывал средства высшего звена системы метрологического обеспечения измерений: государственные первичные и специальные эталоны, вторичные и рабочие эталоны по заказам министерств и ведомств. Разработка и выпуск средств измерений и эталонов для их поверки выполнялись как предприятиями и метрологическими службами министерств, входящих в ВПК, так и общегражданскими. В ряде случаев, для реализации решений директивных органов, разработка и выпуск малых серий приборов со средствами их метрологического обеспечения проводились институтами и предприятиями Госстандарта.

Анализ парка средств измерений параметров аэрозолей и дисперсных систем показал, что из 11 типов, внесенных в Госреестр СИ до 1991 года, предназначены:

- два типа для измерения концентраций аэрозолей и контроля запыленности воздуха при производстве полупроводниковых приборов и микросхем,
- четыре типа для определения количества частиц, взвешенных в суспензиях и дисперсного состава суспензий, исследований дисперсного состава суспензий в научно-исследовательских и производственных лабораториях, измерений дисперсного состава гомогенизирован-

ных продуктов детского питания или определения дисперсного состава частиц, взвешенных в различных жидкостях,
- два типа для измерения таких параметров порошков, как удельная поверхность порошков и условная чувствительность магнитных порошков и суспензий,
- два типа для измерения дымности газов дизельных двигателей,
- один тип для измерения влажности проб нефти.

Почти во всех приборах (в 8 типах) использовались оптические методы измерений. Очевидно, что такого количества типов средств измерений явно недостаточно для активно развивающихся отраслей промышленности.

В развитых промышленных странах в 90-е годы серийно выпускались десятки типов приборов, измеряющих дисперсные характеристики аэрозолей. В это время в России, к сожалению, несмотря на большое число разработок, измерительные средства промышленно выпускались или устаревших типов, или мелкосерийно. Тенденции развития средств измерения параметров аэрозолей требовали создания дешевых, портативных, многофункциональных приборов, позволяющих измерять как дисперсные характеристики (функцию распределения частиц по размерам), так и счетную, объемную, массовую концентрацию частиц аэрозоля. Внедрение микроконтроллеров, микросхем типа rail-to-rail позволяло сделать эти измерительные средства к тому же автономными, что могло бы существенно расширить область применения таких измерительных средств. Актуальным являлся вопрос об улучшении метрологических характеристик средств измерений, что требовало единого подхода к проведению поверки и калибровки средств измерений: поверка и калибровка должны были проводиться с помощью сред, по возможности, максимально приближенных по дисперсному составу, концентрации, физико-химическим свойствам к существующим на практике.

Развитие средств метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей, порошков и взвесей должно было обеспечивать разработку новых типов средств измерений, необходимых для развития практически всех отраслей науки и техники и должно было опережать создание новых СИ.

Однако развитие средств метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей, порошков и взвесей происходило существенно сложнее и имеет свою продолжительную и непростую историю.

Вопросы метрологического обеспечения измерений параметров аэрозолей до 1991 года в стране вели две метрологических организации: НПО «ВНИИФТРИ» и НПО «ИСАРИ» в Тбилиси. На НПО «ИСАРИ» были возложены вопросы метрологического обеспечения физико-химических измерений в жидкостях и газах, метрологию нерадиоактивных газов и газовых смесей вел НПО «ВНИИМ», а на НПО «ВНИИФТРИ» были возложены вопросы метрологического обеспечения измерений параметров радиоактивных аэрозолей и газов.

Методы и средства контроля параметров радиоактивных аэродисперсных систем начали активно развиваться в атомной промышленности в 50–60 годы 20-го столетия. Радиоактивные аэрозоли как естественного, содержащие дочерние продукты распада радона и торона, так и искусственного происхождения, содержащиеся в воздухе рабочих зон предприятий атомной промышленности и энергетики, являются одним из специфических состояний радиоактивного вещества. Эта специфика радиоактивных аэрозолей не позволяла существовавшими методами и средствами осуществить метрологическое обеспечение измерений характеристик радиоактивных аэрозолей. Единственный способ обеспечить достоверность и единообразие измерений удельной активности аэрозолей с целью передачи размера этой единицы рабочим средствам измерений — аэрозольным радиометрам — заключался в создании государственного специального эталона. Работы в области метрологии радиоактивных аэродисперсных сред начались в стране в 60-е годы во ВНИИФТРИ. Конечной целью являлось обеспечение единства измерений их параметров и создание Государственного первичного эталона параметров радиоактивных аэрозолей. Аналогов такого эталона не было ни в стране, ни за рубежом. Разработанный спектрометрический метод измерения дочерних продуктов распада радона был основополагающим при создании государственного эталона, устанавливал единообразие и обеспечивал необходимую точность измерений радиоактивных аэрозолей. Почти все новые разработки отечественной аэрозольной аппаратуры проходили испыта-

ния во ВНИИФТРИ. Работы велись совместно с ведущими научно-исследовательскими организациями страны, санитарно-эпидемиологическими станциями и метрологическими лабораториями на предприятиях горнорудной промышленности.

Созданный комплекс установок позволял воспроизводить и передавать единицу объемной активности как естественных, так и искусственных аэрозолей, в него входили как аппаратура для воспроизведения основных единиц радиоактивности аэрозолей, так и средства по воспроизведению и измерению влияющих величин: счетной концентрации и дисперсного состава, а также электрического заряда аэрозолей и аэроионов.

В 1973 г. комплекс установок для воспроизведения и передачи единиц объемной активности как естественных, так и искусственных аэрозолей, был утвержден в качестве Государственного специального эталона единицы объемной активности радиоактивных аэрозолей ГЭТ 39–73. В его состав входила установка для воспроизведения и измерения счетной концентрации и дисперсного состава ГЭРА-06. Для аэрозолей искусственного происхождения СКО воспроизведения заданного значения объемной активности аэрозолей не превышало 5 % в диапазоне $7 \cdot 10^{-2}$ — $4 \cdot 10^{3}$ Бк/м^3.

В середине восьмидесятых годов прошлого столетия существенно возрастают потребности страны в измерительной аппаратуре нерадиоактивных аэрозолей, так как интерес к горнорудной тематике снизился в связи с уменьшением темпов добычи ядерного сырья, резко возросло число публикаций, посвящённых проблемам экологии, загрязнённости воздушной среды, защите человека от вредного воздействия продуктов промышленного производства. В 1978 г. Госэталон ГЭТ 39–73 был переутвержден в качестве ГЭТ 39–78, в состав которого уже входили средства по воспроизведению и измерению полярной объемной плотности электрического заряда аэрозолей и аэроионов (установка ГЭРА-05). С 1977 года счетчики аэрозольных частиц типа АЗ-2М, АЗ-4 и АЗ-5 поверялись по образцовым приборам, отобранным из серии приборов этих же типов и аттестованным по правилам независимой метрологической аттестации, в соответствии МИ 96–76. Ни точностные характеристики, ни диапазоны измеряемых размеров и счетной концентрации частиц в это время уже не могли удовлетворять пользователей аппаратуры.

Более того, совмещение генераторов и измерительной аппаратуры обоих типов аэрозолей в одном измерительном комплексе ГЭТ 39–78 хотя и предоставляло возможности проведения исследований и государственных испытаний аэрозольной аппаратуры, но было достаточно сложным и существенно повышало стоимость ее обслуживания, т.к. была велика вероятность радиоактивного загрязнения аппаратуры для измерения параметров неактивных аэрозолей. Поэтому в 1985 году установки ГЭРА-05 и ГЭРА-06 были выведены из состава ГЭТ 39–78, как вспомогательные, а без аппаратуры ГЭТ 39–78 они не могли выполнять свои функции.

Вопрос о необходимости решения проблемы метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров неактивных аэрозолей путем создания отдельной системы был впервые поставлен автором во ВНИИФТРИ в 1987 году [43, 44]. Предложения ВНИИФТРИ о создании такой системы метрологического обеспечения измерений параметров дисперсных систем обсуждались и были поддержаны на Научно-техническом совете по аэрозолям при ГНТК СССР, на V-й Всесоюзной конференции «Аэрозоли и их применение в народном хозяйстве» [43].

Проблема заключалась в том, что, с одной стороны, в это время исследования параметров аэрозолей (как радиоактивных, так и нерадиоактивных) начинают занимать одно из ведущих мест в планах исследований научных лабораторий страны и появляется новая аппаратура для измерений параметров аэрозолей. Для ряда отраслей промышленности, например, электронной и радиотехнической, вопрос контроля чистоты производственных помещений становится ключевым, поскольку именно в промышленных технологических средах этих отраслей допустимая счетная концентрация частиц, размер которых сопоставим с характерными размерами топологических элементов микросхем, определяет выпуск годных изделий, технический уровень и рентабельность предприятия в целом [42–44].

С другой стороны, в стране в это время не выпускаются серийно средства измерений параметров аэрозолей, аппаратура для измерений этих параметров ввозится из-за рубежа в единичных экземплярах или разрабатывается в качестве экспериментальной, зачастую в макетном исполнении. Метрологическое обеспечение выпуска такой аппаратуры выполняется на уровне аттестации нестандартизованных средств измерений и единичных экземпляров, хотя некоторые приборы выпускается малыми сериями по отраслевым стандартам или ТУ. Так, до 1991 года

в Государственный реестр были внесены только 11 типов СИ параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей, реализующих различные методы измерений.

На практике же применялось большое количество импортных приборов, не внесенных в Госреестр СИ, отсутствовали методы и средства метрологического обеспечения средств измерений параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей, а возможность выпуска отечественной аппаратуры нужно было метрологически обеспечить. В связи с введением в действие закона о контроле за загрязнением атмосферы возросла потребность в создании и совершенствовании средств измерений параметров аэрозолей, важных для физических исследований атмосферы в гидрометеорологии и экологии, для охраны окружающей среды, метрологическое обеспечение этих измерений стало особенно важным.

Кроме того, как уже отмечалось, существовал ряд других факторов, также стимулирующих создание средств метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей: необходимость экономии топливно-энергетических ресурсов, сырья, материалов и повышения эффективности ряда химико-технологических и агропромышленных процессов, увеличение выпуска лекарственных и дезинфицирующих препаратов в аэрозольных формах и т.д. За рубежом стали бурно развиваться работы по созданию «чистых помещений», необходимых для производства элементов современной микроэлектроники и фармпроизводств [42].

Актуальность создания системы метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей не вызывала сомнения, а трудность её создания обострялась ещё и следующим:

- в условиях экономического кризиса борьба за выживание предприятий и отраслей промышленности требовала повышения технологической культуры, создания особо чистых производственных помещений с постоянным контролем в них уровня запылённости атмосферы и газов методами и средствами, признанными на международном уровне,
- Тбилисский метрологический институт (НПО «ИСАРИ») и завод «Тбилприбор», на которых базировалась разработка и выпуск аппаратуры для физико-химических измерений, вышли из системы метрологического обеспечения страны в связи с распадом Советского Союза,
- в разных отраслях науки и техники существовали не согласующиеся между собой нормативные документы,
- по метрологии аэрозолей, гидрозолей и взвесей в литературе не было единообразия в терминах и определениях.

Между тем, начиная с 1990-х гг. возросло количество публикаций по измерению параметров аэрозолей, жидкостей, взвесей [12, 13, 26, 33–36, 47 и др.].

Перед ВНИИФТРИ, имевшим опыт работ с радиоактивными аэрозолями, Госстандартом была поставлена задача, конечной целью которой было создание системы метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей. Эта задача входила составной частью более общей, сформулированной в решении Коллегии Госстандарта: восполнить потери в системе метрологического обеспечения страны, связанные с распадом Советского Союза.

В результате её решения в области физико-химических измерений взамен Государственного специального первичного эталона проводимости электролитов (ГЭТ 132–81) и Государственного первичного эталона единицы pH (ГЭТ 54–79), оказавшихся в Грузии после распада СССР, в России, во ВНИИФТРИ, были созданы ГПЭ проводимости жидкостей (ГЭТ 132–99) и ГПЭ шкалы pH (ГЭТ 54–98), усовершенствованный и утвержденный позднее как ГЭТ 54–2010. В 2007 году здесь была закончена разработка и был утвержден ГЭТ 171–2007 — Государственный первичный эталон показателей активности pX ионов в водных растворах, затем усовершенствованный и переутвержденный в 2011 году как ГЭТ 171–2011 [45, 46].

Создание же системы метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей, ранее выполнявшееся НПО «ИСАРИ», оказалось достаточно трудной задачей. В 1987 г. под руководством и непосредственном участии автора во ВНИИФТРИ была выполнена разработка технических предложений по метрологическому обеспечению измерения параметров дисперсных систем и создания эталонной аппаратуры [44].

Для достижения поставленной цели: создания этой системы обеспечения единства и достоверности измерений параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей предлагалось разработать программу создания такой системы, изыскать средства для реализации и реализовать её.

Программа должна была предусматривать:

- проведение комплекса исследований метрологических характеристик аэрозолей, гидрозолей и взвесей, включая анализ требований различных потребителей к этим характеристикам, исследование методов и средств измерений дисперсных параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей, методов и средств воспроизведения заданных параметров дисперсного состава и концентрации;
- проведение комплекса организационно-технических мероприятий, включающих разработку предложений по составу системы метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей, построению Государственной поверочной схемы (ГПС);
- разработку и создание комплекса методов и технических средств, надёжно воспроизводящих гетерогенные среды с заданными параметрами дисперсного состава и концентрации, измеряющих эти параметры и передающих размер параметра рабочим средствам измерений с наименьшей достижимой погрешностью;
- обеспечение разработки и внесения в Госреестр СИ, внедрение её в практику рабочих эталонов и СИ;
- разработку методик, стандартов и других нормативных документов.

Всю программу работ по созданию метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей, в условиях смены экономической системы, изменения структуры промышленного производства, изменения законодательства и государственного регулирования всей системы метрологического обеспечения в стране и явно недостаточного финансирования, было невозможно выполнить в короткие сроки. Наиболее целесообразным представлялось поэтапное построение системы обеспечения единства измерений дисперсных параметров аэрозолей, гидрозолей, взвесей и порошкообразных материалов, которое должно, по мере развития, учитывать опыт метрологических исследований как в стране, так и за рубежом, метрологически обеспечивать увеличение парка средств измерений, происходящее в течение времени создания системы.

Задачу нужно было решать, параллельно решая следующие составные части:

- создание, внесение в Госреестр СИ и внедрение в измерительную практику средств измерений параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей, необходимых развивающимся отраслям и технологиям, и прежде всего технологиям чистых производств;
- разработку и введение нормативных документов на уровне ГОСТ на методы и средства аттестации и мониторинга чистых помещений;
- проведение исследований методов и средств измерений и воспроизведения дисперсных параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей;
- создание средств и методик измерения и воспроизведения заданных параметров состава и концентрации аэрозолей, гидрозолей и взвесей;
- поэтапное создание — от поверочной установки до ГЭТ — аппаратуры для поверки и испытаний средств измерений;
- создание ГПС передачи единиц величин параметров аэрозолей, гидрозолей и взвесей.

Работы по созданию системы обеспечения единства измерений (далее ОЕИ) дисперсных параметров гетерогенных сред были начаты в 1986 г.

В рамках решения составных частей поставленной задачи во ВНИИФТРИ в начале 90-х годов был разработан целый ряд уникальных средств измерений, таких как малоугловой измеритель дисперсности МИД-5, счетчики частиц аэрозолей ИЗ-2, «Монитор-93Б» и «Монитор-5», автономный измеритель параметров пылевых потоков «Щуп-3», система мониторинга параметров чистых помещений «Монитор-С» и др. [47, 48]. Все разработанные во ВНИИФТРИ счетчики и анализаторы были внесены в Госреестр, прошли апробацию на ряде предприятий и затем нашли применение в различных отраслях промышленности и науки России.

Примеры приборов, прошедших в период 1991–2000 гг. испытания с целью утверждения типа и внесенных в Государственный реестр средств измерений, приведены в таблице. Кроме разработок ВНИИФТРИ, за этот период были проведены испытания в целях утверждения типа ряда импортных и отечественных приборов других разработчиков.

Таблица 2. *Перечень средств измерений дисперсных параметров аэрозолей, порошков и взвесей, внесенных в Госреестр СИ в период* 1991–2004 *гг.*

№№ в Госреестре	Наименование	Тип	Назначение, диапазон измерений, межповерочный интервал	Изготовитель
14022–94	Дымомеры переносные	СМОГ-1 ИБЯЛ.413314 .001 ТУ-93	Для инспекционного контроля дымности отработавших газов дизельных двигателей автомобилей с целью оценки качества работы их системы выпуска, питания топливом и смазки. Диапазоны измерения: по шкале показателя ослабления светового потока от 0 до 10 $м^{-1}$, по шкале затемнения от 0 до 100 %. МПИ — 1 год	ПО "Аналит-прибор", Смоленск. Сертификат до 01.07.1999
14023–94	Измерители дымности отработавших газов	МЕТА-01 МП М006.00.00.0 0.00 ТУ	Для измерения дымности отработавших газов автомобильных, тракторных и тепловозных дизельных двигателей, а также других видов оборудования, оснащенного дизельными двигателями, при выпуске, эксплуатации и после ремонта. Диапазон измерения: в единицах коэффициента поглощения, $м^{-1}$ от 0 до 9.95, в единицах непрозрачности,% от 0 до 100. МПИ — 1 год	СП "ФАЛКО", г. Москва. Сертификат до 01.07.1999 АО "ИНКРАМ", Москва
14207–94	Приборы для определения дисперсного состава порошков	ЭИП-11Т ТУ 4215–11013320–84	Для измерения дисперсного состава тонкоизмельченных порошкообразных материалов в диапазоне размеров частиц от 0.5 до доли объемной (массовой) доли каждой фракции от 0 до 100 %. МПИ — 1 год	НПТ "Инвест-Ценаприс Лтд.", Тольятти
15544–96	Анализаторы частиц	Микро-сайзер С201.001 ТУ	Для измерения распределения частиц по размерам в суспензиях. Диапазон измерения весовых долей частиц от 0 до 100 %. МПИ —1 год	Фирма "VA Instruments», С.- Петербург.
17126–98	Малоугловой измеритель дисперсности	МИД-5	Для измерения значений функции распределения частиц по размерам в аэрозолях, суспензиях и порошкообразных материалах. МПИ — 1 год	ГП «ВНИИФТРИ» АОЗТ «Мера-6Т», Менделеево
18873–99	Аспиратор пылепробоотборник	ПП-2	Для измерений объема прокаченного воздуха и отбора аэрозольной пробы на фильтр	ИПКОН РАН, Москва
19070–99	Измеритель концентрации аэрозолей радиоизотопный	ИКАР-ФБ-01	Для определения массовой концентрации пыли в воздухе рабочей зоны при гигиенической оценке условий труда в соответствии с МУ 4436–87	ИПКОН РАН, Москва

Продолжение Таблицы 2.

19350–00	Измеритель запыленности автоматичес-кий	ИЗ-2	Для измерения значений функции распределения частиц по размерам, объемной (массовой) и счетной концентрации. МПИ — 1 год	АОЗТ «Мера-6Т», Менделеево
19496–00	Измеритель массовой концентрации пыли	ТМ-ДАТА	Для определения массовой концентрации пыли в воздухе рабочей зоны угольных шахт	Helmut HUND, Германия
20065–00	Анализатор пыли	SM-200	Для определения массовой концентрации пыли в атмосферном воздухе	OPSIS, Швеция
20199–00	Спектрометр аэрозольный лазерный	ЛАС-007	Для измерения счетной концентрации аэрозолей и мониторинга чистых помещений классов Р5-Р8 по ГОСТ 50766–95	ФГУП "НИФХИ им. Л. Я. Карпова", Москва
20200–00	Спектрометры аэрозольные лазерные	ЛАС-П	Для измерения счетной концентрации аэрозолей и мониторинга чистых помещений классов Р5-Р8 по ГОСТ 50766–95	ФГУП "НИФХИ им. Л. Я. Карпова", Москва
23507–02	Счетчики оптико-электронные аэрозольные	ОЭАС-05	Для измерений счетной концентрации частиц аэрозоля (запыленности) в воздухе и неагрессивных газах, в помещениях и зонах с нормированным содержанием частиц	ФГУП "НИФХИ им. Л. Я. Карпова", Москва
25085–03	Счетчик аэрозольных частиц	Монитор-МК-93Б	Для измерения счетной концентрации аэрозолей и мониторинга чистых помещений классов Р5-Р8 по ГОСТ 50766–95	ГП «ВНИИФТРИ», Менделеево
26918–04	Счетчик аэрозольных частиц	АЗ-10	Для измерения счетной концентрации аэрозолей и мониторинга чистых помещений классов Р5-Р8 по ГОСТ 50766–95	НПО «ЭКОТЕХ», Москва
27106–04	Измеритель концентрации аэрозолей	ИКАР-МИНИ-2	Для измерения массовой концентрации пыли в воздухе рабочей зоны при гигиенической оценке условий труда в соответствии с МУ 4436–87	ООО «СИГМА», Москва
26086–04	Счетчик аэрозольных частиц	Монитор-05	Для измерения счетной концентрации аэрозолей и мониторинга чистых помещений классов Р5-Р8 по ГОСТ 50766–95	ГП «ВНИИФТРИ», Менделеево

Опираясь на эти разработки, было подготовлено техническое предложение по эталонному комплексу аппаратуры, состоящее в следующем.

Поскольку условно можно было выделить два диапазона измерений счётной концентрации: 1–10^5 частиц/л с размерами 0.1–5 мкм и 10^6–10^9 частиц/л с размерами 0.5–100 мкм, а выпускаемые промышленностью и разрабатываемые приборы для измерения концентрации аэрозолей должны перекрывать оба диапазона.

Следовало учитывать, что первый диапазон востребован, в основном, при измерениях запылённости чистых производственных помещений 1–10^5 частиц в литре с размерами 0.1–5 мкм, а второй — при измерениях запылённости в промышленных выбросах, где размеры частиц варьировались в диапазоне 0.5–100 мкм, и счётных концентрациях — в интервале 10^6–10^9 частиц в литре,

при этом требовалось измерять также массовую концентрацию аэрозолей в диапазоне от 10^{-3} до 10 мг/л, в газоходах промышленных установок до 100 мг/л, предлагалось разработать комплекс методов и средств, которые надёжно воспроизводят аэрозоль в указанных диапазонах дисперсного состава и концентрации, измеряют эти параметры и передают размер параметра рабочим средствам измерений с наименьшей достижимой погрешностью.

Исходя из изложенного, представлялось целесообразным следующее построение поверочной схемы: воспроизведение дисперсного состава, счётной и массовой концентрации аэрозоля проводить в одной или нескольких камерах комплекса установок высшей точности (КУВТ), оснащённых эталонными генераторами аэрозолей и комплектом эталонных средств измерений, обеспечивающих надёжное и устойчивое воспроизведение и измерение с высшей точностью параметров аэрозоля, генерируемого в различных аэродинамических режимах [47].

В качестве стандартного аэрозоля в камерах КУВТ представлялось целесообразным выбрать аэрозоль известного состава с хорошо известной функцией распределения частиц по размерам, например, логарифмически-нормальной функцией, в то же время в отраслевых ветвях схем могли использоваться аэрозоли с другими функциями распределения частиц по размерам. Так, для калибровки фотоэлектрических счётчиков, применяемых для контроля запылённости чистых помещений, предлагалось использовать монодисперсные аэрозоли, а также многокомпонентные системы. (В японском стандарте JIS Z 8901–1995 на порошки и частицы испытательные для контроля фильтров, отделителей и счетчиков задается 17 классов стандартных аэрозолей).

Было предложено, чтобы сам комплекс установок высшей точности состоял из нескольких камер, в каждой из которых воспроизводился бы один из поддиапазонов. Так, по предварительным расчётам, одна камера должна работать с учетом опыта предприятий электронной промышленности в поддиапазоне концентраций 10^3–10^7 частиц размерами 0.1–10 мкм в литре воздуха; вторая в поддиапазоне концентраций 1–10^3 частиц размерами 0.01–1 мкм, третья с учетом опыта работы на стендах институтов ИПКОН РАН, ИГД им. акад. А. А. Скочинского, МакНИИУголь в поддиапазоне счётных концентраций 10^5–10^8 и массовых 0.1–10 мг/л частиц размерами 1–100 мкм.

Камеры могли отличаться режимами воздушных потоков: однонаправленными и неоднонаправленными. Скорость потока в них могла быть как постоянной, так и меняющейся в диапазонах, приближенных к скоростям пробоотбора при измерениях.

Кроме того, вне указанных диапазонов и для специальных измерений, например, концентраций аэрозолей конкретного состава, таких, например, как цемент или мел, могли быть использованы образцовые камеры, аттестованные с помощью образцовых измерителей и генераторов, и «привязанные» в перекрывающихся частях поддиапазонов к комплексу. Три основные камеры КУВТ в перекрывающихся частях поддиапазонов также должны быть согласованы по метрологическим характеристикам.

В связи с использованием различных методов измерений дисперсности и концентрации аэрозолей в метрологической практике сведение показаний различных типов измерителей к показаниям исходных, используемых в КУВТ, и стандартному аэрозолю предлагалось проводить путем градуировки образцовых измерителей в камерах КУВТ.

Для измерителей счётной концентрации передача параметров «счётная концентрация» и «размер частицы» предлагалась путём сличения показаний групповой меры, используемой в эталонной установке 1 разряда УСУ с показаниями эталонных измерителей КУВТ. Сличение эталонных измерителей II разряда УСРП должно проводиться на установке УСУ, поверка РСИ — на условиях УСРП. Установки типа УСРП предлагалось также изготовить малой партией для отраслевых поверочных лабораторий и лабораторий региональных центров госнадзора.

Измерения дисперсного состава и массовой концентрации аэрозолей в КУВТ должны были базироваться на методах, позволяющих проверить их наиболее точно, например, методами микроскопии, включая электронную [50], методами седиментации, а также методами светорассеяния [9, 15] и весовыми [6, 8, 51]. При аттестации КУВТ предполагалось использовать для части диапазона седиментационный метод осаждения с последующим анализом осаждённых частиц.

Поскольку весовой метод измерения массы частиц позволяет измерять массовую концентрацию аэрозолей в диапазоне 0.1–10 г/м^3 с погрешностью 10–15 %, при применении стандартных

аэрозолей с одновременным анализом их дисперсного состава с помощью метода малоуглового рассеяния и использованием электронного микроскопа погрешность измерений камеры КУВТ предполагалось уменьшить до 8–10 %.

В качестве эталонного измерителя дисперсного состава ОИДС предлагалось использовать отобранный из серии измеритель типа МИД-1М, которые выпускались ВНИИФТРИ и аттестовывались с помощью исходных измерителей в камере КУВТ. В диапазоне размеров частиц 1–100 мкм погрешность определения средних значений размера и дисперсии не должна была превышать 10 %.

С помощью ОИДС предлагалось поверять эталонные генераторы аэрозолей, в качестве которых можно использовать специально отобранные генераторы типа АГ-1 из серийно выпускаемых Выборгским приборостроительным заводом, а также аттестовывать другие генераторы, работающие вне диапазона, перекрываемого АГ-1. Предполагалось, что ОИДС может служить также для градуировки эталонных мер дисперсного состава, которые могут быть использованы для поверки рабочих приборов типа МИД-1М, а градуировка этих приборов по параметру «счётная концентрация» проводиться с помощью эталонных генераторов.

В качестве эталонных измерителей массовой концентрации предполагалось использовать пьезоэлектрические измерители, градуировка которых должна проводиться в камере КУВТ с использованием стандартных аэрозолей. Как уже было отмечено, пьезоэлектрические измерители позволяют измерять массовую концентрацию аэрозолей с размерами частиц от 0.1 до 10 мкм в диапазоне 0.01–10 мг/м^3 [51]. Такими измерителями с использованием ОИДС, а при необходимости при больших или малых концентрациях образцовыми оптическими и радиационными измерителями массовой концентрации, можно проводить аттестацию эталонных аэрозольных камер. В таких камерах с помощью эталонных генераторов можно проводить поверку пьезоэлектрических и других весовых СИ, а также градуировку СИ массовой концентрации различных типов по стандартным образцам материалов, например, образцам угольной пыли из различных шахт, образцам талька, кварцевой пыли и т.д.

Эталонные СИ массовой концентрации для больших и малых концентраций предлагалось выполнить в виде измерителей ослабления радиоактивного и оптического излучения. В этих измерителях в качестве эталонной меры, служащей для передачи коэффициента ослабления СИ, служат эквиваленты массы, они же используются для поверки СИ.

Особо следует остановиться на требованиях к камерам, входящим в КУВТ. Основным требованием к КУВТ является достаточно большое время жизни аэрозольного образования, кроме того, создаваемый аэрозольный ансамбль должен быть статистически однороден, а число частиц должно быть достаточным для получения малых случайных погрешностей при обработке результатов измерений. Эти требования могут быть удовлетворены при технологически допустимых объёмах камеры и быстродействии аппаратуры только для достаточно мелких частиц. Так, для частиц размерами $r=1$ мкм ($d=2$) время осаждения τ с высоты $h=2$ м по оценкам составляет $\tau=4.3$ часа, частицы же размерами $d=10$ мкм оседают за время $\tau=11$ мин. Существенно, что частицы размерами $d\geq 1.0$ мкм составляют по массе основную часть промышленных выбросов предприятий теплоэнергетики, работающих с достаточно большими скоростями аэрозольных потоков. При существенно меньших скоростях потока должны работать приборы, контролирующие запылённость чистых производственных помещений и регистрирующие частицы с размерами $d\leq 5$ мкм. Поэтому камера должна предусматривать создание стационарных аэрозольных потоков на измерительном участке с создаваемой и контролируемой функцией распределения числа частиц по размерам. Кроме того, специальные меры необходимы для ламинаризации потоков, снятия электрических зарядов, ликвидации «застойных» зон, многократного фильтрования воздуха и др. Конструкция камер должна была обеспечивать возможность сличения показаний различных типов измерителей: оптических, радиоизотопных, аэродинамических, пьезоэлектрических и т.д. Исходя из вышеизложенного, были разработаны следующие требования к конструкции [44, 47].

1. Форма камеры — вертикальная цилиндрическая с объёмом $V=50$ м^3 с горизонтально расположенным измерительным участком аэродинамической системы, позволяющей создавать аэрозольные потоки со скоростями до 10 м/с при нормальных условиях.

2. В верхней части камеры должен устанавливаться блок аэрозольных генераторов, позволяющий создавать в объёме камеры аэрозольные образования из стандартных аэрозолей.
3. Аэродинамическая система должна обеспечивать смену и (или) очистку рабочего объёма.
4. В корпусе камеры должны быть предусмотрены иллюминаторы для наблюдения и оптических измерений, необходимы места внутри камеры для установки приборов на нескольких уровнях по высоте и в измерительном участке аэродинамической системы.
5. Камера должна быть удобна в эксплуатации, а также при обслуживании установленного измерительного оборудования, при переключении режимов работы.
6. Измерения должны быть автоматизированы, а результаты должны выводиться на ЭВМ.

На рис. 9 представлена схема аэрозольной камеры АК. Достаточно подробное описание её работы приведено в работе [47]. Предусматривалось, что после завершения цикла измерений очистка камеры АК могла производиться с помощью системы смыва и удаления осевших на стенки и дно камеры крупных частиц и удаления взвешенных частиц. Установившееся квазиравновесное распределения аэрозоля могло быть использовано для сличения измерителей, работающих в потоке.

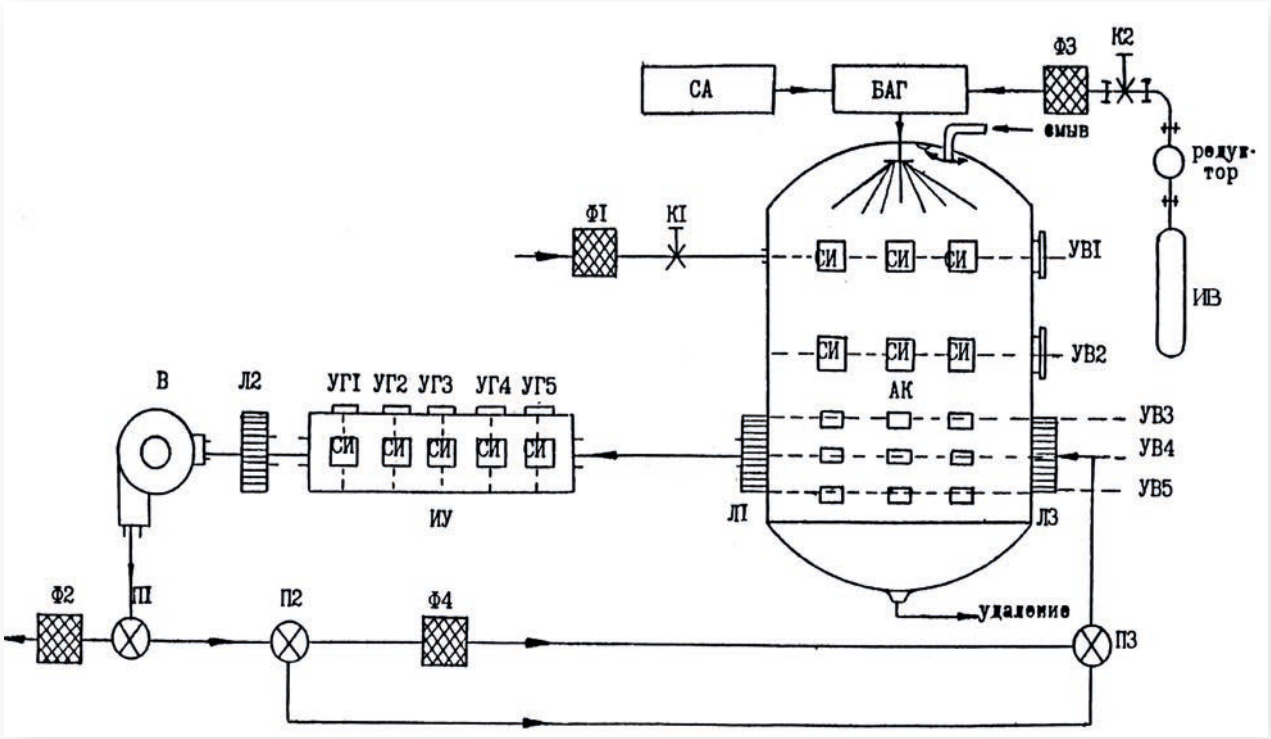


Рис. 9. *Схема базовой аэрозольной камеры АК.*

Схема предлагавшейся камеры для комплекса исходных средств измерений параметров аэрозолей, являвшаяся модификацией и развитием схем, использованных ранее в ряде исследовательских лабораторий (МакНИИУголь, ИГД им. А. А. Скочинского, ИПКОН АН и др.) могла являться базовой для реализации поверочной схемы, прежде всего, для средств измерений массовой концентрации аэрозолей и взвесей. Естественно, что в процессе метрологических исследований и аттестации создаваемой установки должны были быть выявлены конкретные границы её применения в качестве эталонной, установлены режимы работы, определены точностные характеристики, разработаны методики работы, сличения эталонных СИ, аттестации новых типов приборов.

Для оснащения камер предлагалось использовать ряд новых разработок, выполненных во ВНИИФТРИ, в частности, измерители дисперсного состава, счётной концентрации, а также принципиально нового типа приборов — дистанционных измерителей дисперсных параметров аэрозолей по их тепловому излучению.

Все эти приборы, в сочетании с основанными на других принципах, предлагалось использовать при исследовании и аттестации КУВТ, а их дальнейшие модернизации, наряду с выпускаемыми другими предприятиями приборами, использовать в качестве образцовых и рабочих средств измерений в предложенной поверочной схеме, аттестовывать и поверять в дальнейшем на описанной установке.

Большая аэрозольная камера была сконструирована, основные её части были изготовлены на предприятии Ташкентский авиационный завод, но в связи с августовскими событиями 1991 г. таможенные органы Узбекистана запретили вывоз камеры с территории республики. К концу 1991 г. работа по созданию камеры была остановлена, а финансирование прекращено.

Министерства, ведомства и предприятия угольной, строительной промышленности, промышленности минеральных удобрений, охраны труда, ранее заинтересованные в создании эталона, боролись за собственное выживание и не могли выступать в качестве заказчиков изготовления комплекса КУВТ.

Министерства оборонной промышленности, поддерживавшие ранее разработку комплекса, с начала 90-х годов неоднократно реорганизовались и не могли инициировать новую разработку, четыре новых оборонных агентства были созданы лишь в 1999 г. Из них только Российское агентство систем управления развивало создание современной микроэлектроники, но метрологическое обеспечение оно разрабатывало только для своих нужд. Оно пошло по пути закупки высокоточных приборов как средств технологического контроля, но не закупало средств метрологического обеспечения.

Тем не менее, несмотря на ограниченность средств метрологических институтов, экономическую неустойчивость предприятий и промышленности в целом, проблема создания системы метрологического обеспечения измерений параметров аэрозолей, гидрозолей, порошков и взвесей требовала своего разрешения.

После предварительных обсуждений на ряде совещаний специалистов метрологических институтов Госстандарта, проходивших в середине 90-х годов, Техническим комитетом Госстандарта по физико-химическим измерениям ТК 1.8 было принято решение о создании не одного эталонного комплекса, как предлагалось ранее, а трех: Государственного первичного эталона дисперсного состава и счетной концентрации аэрозолей, Государственного специального эталона массовой концентрации и Государственного первичного эталона параметров аэроионного состава воздуха. Причем первый и третий из названных эталонов было решено создать во ВНИИФТРИ, а второй, единицы массовой концентрации,во ВНИИМ.

С начала 90-х гг. в лабораториях ВНИИФТРИ с целью упорядочения работ по метрологическому обеспечению средств измерений параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов велись исследования по двум направлениям: разработка средств и методов измерений параметров аэрозолей, дисперсных и гетерогенных сред и разработка средств и методов измерений концентраций малых примесей для определения состава среды и идентификаций веществ спектральными методами.

В результате исследований был создан целый ряд новых разработок, в частности измерители дисперсного состава, счётчиков концентрации, принципиально нового типа приборов: дистанционных измерителей дисперсных параметров аэрозолей по их тепловому излучению.

Все эти приборы, в сочетании с приборами, основанными на других принципах, предполагались к использованию при исследовании и аттестации эталонной установки, а их дальнейшие модернизации, наряду с выпускаемыми другими предприятиями приборами, могли быть использованы в качестве эталонных и рабочих средств измерений в предложенной поверочной схеме [47]. Промышленный выпуск этих приборов не был налажен, они выпускались малыми партиями, что не позволяло удовлетворить спрос на них.

В условиях ограниченного финансирования метрологических институтов в 1997 г., с использованием опыта аттестации счетчиков частиц на установке ГЭРА-06, во ВНИИФТРИ была создана установка высшей точности УВТ 91-А-97 для воспроизведения единицы счетной концентрации и измерений дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов, что позволило создать поверочную схему для счетчиков аэрозольных частиц [49].

Во ВНИИМ в 2003 году была создана установка высшей точности УВТ 105-А-2003, а с использованием опыта аттестации счетчиков частиц на установке ГЭРА-05 во ВНИИФТРИ была создана

установка высшей точности для воспроизведения единицы и измерений полярной объемной плотности аэроионов УВТ 106-А-2004. Дальнейшей целью стало создание соответствующих государственных первичных эталонов. В разработанных установках практически были реализованы основные технические предложения по созданию эталонных камер комплекса.

До создания и введения в строй установки УВТ 91-А-97 и Государственного первичного эталона единицы дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов приборы калибровались и поверялись в поверочных лабораториях России по самым различным методикам, либо калибровались представительствами фирм-изготовителей, аттестация аэрозольных приборов в стране проводилась по временным локальным схемам. Все это ставило вопросы о достоверности измерений и необходимости сличений показаний приборов, основанных на существенно разных физических принципах. Такие сличения позволили бы выявить и затем исключить возможные систематические погрешности различных методов.

После утверждения созданной во ВНИИФТРИ установки УВТ 91-А-97 [52] она возглавила поверочную схему для счетчиков частиц МИ 2507–98 [49].

3. Создание эталонной базы России в области измерений параметров аэрозолей, гидрозолей, порошков и взвесей

Создание установок высшей точности, конечно, улучшило ситуацию с обеспечением единства измерений дисперсных параметров аэрозолей, но не решило задачи в полном объеме, поскольку поверочная схема не охватывала всех средств измерений, точностные характеристики были недостаточно высокими. Поэтому работы по созданию государственного первичного эталона в последующие годы были продолжены. В период с 1998 по 2003 гг. с использованием части аппаратуры УВТ 91-А-97 и опыта ее эксплуатации во ВНИИФТРИ был разработан Государственный первичный эталон единиц дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов (ГЭТ 163–2003) [53], возглавивший соответствующую поверочную схему [54], утверждённый 26 июня 2003 г. постановлением Госстандарта России. Эталон предназначался для воспроизведения, хранения и передачи единиц размера частиц, счётной и объёмной (массовой) концентрации, значений функции распределения частиц по размерам в аэрозолях, взвесях и порошкообразных материалах. Характеристики эталона были определены для сферической модели частиц аэрозоля, взвеси или порошкообразного материала.

В состав эталонного комплекса вошли: эталонный видеоизмеритель дисперсных параметров порошков и суспензий; эталонный универсальный измеритель дисперсных параметров аэрозолей, суспензий и порошкообразных материалов; эталонный счётчик частиц аэрозолей; набор порошкообразных материалов с известной плотностью. Данный комплекс аппаратуры позволял определять размеры частиц, счётную, массовую и объёмную концентрации, значения функции распределения частиц по размерам в аэрозолях, взвесях и порошкообразных материалах в следующих диапазонах:

размеров частиц	0.5–1000 мкм,
счётной концентрации	10^5–10^{12} $м^{-3}$,
массовой концентрации	0.5–10000 $мг/м^3$
объёмной (в 1 $м^3$) концентрации	0.5–5000 $мм^3$,
значений функции распределения частиц по размерам в интервале	0.5–1000 мкм.

Основным недостатком эталона ГЭТ 163–2003 являлось то, что нижняя граница измерения размеров частиц ограничивалась 0.5 мкм, что не отвечало возросшим требованиям. Поэтому с 2007 г. во ВНИИФТРИ проводились работы по совершенствованию эталона ГЭТ 163–2003 с целью расширения нижней границы диапазона измерений размеров частиц до 30 нм. Решение этой задачи позволяло проводить поверку, калибровку и испытания всего парка современных высокочувствительных приборов для измерения дисперсных параметров аэрозолей и взвесей.

Для измерения счетной концентрации аэрозольных частиц размером от 0.01 до 1 мкм в диапазоне концентраций от 100 до 10^8 $см^{-3}$ в состав эталона была включена система анализа дифференциальной электрической подвижности TSI 3080, сепарация аэрозольных частиц размером от 0.01 до 1 мкм производится классификатором TSI 3081, счетчик ядер конденсации TSI 3010

используется для измерения счетной концентрации аэрозольных частиц размером от 0.01 до 3 мкм в диапазоне концентраций от 100 до 10^5 $см^{-3}$, для измерения счетной концентрации аэрозольных частиц размером от 0.3 до 25 мкм в диапазоне концентраций от 100 до 10^6 $м^{-3}$ включен лазерный счетчик аэрозольных частиц Lighthouse SOLAIR 1001+; для измерения в жидкости счетной концентрации частиц размером от 5 до 200 мкм в диапазоне концентраций от 100 до $4.8 \cdot 10^6$ $см^{-3}$ введен счетчик частиц ПКЖ-904А.1; в состав эталона входит также измеритель дисперсных параметров аэрозолей, взвесей, порошкообразных материалов МИД-5, интерферометрический измеритель дисперсности, фоторегистрирующее устройство и микроскоп цифровой биологический Альтами БИО-3.

Для измерения параметров частиц в субмикронном и нанометровом диапазонах размеров в аэрозолях в состав эталона был введён дифференциальный анализатор подвижности TSI 3936, позволяющий определять дисперсные характеристики частиц аэрозоля в диапазоне размеров от 6 до 1000 нм. Передача размера единиц длины этому анализатору осуществлялась с помощью латексных сфер. Их генерация осуществлялась генератором HIAC Royco Model 256 путём распыления водной взвеси латексных сфер с дальнейшим её осушением в аэродинамическом тракте прибора.

Передача единицы размера с использованием генератора HIAC Royco Model 256 осуществлялась в диапазоне 498..1028 нм с помощью взвесей латексных сфер, измеренных на дифракционном измерителе дисперсности, входившем в состав ГЭТ 163–2003.

С улучшенными метрологическими характеристиками Государственный первичный эталон единиц дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов ГЭТ 163–2010 был утверждён в 2011 году[56].

В 2011 г. были проведены также межлабораторные сличения, в которых приняли участие ведущие лаборатории в определении дисперсных параметров аэрозолей из Европы и Австралии: Гриффитский Университет (Австралия), Universite Paris Est Creteil UPEC (Франция), Fraunhofer ITEM (Германия), TSI Gmbh (Германия), ФГУП «ВНИИФТРИ», НИФХИ им. Л. Я. Карпова.

В качестве дополнительного и независимого метода измерений параметров частиц в аэрозолях и взвесях во ВНИИФТРИ был разработан предложенный Е. В. Лесниковым [55, 57] интерферометрический измеритель дисперсности, позволяющий измерять средний размер и концентрацию частиц. Метод основан на анализе измерений амплитудных и фазовых соотношений интерферограмм, полученных до и после введения частиц в рабочий объём интерферометра.

Этот метод также позволяет уточнять действительную и мнимую часть показателя преломления частиц аэрозоля или взвеси, что достаточно важно при измерении параметров наночастиц. Интерферометрический измеритель дисперсности был создан, аттестован и включен в состав эталонной аппаратуры.

Метрологические характеристики эталона были исследованы и подтверждены экспериментально, расчет точностных параметров был проведен в соответствии с ГОСТ 8.207–76 и РМГ-43–2001.

Диапазоны значений размера частиц и счётной концентрации, которые воспроизводит эталон, составляют

для размера частиц	от 0.03 до 1000 мкм;
счётной концентрации	от 10^5 до 10^{12} $м^{-3}$.

Эталон обеспечивает воспроизведение единиц дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов со средним квадратическим отклонением результатов измерений при 10 независимых измерениях, не более

в диапазоне от 0.03 до 0.5 мкм	2 %;
в диапазоне от 0.5 до 1000 мкм	1 %.

Неисключённая часть систематической погрешности измерения (при доверительной вероятности 0.95) не превышает

в диапазоне от 0.03 до 0.5 мкм	4 %;
в диапазоне от 0.5 до 1000 мкм	2 %.

В связи с введением в эксплуатацию этого эталона была разработана новая Межгосударственная поверочная схема [56].

Государственный первичный эталон ГЭТ 163–2010 по своим техническим и метрологическим характеристикам соответствует современному уровню развития науки и техники. Создание эталона позволило расширить нижнюю границу измерения размеров частиц вплоть до 30 нм и обеспечить поверку и калибровку СИ параметров частиц в нанометровом диапазоне.

В связи с всё более широким применением нанотехнологий в различных областях, таких как биология, медицина, энергетика, электроника, оптика и фотоника, всё более актуальной становилась задача измерения дисперсных параметров аэрозолей и взвесей нанометрового диапазона.

Государственный первичный эталон единиц дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов ГЭТ 163–2003, возглавлявший государственную поверочную схему, воспроизводил размеры частиц в диапазоне 0.5–10 мкм. Поэтому одновременно с его усовершенствованием во ВНИИФТРИ были начаты работы по созданию Государственного вторичного эталона единиц дисперсных параметров взвесей, предназначенного для воспроизведения размера частиц взвесей в диапазоне концентрации 10^8–10^{14} см$^{-3}$. В основу метода измерения размера наночастиц было положено динамическое рассеяние света (ДРС), являющееся первичным методом анализа параметров наночастиц в жидких средах. Такой эталон, ВЭТ 163–1–2010, был создан и утверждён в 2010 г. [56]. Применение этого эталона позволило расширить нижнюю границу измерения параметров частиц в жидкой среде вплоть до 10 нм и обеспечить поверку и калибровку средств измерений параметров частиц в нанометровом диапазоне.

По своим техническим и метрологическим характеристикам Государственный вторичный эталон единицы дисперсных параметров взвесей нанометрового диапазона ВЭТ 163–1–2010 находится на современном уровне и соответствует государственной поверочной схеме.

Внедрение государственного вторичного эталона обеспечивает единство измерений при производстве нанопродукции на предприятиях электронной, фармацевтической и космической промышленности, а также развитие таких критических технологий, как «Технологии создания новых поколений ракетно-космической, авиационной и морской техники», «Нанотехнологии и наноматериалы», «Технологии механотроники и создание микросистемной техники», «Технология создания электронной компонентной базы», «Биомедицинские и ветеринарные технологии жизнеобеспечения, защиты человека и животных.

Одновременно с разработкой ГЭТ 163–2003, с использованием результатов ранее проведенных исследований, во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева шли разработки Государственного специального эталона единицы массовой концентрации частиц в аэродисперсных средах, который был утвержден в 2003 г как ГСЭ 164–2003.

Как и предлагалось при разработке комплекса КУВТ [47], в основу функционирования ГСЭ 164–2003 положен принцип проведения измерений в движущемся потоке воздуха, т.е. в специальных условиях с использованием ряда физических методов (гравиметрический, радиоизотопный, дифракционный, метод оптической микроскопии). Эталон обеспечивает воспроизведение и передачу единиц массовой концентрации частиц в аэродисперсных средах в этих условиях (в воздушном потоке). Он воспроизводит единицу массовой концентрации аэрозолей в воздушно-пылевой смеси с размерами частиц в диапазоне 0.5…1000 мкм при скоростях движения потока от 0.1 до 40 м/с в диапазоне массовых концентраций: 0.15…1000 мг/м^3.

Относительное среднее квадратическое отклонение результата измерений 1.3…1.0 % при 10 независимых измерениях. НСП 2 % (отн.) при доверительной вероятности $P = 0.99$ (для воспроизведения единицы массовой концентрации частиц) 1.0…0.1 % (отн.). Стандартная неопределенность по типу А — 1.3…1.0 % (отн.) при проведении 10 независимых измерений (для воспроизведения единицы массовой концентрации частиц).

Стандартная неопределенность по типу В — 0.94 % (отн.) (для воспроизведения единицы массовой концентрации частиц).

Суммарная стандартная неопределенность — 1.6…1.4 % (отн.) (для воспроизведения единицы массовой концентрации частиц).

Работу эталона обеспечивает следующий комплекс входящих в его состав измерительных средств:

- радиоизотопно-гравиметрический комплекс аппаратуры для измерения массовой концентрации аэрозолей в диапазоне 0.15–1000 мг/м^3, включающий радиоизотопный измеритель массовой концентрации ДАСТ и компаратор массы UMX 5 D;
- комплекс аппаратуры для создания аэродисперсных сред с размером частиц в диапазоне 0.5–1000 мкм со скоростью воздушного потока в диапазоне 0.1–40 м/с, включающий оптический микроскоп МКТФ-1 с оптической телевизионной системой ОТС-1200, меры сравнения длины; универсальный измеритель дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов Микросайзер; набор стандартных образцов гранулометрического состава и измерители скорости потока — трубка пневмометрическая и аэродинамическая труба АДСП-60/90.

Эталон ГСЭ 164–2003 вместе с ГЭТ 163–2010 входят в единую поверочную схему [56]. Важным событием в решении метрологических проблем измерений параметров среды обитания человека стало утверждение Государственного первичного эталона единиц объёмной плотности электрического заряда ионизированного воздуха и счётной концентрации аэроионов (ГЭТ 177–10). Подробное описание эталона дано в [58]. Введение в строй этого эталона стало своеобразным подведением итогов многолетних исследований, ведущихся во ВНИИФТРИ с 1973 г., в области метрологического обеспечения измерений дисперсных и электрических параметров аэрозолей.

Заключение

Приведены некоторые результаты исследований в области измерений параметров среды обитания человека, которые в последнее время ведутся интенсивно в метрологических институтах. Описанный комплекс работ по созданию, введению в строй и усовершенствованию высшего звена поверочной схемы обеспечил решение современных практических задач поддержания единства измерений в таких областях развития российской экономики, как ракетно-космическая промышленность, авиастроение, энергетика, электронная и радиоэлектронная промышленность, двигателестроение, оборона и безопасность, экология, фармацевтическая промышленность, металлургическая и добывающая промышленность, нефть и газ, химическая и пищевая промышленность. Поскольку актуальность проблемы создания системы обеспечения единства измерений параметров аэрозолей стала особенно очевидной в условиях вхождения в ВТО и устранения торговых барьеров в рамках ЕврАзЕС, то для её решения во ВНИИФТРИ разработаны новые или адаптированы разработанные ранее методы испытаний и поверки приборов. Так, за последний период времени, начиная с 2003 года, во ВНИИФТРИ и ВНИИМ проведены испытания в целях утверждения типа более 180 средств измерений параметров аэрозолей, гидрозолей, порошков и взвесей, их парк вырос до нескольких десятков тысяч единиц. Задача гармонизации национальных стандартов с международными в области технологии чистых помещений и мониторинга чистоты остро встала с момента становления этих технологий в России. В результате активного сотрудничества ВНИИФТРИ с техническим комитетом ИСО ТК209, ведущими специалистами отечественных отраслей промышленности при активном участии ВНИИФТРИ был разработан соответствующий требованиям ИСО первый отечественный стандарт на чистые помещения [59]. Он был утверждён Госстандартом с опережением стандарта ИСО почти на пять лет, что существенно способствовало развитию современных отечественных технологий чистых производств. В последние годы ВНИИФТРИ аттестовал несколько десятков методик измерений, разработал и представил на утверждение Росстандарта более десятка ГОСТов в области измерений параметров аэрозолей, гармонизированных со стандартами ИСО и МЭК [16, 21, 22, 37, 54, 56, 59, 60 и др.].

В создание всей системы метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей и взвесей внесли большой вклад сотрудники ВНИИФТРИ, которых по праву можно считать соавторами настоящей статьи, и среди которых особо следует отметить: Г. Д. Петрова, О. В. Карпова, Е. В. Лесникова, Д. М. Балаханова, В. Д. Кутового, А. П. Гриценко, И. И. Кравченко, С. О. Лехтмахера, Н. П. Троценко и многих других.

В настоящее время ВНИИФТРИ продолжает разработку и поставку высокоточных средств измерений и измерительных систем для мониторинга дисперсных, электрических и структурных параметров аэрозолей, в том числе для чистых помещений; поверку и калибровку счётчиков и анализаторов аэрозольных частиц, нефелометров, измерителей запылённости воздуха, пылемеров, аэроионометров и другой аэрозольной и аэроионометрической аппаратуры; разработку и аттестацию стандартов и методик выполнения измерений параметров аэрозолей и взвесей и аэроионизации воздушной среды [61–64].

Список литературы

1. Предельно допустимые концентрации (ПДК) вредных веществ в воздухе рабочей зоны. Гигиенические Нормативы ГН 2.2.5.1313–03. Минздрав России, Москва, 2003 (Взамен ГН 2.2.5.686–98. Предельно допустимые концентрации (ПДК) вредных веществ в воздухе рабочей зоны).
2. *Рузер Л. С.* Радиоактивные аэрозоли. Измерение концентрации и поглощенных доз. М.: Изд-во стандартов. 1968. 192 с.
3. СанПиН 2.2.4.1294–03. Гигиенические требования к аэроионному составу воздуха производственных и общественных помещений.
4. *Грин Х.,* Лейн В. Аэрозоли — пыли, дымы и туманы. Пер. с англ. под ред. Н.А. Фукса. Л.: Химия. 1969.
5. *Райст П.* Аэрозоли. Введение в теорию. Пер. с англ. М.: Мир, 1987, 280 с.
6. *Фукс Н. А.*. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 353с.
7. *Fuchs, N.A.* Aerosol impactors (a review). In Fundamental of Aerosol Science. Ed. D.T. Shaw. N.Y., Wiley, 1978.
8. *Клименко А. П.* Методы и приборы для измерения концентрации пыли. М.: Химия. 1978, 207 с.
9. *Беляев С. П., Никифорова Н. К., Смирнов В. В., Щелчков Г. И.* Оптико-электронные методы изучения аэрозолей. М.: Энергоиздат. 1981, 232 с.
10. *Карпов О. В., Лесников Е. В., Балаханов М. В., Балаханов Д. М., Данькин Д. А.* Методы измерений характеристик наночастиц и их дисперсных параметров, применяемых в эталонной аппаратуре // Российские нанотехнологии. 2013. Т. 8. № 5–6. С. 92–107.
11. *Карпов О. В., Лесников Е. В., Балаханов М. В., Балаханов Д. М., Данькин Д. А.* Методы и средства измерения параметров наночастиц. Все материалы. Энциклопедический справочник. 2013. № 4. С. 2–14
12. *Parker, C. Reist.* Aerosol science and technology // Parker C. Reist. 2nd ed. H. cm. 1993.
13. *Балаханов М. В., Лесников Е. В.* Запыленность воздуха рабочей зоны. В книге: Энциклопедия «Экометрия». Контроль физических факторов производственной среды, опасных для человека. М.: ИПК Издательство стандартов. 2002. С. 26–56.
14. *Балаханов М. В., Лесников Е. В.* Запыленность атмосферы. В книге: Контроль физических факторов окружающей среды, опасных для человека Сер. "Экометрия: Энциклопедия: Сер. справ. изд. по экол. и мед. измерениям". М.: ИПК Издательство стандартов. 2003. С. 316–350.
15. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М: Мир, 1986.
16. ГОСТ Р 8.777–2011. Государственная система обеспечения единства измерений. Дисперсный состав аэрозолей и взвесей. Определение размера частиц по дифракции лазерного излучения.
17. *Шифрин К. С., Колмаков И. Б.* Вычисление спектра размеров частиц по текущим и интегральным значениям индикатрисы в области малых углов // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1967. Т. 3. № 12. С. 1271–1279.
18. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973.
19. ISO 13323 «Determination of particle size distribution. Single-particle light interaction methods. Part 1: Light interaction considerations»
20. *Пахалов В. Б.* Спектральные моды и когерентность полупроводникового лазера и Nd-лазера с диодной накачкой вблизи порога генерации // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36.— Вып. 8. С. 14–22.
21. ГОСТ Р 8.775–2011 Государственная система обеспечения единства измерений. Дисперсный состав газовых сред. Определение размеров наночастиц по методу дифференциальной электрической подвижности аэрозольных частиц.
22. ГОСТ Р 8.756–2011. Государственная система обеспечения единства измерений. Дисперсный состав газовых сред. Определение размеров наночастиц методом диффузионной спектрометрии.
23. *Knutson, E.O., Whitby, K.T.* Aerosol Classification by Mobility: Apparatus Theory and Applications // Journal of Aerosol Science. 1975. A. No. 6. P. 443–451.
24. *Wiedensohler, A.* Technical Note: An Approximation of the Bipolar Charge Distribution for Particles in the Submicron Range // Journal of Aerosol Science. 1988. Vol. 19. No. 3. P. 387–389.
25. *Fuchs, N.A.* On the Stationary Charge Distribution on Aerosol Particles in a Bipolar Ionic Atmosphere // Geophys. Pure Appl. 1963. No. 56. P. 185–193.
26. *Willeke, K., Baron, P.A.* Aerosol Measurement: Principles, Techniques and Applications // New York: Van Nostrand Reinhold. 1993. P. 26–28.
27. Каталог фирмы TSI (http://www.ecmoptec.ru/).
28. *Berne, B.J., Pecora, R.* Dynamic Light Scattering with Applications to Chemistry, Biology and Physics. Willey-Interscience, N.Y., 1976.
29. *Cummins, H.Z., Pike, E.R. et al*. Photon Correlation Spectroscopy and Velocimetry. Plenum Press, N.Y., 1977.
30. *Жуланов Ю. В., Лушников А. А., Невский И. А.* Статистика счета частиц в высококонцентрированных дисперсных системах // ДАН. 1983. Т. 270. № 5. С. 1140–1143
31. *Жуланов Ю. В., Загайнов В. А., Лушников А. А., Любовцева Ю. С., Невский И. А., Стулов Л. Д.* Высокодисперсный и субмикронный аэрозоль аридной зоны // Изв. АН СССР. С.р. ФЛО. 1986. Т. 22. № 5. С. 488–495.
32. *Загайнов В. А., Жуланов Ю. В., Лушников А. А., Стулов Л. Д., Осидзе И. Г., Цицкигивили М. С.* Суточные изменения параметров атмосферного аэрозоля горных районов // Изв. АН СССР. С.р. ФАО. 1989. Т. 23. № 12. С. 1323–1329.

33. *Загайнов В. А., Лушников А. А., Никитин О. Н., Кравченко Н. Е., Хеджер Т. В., Петрянов И. В.* Фоновый аэрозоль над Байкалом // ДАН РАН. 1990. Т. 308. № 5. С. 1087–1090.
34. *Загайнов В. А., Чуркин С. Л., Огородников Б. И.* Исследование дисперсного состава и концентрации инертных атмосферных аэрозолей и 30-километровой зоне па ЧАЭС // Серия Охрана окружающей среды, вопросы экологии и контроля качества продукции. 1992. Вып. 1. С. 25–31.
35. *Julanov, Yu.V., Lushnikov, A.A., Zagaynov, V.A.* Diffusion aerosol spectrometer // Atmospheric Research. 2002. Vol. 62. P. 295–302.
36. *Ankilov, A., Baklanov, A., Colhoun, M., Enderler, K.-H., Gras, J., Julanov, Yu., Kaller, D., Lindner, A., Lushnikov, A.A., Mavliev, R., McGovern, E., Mirme, A., O'Connor, T.C., Podzimek, J., Preining, O., Reischl, G.P., Rudolf, R., Sem, G.J., Szymanski, W.W., Tamm, E., Vrtala, A.E., Wagner, P.E., Winklmayr, W., and Zagaynov, V.* Intercomparison of number concentration measurements by various aerosol particle counter // Atmospheric Research. 2002. Vol. 62. No. 3–4. P. 177–208.
37. ГОСТ Р 8.774–2011. «Государственная система обеспечения единства измерений. Дисперсный состав жидких сред. Определение размеров частиц по динамическому рассеянию света».
38. *Камминс Г., Пайк Э.* Спектроскопия оптического смещения и корреляция фотонов. М: Мир, 1978.
39. *Schart, W.* Light Scattering from Polymer Solutions and Nanoparticle Dispersions. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, 2007.
40. *Vanhoudt, J., Clauwaert, J.* Experimental comparison of fiber receivers and a pinhole receiver for dynamic light scattering // Langmuir. 1999. Vol. 15. Iss. 1. P. 44–57
41. *Гладуш Ю. Г. и др.* Решение обратной задачи корреляционной спектроскопии с использованием данных статического светорассеяния.// Электромагнитные волны и электронные системы. 2011. Т. 16. № 4. С. 61–66.
42. Чистые помещения./ Под ред. И. Хаякава. Пер. с японского под ред. Ржанова В. Г. и Ушакова В. И. М.: Мир, 1990. 454 с.
43. *Балаханов М. В., Петров Г. Д., Ярных В. С.* Метрологические проблемы измерений параметров аэрозолей. Тезисы докл. V Всесоюзн. конф. "Аэрозоли и их применение в народном хозяйстве. Т. I. Юрмала. Декабрь 1987. М. 1987. С. 101.
44. Отчет о НИР 07.02.58.01 «Разработка технических предложений по метрологическому обеспечению измерения параметров дисперсных систем и создания образцовой аппаратуры». ВНИИФТРИ, 1987.
45. *Звездина В. А., Карпов О. В., Кутовой В. Д., Максимов И. И.* Метрологическое обеспечение pH-метрии. Государственный первичный эталон шкалы pH // Труды ВНИИФТРИ. 2004. Вып. 46(138). С. 10–24.
46. *Максимов И. И.* Концепция построения рекомендации МОЗМ МР 54 «Шкалы pH водных растворов». Труды ВНИИФТРИ. Вып. 46(138). М. 2004. С. 38.
47. *Балаханов М. В.* О системе метрологического обеспечения измерений дисперсных параметров аэрозолей. Методы и средства измерений параметров дисперсных сред // Сб. научн. трудов. М.: НПО «ВНИИФТРИ». 1991. С. 6–21.
48. Метрология гетерогенных сред и физико-механические измерения // Сб. научных трудов. М.: ВНИИФТРИ, 2004. 144 с.
49. МИ 2507–98 ГСОИЕ. Государственная поверочная схема для средств измерений дисперсных сред (размера частиц. С.етной и объемной концентрации в аэрозолях и суспензиях и размера частиц в порошкообразных материалах). ГП «ВНИИФТРИ», 1998.
50. *Руска Э.* Развитие электронного микроскопа и электронной микроскопии // УФН. 1988. № 154. С. 243–259.
51. *Коузов П. А., Скрябина Л. Я.* Методы определения физико-химических свойств промышленных пылей. Л.: Химия, 1983. 143 с.
52. Установка высшей точности для воспроизведения единиц счетной концентрации и размеров частиц в аэрозолях и суспензиях и единицы размера частиц в порошкообразных материалах. Карпов О. В., Лесников Е. В., Петров Г. Д. // Измерительная техника. 1997. № 9. С. 68
53. *Лесников Е. В., Карпов О. В., Брянский Л. Н.* Государственный первичный эталон единицы дисперсных параметров аэрозолей и порошкообразных материалов (ГЭТ 163–2003) // Измерительная техника. 2004. № 1. С. 3–5.
54. ГОСТ Р 8.606–2004 Государственная система обеспечения единства измерений. Государственная поверочная схема для средств измерений дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов.
55. *Лесников Е. В., Карпов О. В., Балаханов М. В., Данькин Д. А.* Государственный первичный эталон единиц дисперсных параметров аэрозолей и порошкообразных материалов (ГЭТ 163–2010) // Измерительная техника. 2013. № 1. С. 1–6.
56. ГОСТ 8.606–2012 Государственная система обеспечения единства измерений. Государственная поверочная схема для средств измерений дисперсных параметров аэрозолей, взвесей и порошкообразных материалов.
57. *Карпов О. В., Балаханов Д. М., Лесников Е. В., Данькин Д. А.* Государственный вторичный эталон единиц дисперсных параметров аэрозолей нанометрового диапазона // Измерительная техника. 2011. № 2. С. 3.
58. *Карпов О. В., Журавлёв А. В., Колерская С. С.* Государственный первичный эталон единицы объёмной плотности электрического заряда ионизированного воздуха и счётной концентрации аэроионов // Измерительная техника. 2011. № 1. С. 3–7.
59. ГОСТ Р 50766–95 Помещения чистые. Классификация. Методы аттестации. Основные требования.
60. ГОСТ Р 8.712–2010 ГСИ. Дисперсные характеристики аэрозолей и взвесей нанометрового диапазона. Методы измерений. Основные положения.
61. Метрология гетерогенных сред и физико-механические измерения. Сборник научных трудов / Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений; под общ. ред. М.В. Балаханова. М. 2004.
62. *Щипунов А. А., Балаханов М. В., Асланян Э. Г.* Эталоны ГНЦ РФ ФГУП "ВНИИФТРИ" для нанотехнологий // Нанотехнологии. Экология. Производство. 2013. № 6 (25). С. 26–28.

63. *Балаханов М. В., Карпов О. В., Балаханов Д. М., Лесников Е. В.* Метрологическое обеспечение измерений дисперсных параметров аэрозолей и взвесей // Нанотехнологии. Экология. Производство. 2012. № 16. С. 102–104.
64. *Балаханов М. В., Балаханов Д. М., Лесников Е. В.* Проблемы чистоты технологических сред при производстве изделий электронной техники с субмикронной и нанометровой топологией // Нанотехнологии. Экология. Производство. 2012. № 18. С. 72–75.
65. *Балаханов М. В., Балаханов Д. М., Лесников Е. В.* Методы и средства измерений дисперсных параметров частиц взвесей субмикронного и наномикронного диапазонов // Измерительная техника. 2015. № 1. С. 61–68.

Поступила 26 октября 2016 г.

METHODS AND MEANS OF MEASURING OF THE DISPERSION PARAMETERS OF PARTICLES IN AEROSOLS AND SUSPENSIONS

M.V. BALAKHANOV

doi: 10.25210/jfop-1701-002033

The parameters of the disperse systems of aerosols, consisting from a gaseous medium and a liquid or solid disperse phase, and of suspensions consisting from a liquid medium and a solid dispersed phase, are given. Various physical principles of particle detection and measuring of composition and concentration of these particles are analyzed.

Features of devices that implement these principles are described. Methods and means for measuring parameters of these systems to a particle size range from tens of micrometers up to a few nanometers considered. Principles of standardization, structure and composition of the complex reference equipment, the characteristics of the Primary national etalons, intended for reproduction, maintain and transfer the units of the values of disperse parameters of aerosols and suspensions are given.The stages of development of the components and of the creation of the whole system of metrological assurance of measurements of disperse parameters of aerosols and suspensions are described.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

Журнал включен:

- В ***Российский индекс научного цитирования*** (***РИНЦ***).
- В базу данных ***Russian Science Citation Index*** (***RSCI***) на платформе ***Web of Science.***
- В ***Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.***

METHODS OF RADAR AND RADIOMETRIC MEASUREMENTS

UDC 681.784+681.787

METHOD OF HOLOGRAPHIC IMAGING OF SEMITRANSPARENT MEDIA INHOMOGENEITIES WITH A PLANAR LASER RADIATION

© The Authors, 2017
doi: 10.25210/jfop-1701-034049

Hunziker, P. is Doctor of Medicine, Professor of the University of Basel, Director of the Research Group «Physics in Medicine» at the University Hospital of Basel, Switzerland. E-mail: hunzikerp@swissnano.org

Kravchenko, V. F. is Honored Worker of Science of RF, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS; Scientific and Technological Centre of Unique Instrumentation of RAS; Bauman Moscow State Technical University. E-mail: kvf-ok@mail.ru.

Morozov, A.V. is Doctor of Philosophy, Director of the company HighDim GmbH, Switzerland; Specialist in the Field of Development of Embedded Systems for Biomedical Signal and Image Processing Applications. E-mail: morozova@highdim.com

Volosyuk, E.V. is Member of the Research Group «Physics in Medicine» at the University Hospital of Basel, Switzerland. E-mail: elena.volosyuk@swissnano.org

Volosyuk, V.K. is Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Aircraft Radio Engineering Systems Design, National Aerospace University, Kharkov, Ukraine.
E-mail: valeriy_volosyuk@mail.ru

Zhyla, S. S. is Candidate of Technical Sciences, Doctoral student, National Aerospace University, Kharkov, Ukraine. E-mail: zhyla@email.ua

Аннотация

Дано теоретико-вероятностное обоснование нового томографического метода когерентного сверхширокополосного зондирования полупрозрачного вещества с целью построения объемного изображения его внутренней структуры. Метод основан на облучении исследуемой среды плоским лучом, его спектральном анализе, голографическом сравнении пространственных спектров рассеянного и опорного сигналов и последующим восстановлении объемного изображения методами томографии. Впервые обоснована стохастическая модель изображения в когерентной трактовке после переноса спектра излучения с высокочастотной области в низкочастотную область пространственных частот на поверхность области его регистрации. Рассчитаны статистические характеристики высокочастотных сигналов в непосредственной близости к поверхности устройства регистрации изображения. Дано статистическое описание изображения, восстановленного из спектральных данных, полученных на выходе регистрирующего устройства. Исследованы корреляционные характеристики спекл-структуры восстановленного изображения. Выполнены расчеты и исследования аппаратной функции системы, реализующей предложенный метод.

Ключевые слова: *оптическая когерентная томография, плоскопараллельное лазерное излучение, статистический анализ, спекл-структура изображения*

Abstract

The paper presents the theoretical and probabilistic foundation for a new technique of coherent ultra-wideband sensing for three-dimensional tomographic imaging of the internal structure of semitransparent media. Imaging involves test media illumination with a planar collimated beam, its spectral decomposition, holographic processing of spatial spectra of reference and scattered signals, followed by reconstruction of a volumetric image using tomographic methods. For the first time, a stochastic model of the image has been proposed and is considered in terms of coherent signal processing when the radiation spectrum is shifted to the low-frequency band and projected on the image sensor. The statistical characteristics of the high-frequency signal in immediate vicinity of the image sensor surface have been determined. A statistical description of the image constructed from the spectral data obtained at the image sensor output is given. The correlation characteristics of the speckle structure of the reconstructed image have been investigated. The instrument function of the optical coherence tomography system implementing the proposed method has been derived and studied.

Keywords: *optical coherent tomography, planar laser radiation, statistical analysis, image speckle structure*

Introduction

The modern electronic component base and recent achievements in manufacturing of ultrawideband (UWB) coherent sources have enables, with the help of miniaturized devices and systems, solving problems of imaging the distribution of inhomogeneities in semitransparent media with high resolution. These problems are relevant in various fields of science and technology that require remote diagnostics and monitoring of the state of the internal structure of media in three dimensions. For example, such problems need to be solved in meteorology for monitoring of the state of the atmosphere, subsurface remote sensing of Arctic and Antarctic ice covers, in biomedicine for diagnostics, etc. Studied media can also include turbulent atmospheric and water streams, various crystals, gas streams from jet nozzles, chemical solutions, etc.

Tomography and holography methods are among the most promising techniques for solving such problems. These methods can be implemented in different wavelength ranges of optical and radio waves and applied e.g. in synthetic aperture radar when studying water surface and ice cover where the penetration ability of electromagnetic radiation renders it feasible. Principles and application of tomography and holography are given in many articles [1–5]. Among them is the method [1,2] of Optical Coherence Tomography (OCT) based on the semitransparent media sensing with a thin laser beam. A significant limitation of the method is that it requires a very rapid medium scanning to obtain a three-dimensional inhomogeneity image. The theoretical and probabilistic description of coherent spatial-temporal signals formed by UWB laser radiation sources and scattered by inhomogeneities of the test medium is incomplete. The signals resulting from a coherent interference of the scattered and reference radiation are recorded by incoherent devices. Adequate mathematical models of coherent test medium images reconstructed from the output signals from incoherent recording systems are lacking, too, rendering difficult the data interpretation and the development of signal processing algorithms aimed at achieving high resolution and elimination of the image speckle-structure, and noise and distortions.

In the present work, a new method of medium sensing with a planar beam has been presented that allows high density scanning at reduced scanning speed and simplification of the tomographic reconstruction of three-dimensional images. This is illustrated by a specific example application, i.e. eye diagnostics with UWB radiation emitted by superluminescent diodes. For the first time, a theoretical analysis of the coherent high-frequency image of eyeball inhomogeneities is given and the low-frequency image of the eyeball is reconstructed from the hologram obtained, for instance, using CCD or CMOS imaging sensors which are incoherent devices.

1. Principles of method and device used for holographic studies of semitransparent medium

Device designed for laser sensing of test media illustrating the method proposed is represented schematically in Fig. 1.

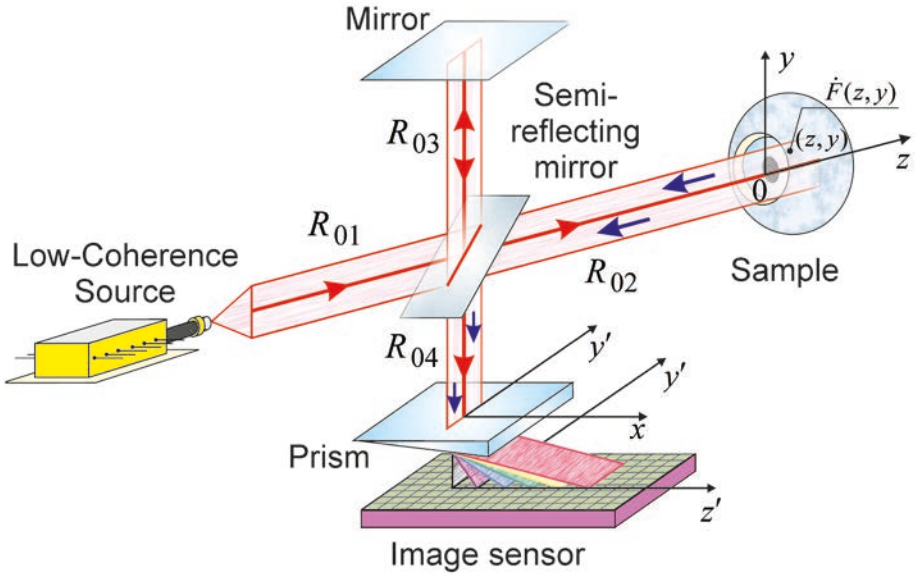


Fig. 1. *Device used for holographic studies of transparent media inhomogeneities.*

Laser that forms a thin plane beam along the z-axis acts as a radiation source. The beam can be generated in both planes, vertical or horizontal, by means of the lens system or cylindrical reflectors. Radiation from the laser is incident upon the semitransparent mirror that directed the half incident power into the test media. The other half-power (the reference signal) is sequentially reflecting from the semitransparent mirror, firstly from the upper one, then it is redirecting back through the semitransparent mirror with a two-fold power attenuation and is incident onto the spectral beam splitter forming a thin line along the y'-direction on its surface. The splitter deflects the wideband reference signal along the coordinate z', normal to the coordinate y', at the angles proportional to the frequency values f (or the wavenumbers k) in the radiation spectrum. An optimal prism or diffraction grating may be used as a spectral beam splitter. In order to attain a considerable deflection, the spectrum of the transmitted signal should be quite wideband.

The information part of radiation passes through the test media and is scattered by its inhomogeneities. We relate the test media and position of scattering inhomogeneities to a system of coordinates (y, z). The backscattered signals are incident upon the semitransparent mirror, reflecting from it and interfering with the reference signal along the thin line y' and finally are also deflected by the spectral splitter along the z'-coordinate. The information and the reference signals are combined forming a two-dimensional spectral interference pattern on the image sensor (signal-, radiation-recording system) surface. At its outlets we obtain a digital hologram in the form of the signals proportional to the intensity of "inlet" interference image. The information signal escaping the test media and observed outside the cross-sectional reference beam is to be considered as noise (interference) signal. The reconstruction of two-dimensional image of the test media from the hologram obtained can be done by algorithmic way under computer control. In oder to obtain the volume image, the holography system discussed should provide the corresponding scanning and processing data by well-known methods of computer tomography [1–5].

The radiation of the laser should be comparatively wideband and coherent. There is no one, entirely adequate, definition of wideband and ultrawideband signals. The signal is often referred to as ultrawideband if its spectrum is equal to about 10 (ten) or 100 (hundred) gigahertz. Signals are also wideband if $\Delta f_m / f_0 \sim 1$ and they are narrowband if $\Delta f_m / f_0 \ll 1$, where Δf_m is the bandwidth, f_0 is the band center.

Nowadays [3] infrared superluminescent diodes emit within the wavelength range

$$\lambda \in (\lambda_0 - \Delta\lambda_m / 2,\ \lambda_0 + \Delta\lambda_m / 2) = (850 \div 950)\ \text{nm},$$

where $\lambda_0 = 900$ nm, $\Delta\lambda_m = 100$ nm. The corresponding frequency range is

$$f = \frac{c}{\lambda} \in \left(3.158 \div 3.529\right) \times 10^{14}\ \text{Hz},$$

where $f_0 = 3.333 \times 10^{14}$ Hz, $\Delta f_m = 3.71 \times 10^4$ GHz. Such bandwidth is large and it can be called ultrawideband, but according to the ratio $\Delta f_m / f_0 \approx 0.1$ it is narrowband.

2. Initial relations and mathematical background of the method

It is worthwhile here to write the time-dependent transmitted signal $s_{radiation}(t)$ as the Fourier transform of spectral density of complex amplitude $\dot{S}(j2\pi f)$. Then, the reference signal in each point of equiphases plane at the prism surface may be represented as

$$s_{reference}(t) = \gamma s_{radiation}(t - t_{lag1}) = \gamma \int_{\Delta f} \dot{S}(j2\pi f) \exp\left(j2\pi f (t - t_{lag1})\right) df = \gamma \int_{\Delta f} \dot{S}(j2\pi f) \exp\left(j(2\pi f t - kR_1)\right) df, \quad (1)$$

where $t_{lag1} = R_1 / c$, $R_1 = R_{01} + 2R_{03} + R_{04}$, γ reflects the beam attenuation (will not be used hereinafter), $kR_1 = 2\pi f t_{lag1} = \varphi_1$ is the equiphase surface above the prism, $k = 2\pi / \lambda$ is the wave number. Frequency band Δf corresponds to the range of wave numbers $\Delta k = 2\pi \Delta f / c$.

To represent the data signal, the way of sample beam must be reshaped in one line as depicted in Fig. 2. Phases do not change in this way.

Data signal above the prism is represented as

$$s_{inform}(t, y') = \int_{\Delta f} \dot{S}(j2\pi f) \int_y \int_z \dot{F}_1(f, y, z) \exp\left(j2\pi f \left[t - t_{lag2} - t_{lag3}(y, y', z)\right]\right) df dy dz, \quad (2)$$

where $\dot{F}_1(f, y, z) dz dy = d\dot{F}_1(f, y, z)$ is light scattering (reflection) coefficient of incident radiation.

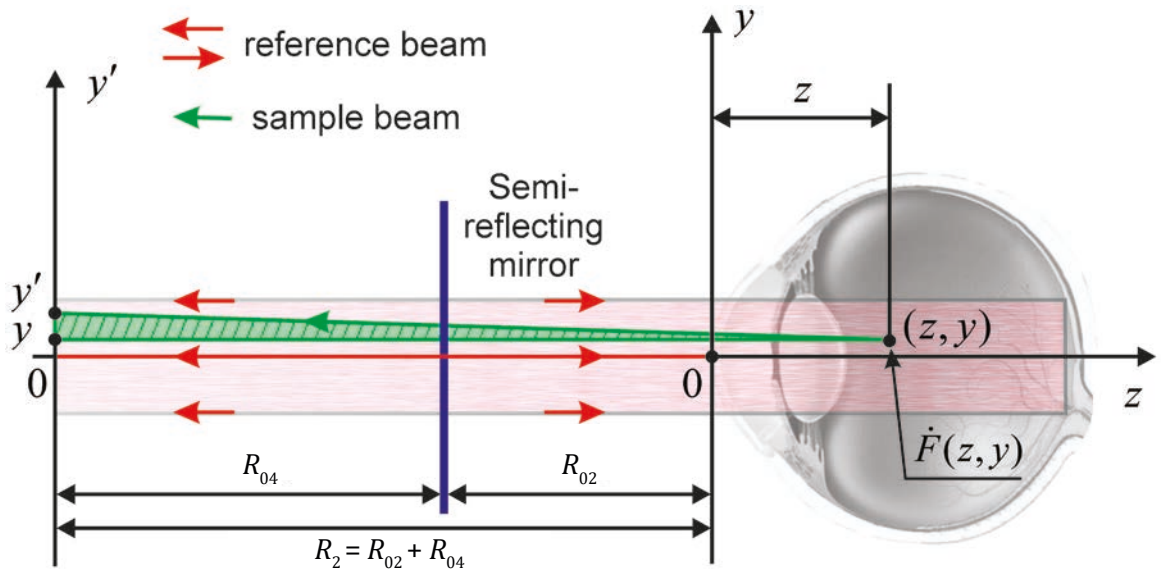


Fig. 2. *Direct way of the beam from sample object to prism.*

This coefficient depends on changes of refraction factor gradients of media area with $dydz$ square. $t_{lag2} = (R_{01} + R_{02})/c$ and $t_{lag3}(y, y', z)$ are delays of scattered radiation from test media. Corresponding phase delay can be represented as

$$\varphi(y, y', z, f) = 2\pi f\, t_{lag3}(y, y', z, f) = k t_{lag}(y, y', z) + \Delta\varphi(y, y', z, f), \tag{3}$$

where

$$\Delta\varphi(y, y', z, f) \approx k \int_0^{2z} n(y, y', \varsigma, f)\, d\varsigma, \tag{4}$$

$n(y, y', \varsigma, f)$ is refraction factor of the test media,

$$t_{lag}(y, y', z) = \frac{z + \sqrt{(D_2 + z)^2 + (y - y')^2}}{c} \approx \frac{D_2 + 2z + \dfrac{(y - y')^2}{2D_2}}{c} \tag{5}$$

is the part of radiation delay. Expression (5) describes delay of radiation in vacuum, $D_2 = R_{02} + R_{04}$. It is assumed that $y - y' \ll D_2$, $z \ll D_2$. Summand $\Delta\varphi(y, y', z, f) = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$ takes into account random changes of refraction factor and phase velocity of electromagnetic waves propagation and their influence on the optical path length difference ($\Delta\varphi_1$) and dispersion ($\Delta\varphi_2$, $\Delta n_2 \approx \alpha_1 + \alpha_2 f^2 + \alpha_3 f^4$). We will take in (2) the following summand:

$$\dot{F}_2(f, y, z) = \exp\left[j\Delta\varphi(y, y', z, f)\right] \tag{6}$$

and combine it with the following scattering factor $\dot{F}_1(f, y, z)$:

$$\dot{F}(f, y, z) = \dot{F}_1(f, y, z)\dot{F}_2(f, y, z). \tag{7}$$

Thus we take into account not only the backscattering caused by changes of refraction factor gradients of media, but the influence of changes of phase velocity of electromagnetic waves propagation due to the optical path length difference and dispersion variations. Approximately, influence of $\dot{F}_1(f, y, z)$ is space amplitude modulation of radiation and $\dot{F}_2(f, y, z)$ is phase modulation. These modulations lead to brightness changes of acquired images after interference of information beam with the reference beam.

The scattering factor is assumed to be slowly changing within laser frequency band, i.e. it has the same value as at the central frequency

$$\dot{F}(f, y, z) \approx \dot{F}(f_0, y, z) = \dot{F}(y, z), \tag{8}$$

where f_0 is the central frequency in the spectrum of laser radiation. It can be assumed because relation of central frequency to bandwidth is $\Delta f_m / f_0 \ll 1$. Function (8) is initial complex image of media.

Information signal can be stated as

$$s_{inform}(t,y')=\int_{\Delta f}\dot{S}(j2\pi f)\int_{y}\int_{z}\dot{F}(y,z)\exp\left[j\left(2\pi ft-kR_2-2kz-k\frac{(y-y')^2}{2D_2}\right)\right]dfdydz, \quad (9)$$

where $R_2=R_{01}+R_{02}+D_2=R_{01}+2R_{02}+R_{04}$, $\varphi_1=-k_cR_1$, $\varphi_2=-k_cR_2$.

At the outlet of the refracting prism, effecting the spectral splitting, the fields having complex amplitudes are observed, which are proportional to a sum of spectral densities of the reference and information radiations $\dot{S}_{reference}(k)+\dot{S}_{inform}(y',k)$, where

$$\dot{S}_{reference}(k)=\dot{S}(k)\exp(j\varphi_1), \quad (10)$$

$$\dot{S}_{inform}(y',k)=\dot{S}(k)\exp(j\varphi_2)\dot{S}_F(y',k),$$

$$\dot{S}_F(y',k)=\Phi\mathbb{F}\{\dot{F}(y,z)\}=\int_{y}\int_{z}\dot{F}(y,z)\exp\left[-j\left[kz+k\frac{(y-y')^2}{2D_2}\right]\right]dydz=\left|\dot{S}_F(y',k)\right|\exp(j\phi(y',k)). \quad (11)$$

Expression (11) is Fourier transform for z and k variables and the Fresnel transform for y and y' ones within the infinite limits. In the following, we will denote direct and inverse two-dimensional Fresnel-Fourier transforms by $\Phi\mathbb{F}\{\cdot\}$ and $\Phi^{-1}\mathbb{F}^{-1}\{\cdot\}$, respectively. The two-dimensional spectrum

$$\dot{S}_F(y',k)=\dot{S}_{F0}(y',k-k_0)$$

of the scattering coefficient $\dot{F}(y,z)$ in the vicinity of the wave number k_0 and frequency f_0, respectively, appears to be a high-frequency one. At the surface of the image-recording system surface at $k_0(z'=0)=0$ a low-frequency spectrum $\dot{S}_{F0}[y',k(z')]$ is observed. We assume that initial complex image $\dot{F}(y,z)$ is a spatial analytic process where the quadrature components are related to each other by the Hilbert transforms. Then, the spectrum of the function $\dot{F}(y,z)$ will be "one-sided", i.e. it lies only in the region of the positive values of variable k.

Performing the direct Fourier transform operation with respect to the variables z and k, we define the complex amplitude of the spatial harmonics at the spatial frequency $\omega_{space}=k=2\pi f_{space}$, $f_{space}=1/\lambda$. This fact has a very important physical meaning as the scattered information signal contains only those spatial frequencies of the function $\dot{F}(y,z)$ with the respect to variable z which resonate with the wave numbers k and which, in its turn, correspond to the time frequencies of radiation f. This agrees with the theory of resonant scattering. According to the theory, the process of the scattering occurs on those periodical structures of medium inhomogeneities which sizes corresponds to the radiation wavelength. It can be also demonstrated that the similar resonant scattering takes place with respect to variable y, as the properties of the Fresnel transform are close to those of the Fourier one.

The function $\dot{F}(y,z)$ is reasonable to obtain as inverse two-dimensional Fresnel-Fourier transform of the following spectrum $\dot{S}_F(y',k)$:

$$\dot{F}(y,z)\approx\hat{\dot{F}}(y,z)=\Phi^{-1}\mathbb{F}^{-1}\{\dot{S}_F(y',k)\}=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{y'}\int_{k}\dot{S}_F(y',k)\exp\left[j\left[kz+k\frac{(y-y')^2}{2D_2}\right]\right]dy'dk, \quad (12)$$

where "$\wedge$" is the sign of estimation. Estimation of true value of any quantity is the result of its measuring that obviously does not match the true value. The disagreement between the estimation $\hat{\dot{F}}(y,z)$ and the true function value $\dot{F}(y',z)$ is primarily due to the fact that the range of the wavenumbers used in the inverse Fourier transform is not infinite but is bounded by the interval $\left(k_0-\frac{\Delta k_m}{2},k_0+\frac{\Delta k_m}{2}\right)$ and defined by the plane beam width $y'\in\left(-\frac{Y'_m}{2},\frac{Y'_m}{2}\right)$. For the specified characteristics of superluminescent diode ($\lambda\in(850\div950)$ nm): $k_0=2\pi\cdot\lambda_0^{-1}=2\pi\cdot1.111\cdot10^6$ m^{-1}, $\Delta k_m=2\pi\cdot0.113\cdot10^6$ m^{-1}.

The width of the plane beam is $Y'_m < 0.01$ m. However, taking into consideration that the spectrum $\dot{S}_0(k)$ is concentrated nearby k_0 in the relatively narrow band, it is possible to replace the variable k in the second summand of the exponent power with k_0. In this case, the transform (12) should be used individually, i.e. the Fresnel transform and writing the inverse Fresnel-Fourier image within the limited integration range gives

$$\hat{\dot{F}}(y,z)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{y'}\int\limits_{k}\left\{\int\limits_{y}\int\limits_{z}\dot{F}(y_1,z_1)\exp\left(-j\left[kz_1+k_0\frac{(y_1-y')^2}{2D_2}\right]\right)dy_1dz_1\right\}\times$$
$$\times\exp\left(j\left[kz+k_0\frac{(y-y')^2}{2D_2}\right]\right)dy'dk=\int\limits_{y}\int\limits_{z}\dot{F}(y_1,z_1)\dot{\Psi}(y,z,y_1,z_1)dy_1dz_1, \quad (13)$$

where

$$\dot{\Psi}(y,z,y_1,z_1)=\int\limits_{y'}\int\limits_{k}\exp\left(-j\left[kz_1+k_0\frac{(y_1-y')^2}{2D_2}\right]\right)\exp\left(j\left[kz+k_0\frac{(y-y')^2}{2D_2}\right]\right)dy'dk=\dot{\Psi}_z(z,z_1)\dot{\Psi}_y(y,y_1)$$

is the instrument function that filters and smoothes out the true image $\dot{F}(y,z)$. This function is a response of the high frequency part of the measuring system to a point source scattering before spectrum is shifted to the low-frequency band. It also defines the resolution of image reconstruction in that radiation spectrum domain and in that range, where the variable oscillates which are defined by the limits

$$k\in\left(k_0-\frac{\Delta k_m}{2},k_0+\frac{\Delta k_m}{2}\right),\ y'\in\left(-\frac{Y'_m}{2},\frac{Y'_m}{2}\right).$$

For the simple range of integration

$$\Pi(k)=\begin{vmatrix}1 & for & k\in\left(-\frac{\Delta k_m}{2},\ \frac{\Delta k_m}{2}\right),\\ 0 & for & k\notin\left(-\frac{\Delta k_m}{2},\ \frac{\Delta k_m}{2}\right),\end{vmatrix}\quad \Pi(y')=\begin{vmatrix}1 & for & y'\in\left(-\frac{Y'_m}{2},\frac{Y'_m}{2}\right),\\ 0 & for & k\notin\left(-\frac{Y'_m}{2},\frac{Y'_m}{2}\right),\end{vmatrix} \quad (14)$$

functions $\dot{\Psi}_z(z,z_1)$, $\dot{\Psi}_y(y,y_1)$ have the following form:

$$\dot{\Psi}_y(y,y_1)=\dot{\Psi}_{0y}(y-y_1)\exp\left(j\frac{k_0}{2D_2}(y^2-y_1^2)\right),$$
$$\dot{\Psi}_z(z,z_1)=\Psi_{0z}(z-z_1)\exp\left(jk_0(z-z_1)\right),$$
$$\Psi_{0y}(y-y_1)=Y'_m\,\mathrm{sinc}\left[\frac{\pi(y-y_1)}{\Delta y_m}\right],\quad \Psi_{0z}(z_1-z)=\Delta k_m sinc\left(\pi\frac{(z_1-z)}{\Delta z_m}\right). \quad (15)$$

Here, $\Delta y_m=\frac{\lambda_0 D_2}{Y'_m}$ and $\Delta z_m=\frac{2\pi}{\Delta k_m}$ are the width of the functions Ψ_{0y} and Ψ_{0z}, respectively. The values Δy_m and Δz_m define the resolution of the reconstructed images in the coordinates y and z

$$\hat{\dot{F}}(y,z)=\int\limits_{y}\int\limits_{z}\dot{F}(y_1,z_1)\dot{\Psi}_{0zy}(z-z_1,y-y_1)\exp\left(jk_0\left[z-z_1+\frac{y^2-y_1^2}{2D_2}\right]\right)dy_1dz_1, \quad (16)$$

$$\dot{\Psi}_{0zy}(z-z_1,y-y_1)=\Psi_{01z}(z-z_1)\dot{\Psi}_{0y}(y-y_1). \quad (17)$$

The estimation $\hat{\dot{F}}(y,z)$ may be termed as the high-frequency complex image of the test medium that can be observed at the carrier frequency f_0 or wave number $k_0=\frac{2\pi f_0}{c}=\frac{2\pi}{\lambda_0}$. It is difficult to obtain such image in practice. However, it is of great importance to understand theoretically not only its deterministic structure but a random probabilistic one, too.

3. Statistical analysis of image before shifting its spectrum into an image-recording system plane

Let us find the energy equivalent of the complex scattering coefficient estimation $\hat{\dot{F}}(y,z)$ (16) in the form of its mean square of module which in the following may be termed as the estimation of the averaged energy image of test medium:

$$I_{mean}(y,z)=\left\langle\left|\hat{\dot{F}}(y,z)\right|^2\right\rangle=\left\langle\left|\int_y\int_z \dot{F}(y_1,z_1)\dot{\Psi}_{0zy}(z-z_1,y-y_1)\exp\left(jk_0\left[z-z_1+\frac{y^2-y_1^2}{2D_2}\right]\right)dy_1dz_1\right|^2\right\rangle\approx$$

$$\approx\int_y\int_z\int_y\int_z\left\langle\dot{F}(y_1,z_1)\dot{F}^*(y_1+\Delta y,z_1+\Delta z)\right\rangle\times \tag{18}$$

$$\times\dot{\Psi}_{0zy}(z-z_1,y-y_1)\dot{\Psi}^*_{0zy}(z-z_1-\Delta z,y-y_1-\Delta y)\times$$

$$\times\exp\left(jk_0\left[z-z_1+\frac{y^2-y_1^2}{2D_2}\right]\right)\exp\left(-jk_0\left[z-z_1-\Delta z+\frac{y^2-(y_1+\Delta y)^2}{2D_2}\right]\right)dz_1d\Delta zdy_1d\Delta y.$$

The process $\dot{F}(y,z)$ is ultrawideband with a very narrow correlation function

$$\dot{R}_F(y_1,z_1,\Delta y,\Delta z)=\left\langle\dot{F}(y_1,z_1)\dot{F}^*(y_1+\Delta y,z_1+\Delta z)\right\rangle. \tag{19}$$

In spatial frequencies k the width of its spectrum may considerably exceed optical and infrared ranges. The estimation spectrum width $\hat{\dot{F}}(y,z)$ is clearly defined by the laser radiation spectrum width Δk_m.

Within the limits of the narrow correlation function (19) the values of the function

$$\dot{\Psi}^*_{0zy}(z-z_1-\Delta z,y-y_1-\Delta y)$$

in the subintegral expression (18) may be considered as constant and correspondingly factored out of the integral when $\Delta y=0$, $\Delta z=0$.

Then we obtain the following expression:

$$I_{mean}(y,z)\approx\int_y\int_z\sigma^0(y_1,z_1,k_0)\left|\dot{\Psi}_{0zy}(z-z_1,y-y_1)\right|^2dy_1dz_1, \tag{20}$$

where

$$\sigma^0(y_1,z_1,k_0)=\int_y\int_z\dot{R}_F(y_1,z_1,\Delta y,\Delta z)\exp\left(jk_0\left[\Delta z+\frac{y_1\Delta y}{D_2}\right]\right)d\Delta zd\Delta y. \tag{21}$$

Expression (21) defines true undistorted energy image of the test medium. In many problems just this dependence $\sigma^0(y_1,z_1)$ is the desired image of the object under study. The energy equivalent (20) will be considered as the estimation of the function in (21) which will be termed as energy image, smoothed by the function $\left|\dot{\Psi}_{0zy}(z-z_1,y-y_1)\right|^2$, that defines its resolution power of reconstruction.

The form of the correlation function (19) points to the spatial statistical inhomogeneity of the process $\dot{F}(y,z)$. In the case of homogeneous process, the expression (21) within the infinite limits is defined as the spatial Fourier transform of the correlation function of the complex scattering coefficient that also points to a selective character of radiation scattering on the test medium inhomogeneities and corresponds to the resonance scattering theory.

In literature, the integral (21) is known as an effective cross section of back-scattering [7, 8]. According to Wiener-Khinchin theorem it is equal to a spectral components of the energy spectrum function $\dot{F}(y,z)$ at approximately spatial frequency k_0. As the random process $\dot{F}(y,z)$ is statistically inhomogenuous, it is appropriate to represent (21) as the current Fourier transform with variable limits of integration

$$\sigma^0(y,z,k_0)=\int_{-\delta Y_m+y}^{\delta Y_m+y}\int_{-\delta Z_m+z}^{\delta Z_m+z}R_F(y,z,\Delta y,\Delta z)\exp\left(jk_0\left(\Delta z+\frac{y}{D_2}\Delta y\right)\right)d\Delta zd\Delta y \tag{22}$$

which are about the same as the interval (δY_m, δZ_m) of stochastic process homogeneity.

Taking into account the fact that the process $\dot{F}(y,z)$ is ultrawideband, it is worthwhile to use its model in the form of non-stationary delta-correlated process with a correlation fuction in many practical applications, i.e.

$$\dot{R}_F(y,z,\Delta y,\Delta z)=\left\langle \dot{F}(y_1,z_1)\dot{F}^*(y_1+\Delta y,z_1+\Delta z)\right\rangle = G(y,z)\delta(\Delta y,\Delta z). \quad (23)$$

This function is real because quadrature components of complex stochastic analytic process $\dot{F}(y,z)$ are uncorrelated at values $\Delta y=0,\quad \Delta z=0$. Then we have

$$\sigma^0(y,z,k_0)=\int_y\int_z G(y,z)\delta(\Delta y,\Delta z)\exp\left\{jk_0\left[\Delta z+\frac{y_1\Delta y}{D_2}\right]\right\}d\Delta z d\Delta y = G(y,z). \quad (24)$$

In this case the effective scattering cross section $\sigma^0(y,z,k_0)$ coincides with the function $G(y,z)$ that can be also considered as initial averaged energy image of the medium that should be measured (estimated). $G(y,z)$ represents the spectral density of spatial statistically inhomogeneous white noise power (delta-correlated stochastic process). There are other models of energy image description. Let us represent the correlation function (19) as follows

$$\dot{R}_F(y,z,\Delta y,\Delta z)=2\sigma_F^2(y,z)\dot{r}(y,z,\Delta y,\Delta z),$$

where

$$2\sigma_F^2(f,y,z)=\left\langle\left|\dot{F}(f,y,z)\right|^2\right\rangle,$$

$$\sigma_F^2(f,y,z)=\left\langle\left[\mathrm{Re}\,\dot{F}(f,y,z)\right]^2\right\rangle=\left\langle\left[\mathrm{Im}\,\dot{F}(f,y,z)\right]^2\right\rangle \quad (25)$$

is the variance of the quadrature components of analytic process $\dot{F}(f,y,z)$. Assuming that normalized correlation function $\dot{r}(y,z,\Delta y,\Delta z)$ is narrow as compared to the characteristic interval of variance change $\sigma_F^2(f,y,z)$ gives

$$\sigma^0(y,z,k_0)=\int_y\int_z 2\sigma_F^2(y,z)r(y,z,\Delta y,\Delta z)\exp\left\{j\left[k_0\Delta z+\frac{k_0 y}{D_2}\Delta y\right]\right\}d\Delta z d\Delta y = 2\sigma_F^2(y,z)\beta(y,z,k_0), \quad (26)$$

where the function

$$\beta(y,z,k_0)=\int_y\int_z \dot{r}(y,z,\Delta y,\Delta z)\exp\left\{j\left[k_0\Delta z+\frac{k_0 y}{D_2}\Delta y\right]\right\}d\Delta z d\Delta y \quad (27)$$

is regarded as the current Fourier transform of normalized correlation coefficient. If this coefficient is approaching to delta-function, one can suggest $\beta(y,z,k_0)=\beta_0(k_0)=\mathrm{const}$. Then the variance $2\sigma_F^2(y,z)$ of stochastic process $\dot{F}(y,z)$ is, in fact, the desired image of media. If it is remembered additionally that the correlation function $\dot{r}(y,z,\Delta y,\Delta z)$ is dependent on (y,z) then the image character will be more complicated.

Now let us consider the signal spectrum shifted to the low-frequency domain, i.e. on the radiation-recording system surface and subsequently to its outlet.

4. Analysis of hologram and image after shifting its spectrum to the surface of radiation-recording system

After spectral splitting of the beam the components of its radiation spectrum are shifted to the low-frequency region in such a way that to the central wavenumber k_0 there corresponds the center of the recording-system surface having a coordinate $z'=0$.

The interference sum of information and reference radiation fields at the output of radiation-recording system is observed in the (z',y'), $k=k(z')$ plane. At the outlets of above system we have a digital hologram in the form of signals proportional to the time-averaged interference pattern power

$$P_{mean}\left[y',k(z')\right]=\frac{1}{2}\left|\dot{S}_\Sigma\left[y',k(z')\right]\right|^2=\frac{1}{2}\left|\dot{S}_{reference}\left[k(z')\right]+\dot{S}_{inform}\left[y',k(z')\right]\right|^2=$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\left|\dot{S}_{reference}(k)\right|^2+2\left|\dot{S}_{reference}(k)\right|\cdot\left|\dot{S}_{inform}(y',k)\right|\cos\left[\phi(y',k)+\varphi_1-\varphi_2\right]+\left|\dot{S}_{inform}(y',k)\right|^2\right\}= \quad (28)$$

$$=P_0(k)+2P_0(k)\left|\dot{S}_{F0}(y',k)\right|\cos\left[\phi(y',k)+\varphi_1-\varphi_2\right]+P_0(k)\left|\dot{S}_{F0}(y',k)\right|^2,$$

where $P_0(k)=\frac{1}{2}\left|\dot{S}(k)\right|^2$, $k=k(z')$, $\varphi_1-\varphi_2=-k(R_1-R_2)=2k(R_{03}-R_{02})=k\Delta R$.

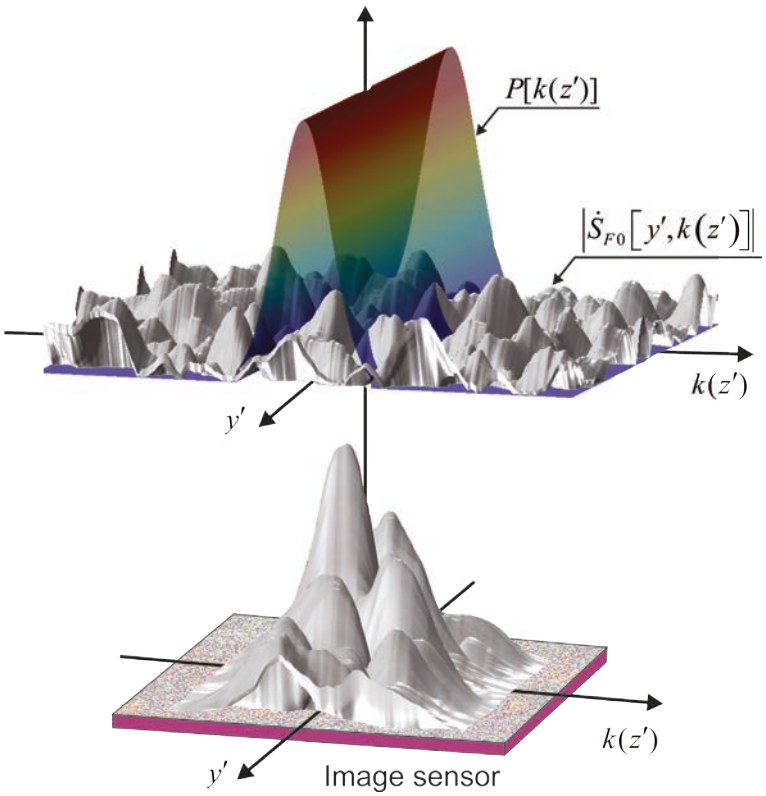


Fig. 3. *Spectrum* $\dot{S}_F(y',k)$ *shifted from the region with the wavenumber* k_0 *to that with* $k=0$.

The operation of spectrum shifting to the zero frequency region is based on the coherent summation of reference and information signals and corresponds to coherent detection operation. In radio engineering such problem is approximately solved by means of coherent phase detectors, quadrature detectors of complex envelops, synchronous amplitude detectors and so on. The magnitudes $\left|\dot{S}_{inform}(y',k)\right|^2$ and $\left|\dot{S}_{F0}(y',k)\right|^2$ in (28) can be neglected. When accomplishing the inverse Fresnel-Fourier transform operation, their low-frequency images will be concentrated out of the information signal image limits, therefore they may be removed. The function $P_0(k)=\frac{1}{2}\left|\dot{S}(k)\right|^2$ is well known. Thus, the main information summand in (28) will be the second one, i.e.

$$E\left[y',k(z')\right]=2P_0(k)\left|\dot{S}_{F0}(y',k)\right|\cos\left[\phi(y',k)+\varphi_1-\varphi_2\right]. \tag{29}$$

We can write this expression in the following form:

$$P_0(k)\left\{\dot{S}_{F0}\left[y',k(z')\right]\exp(-jk\Delta R)+\dot{S}^*_{F0}\left[y',k(z')\right]\exp(jk\Delta R)\right\}. \tag{30}$$

Using the inverse Fresnel-Fourier transform yields

$$\Phi^{-1}\mathbb{F}^{-1}\left\{E\left[y',k(z')\right]\right\}=\frac{1}{2\pi}\int_{y'}\int_{k}E\left[y',k(z')\right]\exp\left(j\left[kz+k_0\frac{(y-y')^2}{2D_2}\right]\right)dy'dk=$$

$$=\Phi^{-1}\mathbb{F}^{-1}\left\{\Pi\left[y'\right]P_0\left[k(z')\right]\dot{S}_{F0}\left[k(z')\right]\exp(-jk\Delta R)\right\}+ \tag{31}$$

$$+\Phi^{-1}\mathbb{F}^{-1}\left\{\Pi\left[y'\right]P_0\left[k(z')\right]\dot{S}^*_{F0}\left[k(z')\right]\exp(jk\Delta R)\right\}=\widehat{\dot{F}_{0+}}(y,z-\Delta R)+\widehat{\dot{F}_{0-}}(y,-z+\Delta R),$$

where

$$\widehat{\dot{F}_{0+}}(y,z-\Delta R)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{F}_0(y_1,z_1-\Delta R)\dot{\Psi}_0(y,z,y_1,z_1)dy_1dz_1=$$

$$=\dot{\Psi}_0(y,z,y_1,z_1)\otimes\dot{F}_0(y,z-\Delta R), \tag{32}$$

$$\widehat{\dot{F}_{0-}}(y,-z+\Delta R)=\dot{\Psi}_0(y,z,y_1,z_1)\otimes\dot{F}^*_0(y,-z+\Delta R),$$

here "$\otimes$" is the sign of convolution. As a result we obtain two images $\widehat{\dot{F}_{0+}}\left(y,z-\Delta R\right)$ and $\widehat{\dot{F}_{0-}}\left(y,-z+\Delta R\right)$. These images are the estimations of the functions $\dot{F}_0\left(y,z-\Delta R\right)$ and $\dot{F}_0^*\left(y,-z+\Delta R\right)$. One of them is true and another is the mirror one. After shifting to the low-frequency region, the images are the spatial complex envelops of the function (13). In these expressions

$$\dot{\Psi}_0\left(y,z,y_1,z_1\right)=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\Pi\left(y'\right)P_0\left(k\right)\right\}\exp\left(-j\left[kz_1+k_0\frac{\left(y_1-y'\right)^2}{2D_2}\right]\right)\exp\left(j\left[kz+k_0\frac{\left(y-y'\right)^2}{2D_2}\right]\right)dy'dk= \tag{33}$$

$$=\Psi_{0z}\left(z_1-z\right)\Psi_{0y}\left(y-y_1\right)\exp\left(-j\frac{k_0}{2D_2}\left(y_1^2-y^2\right)\right)$$

is the instrumental function which represents the response of measuring system to a point source and defines its resolution power after shifting the spectrum to the low-frequency range. For the functions (14), $\Pi\left(y'\right)$ and $P_0\left(k\right)=\Pi\left(k\right)$ expressions for the factors of $\Psi_{0y}\left(y-y_1\right)$ and $\Psi_{0z}\left(z_1-z\right)$ are defined by formula (15). In Gaussian approximation, the envelope of the radiation spectrum may be written as follows

$$P_0\left(k\right)=P_0\exp\left[-\pi\frac{k^2}{\left(\Delta k_m\right)^2}\right], \tag{34}$$

$$\Psi_{0z}\left(z-z_1\right)=\mathbb{F}^{-1}\left[P_0\left(k\right)\right]=\frac{P_0}{\Delta z_m}\exp\left[-\pi\left(\frac{z-z_1}{\Delta z_m}\right)^2\right]. \tag{35}$$

Here, as in expression (15), Δz_m is the width of the instrumental function with respect to coordinate z and Δy_m is the width of the instrumental function with respect to coordinate y.

For $\lambda\in\left(850\div950\right)\cdot10^{-9}$ m, $\Delta k_m=2\pi\cdot0.1238\cdot10^6$ m^{-1}, $D_2=10^{-1}$ m, $Y_m'=10^{-2}$ m the resolution powers of the measuring system with respect to variables z and y are about the same

$$\Delta z_m=2\pi/\Delta k_m\approx8.086\times10^{-6}\text{ m},\quad \Delta y_m=\lambda_0D_2/Y_m'\approx9\cdot10^{-6}\text{ m}.$$

Complex image $\widehat{\dot{F}}_0\left(y,z-\Delta R\right)$ is of certain interest, however, but visual sensing of its real and imaginary parts is quite difficult. These images are the result of forming and processing of ultrawideband statistically inhomogeneous stochastic process $\dot{F}(y,z)$. When visualizing them in the form of unipolar brightness changes (bursts), they have complex spotted structure typical of coherent images [9]. In many cases, it is of practical interest to obtain the energy image as a module or square module of the estimation $\widehat{\dot{F}}_0\left(y,z-\Delta R\right)$ for its further software-algorithmic averaging or filtration by weight windows.

5. Statistical description of reconstructed low-frequency image structure

An averaged energy image can be obtained as the square root of estimation module $\widehat{\dot{F}}_0\left(y,z-\Delta R\right)$ of the complex scattering coefficient

$$I_{mean}\left(y,z\right)=\left\langle\left|\dot{F}_0\left(y,z-\Delta R\right)\otimes\dot{\Psi}_0\left(y,z,y_1,z_1\right)\right|^2\right\rangle\approx$$

$$\approx\int_y\int_z\int_y\int_z\dot{R}_{F0}\left(y_1,z_1-\Delta R,\Delta y,\Delta z\right)\times \tag{36}$$

$$\times\dot{\Psi}_0\left(y,z,y_1,z_1\right)\dot{\Psi}_0^*\left(y,z,y_1+\Delta y,z_1+\Delta z\right)dy_1dz_1d\Delta yd\Delta z,$$

where $$\dot{R}_{F0}\left(y_1,z_1-\Delta R,\Delta y,\Delta z\right)=\left\langle\dot{F}_0(y_1,z_1-\Delta R)\dot{F}_0^*(y_1+\Delta y,z_1+\Delta z-\Delta R)\right\rangle.$$

After a simple shift of the function spectrum $\dot{F}\left(y,z\right)$, the function $\dot{F}_0\left(y,z\right)$ obtained remains to be the wideband. It is evident that there will be no any information loses. The correlation function $\dot{R}_{F0}\left(y_1,z_1-\Delta R,\Delta y,\Delta z\right)$ would remain the narrow band as before. In its limits, the function $\dot{\Psi}_0^*\left(y,z,y_1+\Delta y,z_1+\Delta z\right)$ is practically constant and may be factored out from the integral over the variables $\Delta y,\Delta z$ in the point $\Delta y=0,\Delta z=0$.

Then we will arrive at the expression

$$I_{mean}(y,z)\approx\int_y\int_z\sigma^0(y_1,z_1-\Delta R)\left|\Psi_{0yz}(z_1-z,y_1-y)\right|^2dy_1dz_1, \tag{37}$$

where
$$\Psi_{0yz}(z_1-z,y_1-y)=\Psi_{0y}(y_1-y)\Psi_{0z}(z_1-z). \tag{38}$$

Here, the effective backscattering cross section is defined by the following expression

$$\sigma^0(y,z)=\int_y\int_z\dot{R}_{F0}(y_1,z_1,\Delta y,\Delta z)\exp\left(j\frac{k_0y}{D_2}\Delta y\right)\Delta yd\Delta z \tag{39}$$

that, as well as (21), describes the initial energy image of the media

The function $\dot{R}_{F0}(y_1,z_1,\Delta y,\Delta z)$ can be represented in the same form as $\dot{R}_F(y_1,z_1,\Delta y,\Delta z)$ in the formula (26), i.e.

$$\dot{R}_{F0}(y,z,\Delta y,\Delta z)=2\sigma_F^2(y,z)\dot{r}(y,z,\Delta y,\Delta z). \tag{40}$$

Then
$$\sigma^0(y,z)=2\sigma_F^2(y,z)\beta(y,z), \tag{41}$$

where
$$\beta(y,z)=\int_y\int_z\dot{r}(y_1,z_1,\Delta y,\Delta z)\exp\left(j\frac{k_0y}{D_2}\Delta y\right)\Delta yd\Delta z\,. \tag{42}$$

If consider that a stochastic process $\dot{F}_0(y,z)$ is statistically inhomogeneous only due to change of its variance $\sigma_F^2(y,z)$ and neglect the variations in the form and width of the normalized correlation function, assuming $\beta(y,z)=\beta_0$, then we have the following expression:

$$\sigma^0(y,z)=2\beta_0\sigma_F^2(y,z). \tag{43}$$

In this case the energy image texture is completely determined by the changes in variance $\sigma_F^2(y,z)$. The simplified mathematical treatment of the energy imaging methods, the process $\dot{F}_0(y,z)$ may be approximated as being delta-correlated (spatial white noise) one having the correlation function (23). Then the effective scattering cross section is given by $\sigma^0(y,z)=G(y,z)$. In statistical modeling of the energy imaging process it is appropriate to simulate the quadrature components of the function $\dot{F}_0(y,z)$ by using the statistically inhomogeneous discrete white noises which are distributed according to the normal law and variance $\sigma^0(y,z)$.

6. Analysis of the correlation properties of image speckle-structure

Unlike the ideal averaged and smoothed image $I_{mean}(y,z)$ defined by the expression (36) the nonaveraged one can be represented as follows

$$I(y,z)=\left|\hat{\dot{F}}_0(y,z-\Delta R)\right|^2=\left|\dot{F}_0(y,z-\Delta R)\otimes\dot{\Psi}_0(y,z,y_1,z_1)\right|^2 \tag{44}$$

and a strongly jagged in the form as well as the spatial stochastic process that fluctuates nearby the mean value $I_{mean}(y,z)$. When utilizing the process, looks like numerous random brightness bursts making up the spotted speckle-structure of the image. The speckle structure hinders visualizing of the image $I_{mean}(y,z)$ and is a noise. Sometimes it is called a "multiplicative image noise". The non averaged image may be represented as a sum

$$I(y,z)=I_{mean}(y,z)+\overset{\circ}{I}(y,z),\ \left\langle\overset{\circ}{P}(y,z)\right\rangle=0, \tag{45}$$

where $\overset{\circ}{I}(y,z)$ is centered additive with a zero mean $\left\langle\overset{\circ}{I}(y,z)\right\rangle=0$. Just this additive presents noise and forms the speckle structure of the image. The characteristics width of the speckle-structures (spots) bursts is defined by the width of the correlation function of the stochastic process $\overset{\circ}{I}(y,z)$. Let us define this correlation function as follows

$$\left\langle\overset{\circ}{I}(y_1,z_1)\overset{\circ}{I}(y_2,z_2)\right\rangle=\left\langle I(y_1,z_1)I(y_2,z_2)\right\rangle-I_{mean}(y_1,z_1)I_{mean}(y_2,z_2). \tag{46}$$

We will start with determining of the first summand assuming for the simplicity $\Delta R = 0$. This value only points to a presence of the shifted image and does not affect the structure of the image by itself, i.e.

$$\left\langle I(y_1,z_1)I(y_2,z_2)\right\rangle = \left\langle \left|\dot{F}_0(y_1,z_1)\otimes\Psi_{0yz}(y_1,z_1)\right|^2 \left|\dot{F}_0(y_2,z_2)\otimes\Psi_{0yz}(y_2,z_2)\right|^2\right\rangle =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left\langle \dot{F}_0(\zeta_1,\eta_1)\dot{F}_0^*(\zeta_2,\eta_2)\dot{F}_0(\zeta_3,\eta_3)\dot{F}_0^*(\zeta_4,\eta_4)\right\rangle \times$$

$$\times\Psi_{0yz}(y_1-\zeta_1,z_1-\eta_1)\Psi_{0yz}(y_1-\zeta_2,z_1-\eta_2)\Psi_{0yz}(y_2-\zeta_3,z_2-\eta_3)\times \quad (47)$$

$$\times\Psi_{0yz}(y_2-\zeta_4,z_2-\eta_4)d\zeta_1 d\zeta_2 d\zeta_3 d\zeta_4 d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3 d\eta_4.$$

Using a formula for the calculation of the 4th order moment of the Gaussian random variable with a zero mean we find

$$\left\langle \dot{F}_0(\zeta_1,\eta_1)\dot{F}_0^*(\zeta_2,\eta_2)\dot{F}_0(\zeta_3,\eta_3)\dot{F}_0^*(\zeta_4,\eta_4)\right\rangle = \left\langle \dot{F}_0(\zeta_1,\eta_1)\dot{F}_0^*(\zeta_2,\eta_2)\right\rangle\left\langle \dot{F}_0(\zeta_3,\eta_3)\dot{F}_0^*(\zeta_4,\eta_4)\right\rangle +$$
$$+\left\langle \dot{F}_0(\zeta_1,\eta_1)\dot{F}_0(\zeta_3,\eta_3)\right\rangle\left\langle \dot{F}_0^*(\zeta_2,\eta_2)\dot{F}_0^*(\zeta_4,\eta_4)\right\rangle + \left\langle \dot{F}_0(\zeta_1,\eta_1)\dot{F}_0^*(\zeta_4,\eta_4)\right\rangle\left\langle \dot{F}_0^*(\zeta_2,\eta_2)\dot{F}_0(\zeta_3,\eta_3)\right\rangle. \quad (48)$$

Both $\dot{F}_0(\zeta,\eta)$ and $\dot{F}(y,z)$ are supposed to be unstationary delta-correlated process with delta-correlated quadrature components.

Based on the formulas (23) and (24) we obtain

$$\left\langle \dot{F}_0(\zeta_m,\eta_m)\dot{F}_0^*(\zeta_n,\eta_n)\right\rangle = R_{F0}(\zeta_m,\zeta_n,\eta_m,\eta_n) = \sigma^0(\zeta_m,\eta_m)\delta(\zeta_m-\zeta_n)\delta(\eta_m-\eta_n),\ m=\overline{1,4},\quad n=\overline{1,4}. \quad (49)$$

It can be easily shown that

$$\left\langle \dot{F}_0(\zeta_m,\eta_m)\dot{F}_0(\zeta_n,\eta_n)\right\rangle = \left\langle \dot{F}_0^*(\zeta_m,\eta_m)\dot{F}_0^*(\zeta_n,\eta_n)\right\rangle = 0.$$

As the result the 4th order moment may be given as follows

$$\left\langle \dot{F}_0(\zeta_1,\eta_1)\dot{F}_0^*(\zeta_2,\eta_2)\dot{F}_0(\zeta_3,\eta_3)\dot{F}_0^*(\zeta_4,\eta_4)\right\rangle =$$
$$= \sigma^0(\zeta_1,\eta_1)\delta(\zeta_1-\zeta_2)\delta(\eta_1-\eta_2)\sigma^0(\zeta_3,\eta_3)\delta(\zeta_3-\zeta_4)\delta(\eta_3-\eta_4)+ \quad (50)$$
$$+\sigma^0(\zeta_1,\eta_1)\delta(\zeta_1-\zeta_4)\delta(\eta_1-\eta_4)\sigma^0(\zeta_2,\eta_2)\delta(\zeta_2-\zeta_3)\delta(\eta_2-\eta_3).$$

Substituting (50) into (47) and taking into account (46) results to

$$\left\langle \overset{\circ}{I}(y_1,z_1)\overset{\circ}{I}(y_2,z_2)\right\rangle = \left|\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\sigma^0(\zeta,\eta)\Psi_{0yz}(y_1-\zeta,z_1-\eta)\Psi_{0yz}(y_2-\zeta,z_2-\eta)d\zeta d\eta\right|^2. \quad (51)$$

Further we assume that $\sigma^0(\zeta,\eta)$ varies rather slowly and is in fact constant within the limits of the function $\Psi_{0yz}(y-\zeta,z-\eta)$. Thus we obtain the following expression:

$$\left\langle \overset{\circ}{I}(y_1,z_1)\overset{\circ}{I}(y_2,z_2)\right\rangle = \left\langle \overset{\circ}{I}(y,z)\overset{\circ}{I}(y+\Delta y,z+\Delta z)\right\rangle = \sigma^0(y,z)\left|\Phi(\Delta y,\Delta z)\right|^2, \quad (52)$$

where

$$\Phi(\Delta y,\Delta z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\Psi_{0yz}(\nu,\mu)\Psi_{0yz}(\nu-\Delta y,\mu-\Delta z)d\nu d\mu \quad (53)$$

is the autocorrelation function of the instrument function $\Psi_{0yz}(\nu,\mu)$ defining its resolution power. When visualizing the nonaveraged image $I(y,z)$, the mean width of spots (speckles) brightness bursts is approximating the width of the function $\left|\Phi(\Delta y,\Delta z)\right|^2$ which is twice more than that of the instrumental function. The speckle-structure of image can be eliminated, a certain extent, by averaging. There are a lot of ways of elimination, but the choice depends on the requirements placed (imposed) upon the image quality. For example, images can be recorded at different instants of time and then all of them can be summed to determine the mean arithmetic, but in this case you are to be sure that the speckle-structure would be changing between the expositions. One of the most widespread method is the weight image processing by means of different windows and filters. Among these are, in particular, rectangular windows (filters with rectangular spatial impulses response), exponential windows, Hemming weight functions, atomic functions [10–13], median filters, Li and Frost filters, etc.

7. Statistical simulation of the imaging process

The results of statistical modeling of the reconstruction process of retina image are shown in Fig. 4–7. Fig. 4 shows a model of the initial averaged energy image described by the function $\sigma^0\left(y_m, z_n\right) = \sigma^0_{mn}$.

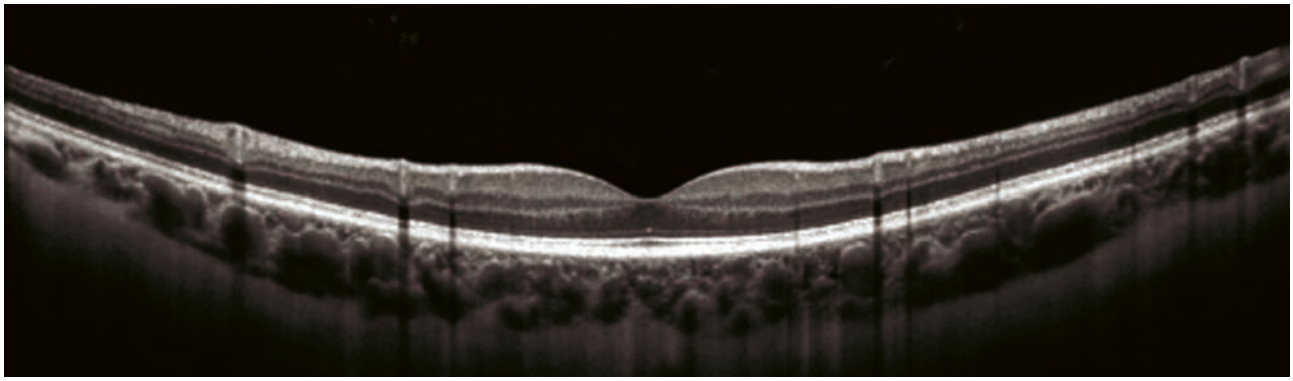


Fig. 4. *Model of initial image* σ^0_{mn}.

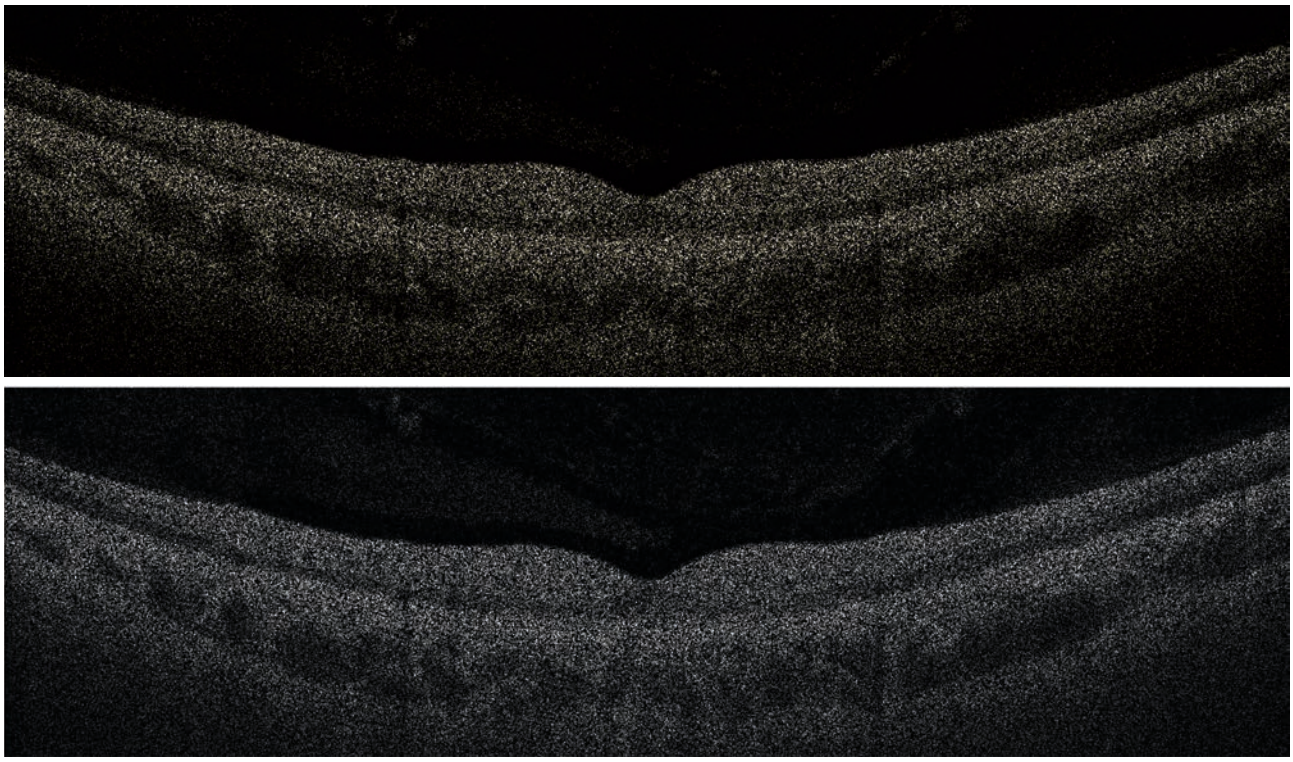


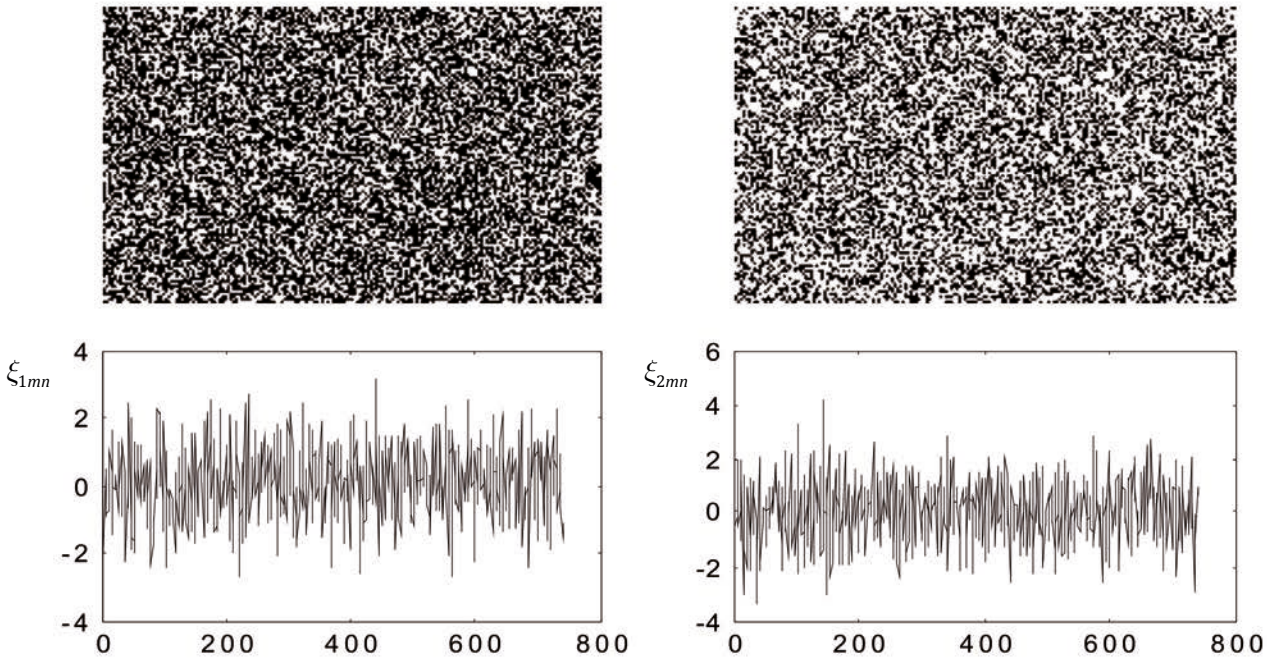
Fig. 5. *Visualizations of two quadrature components of the estimated image.*

Figure 5 shows the visualizations of quadrature image components smoothed by the instrument function $\Psi_{0yz}\left(z_1 - z, y_1 - y\right)$ and simulated by the following algorithm:

$$\begin{gathered}\operatorname{Re}\hat{\dot{F}}_0\left(y_k, z_j\right) \approx \sum_m \sum_n \operatorname{Re}\dot{F}_{01mn}\Psi_{0yz}\left(y_k - y_m, z_j - z_n\right), \quad \operatorname{Re}\dot{F}_{01mn} = \xi_{1mn}\sqrt{\sigma_{mn}}, \\ \operatorname{Im}\hat{\dot{F}}_0\left(y_k, z_k\right) \approx \sum_m \sum_n \operatorname{Im}\dot{F}_{02mn}\Psi_{0yz}\left(y_k - y_m, z_j - z_n\right), \\ \operatorname{Im}\dot{F}_{02mn} = \xi_{2mn}\sqrt{\sigma_{mn}},\end{gathered} \tag{54}$$

where ξ_{1mn}, ξ_{2mn} are two independent sets of Gaussian discrete white noises with a unit variance.

Figure 6 shows the visualizations of discrete Gaussian delta-correlated and mutually-independent processes ξ_{1mn} and ξ_{2mn} with unit variance.



a) *b*)

Fig. 6. *Visualizations of the processes* ξ_{1mn} (*a*), ξ_{2mn} (*b*).

Figure 7 shows the estimation $I_{mean}\left(y_m, z_n\right)$ of the energy averaged image σ^0_{mn} obtained by using the algorithm

$$I_{\psi}\left(y_k, z_j\right) \approx \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left\{\left[\mathrm{Re}\,\hat{\dot{F}}_0\left(y_k, z_j\right)\right]^2 + \left[\mathrm{Im}\,\hat{\dot{F}}_0\left(y_k, z_j\right)\right]^2\right\}_n, \qquad (55)$$

where $N = 10$ is the number of independent image realizations that take part in the averaging process.

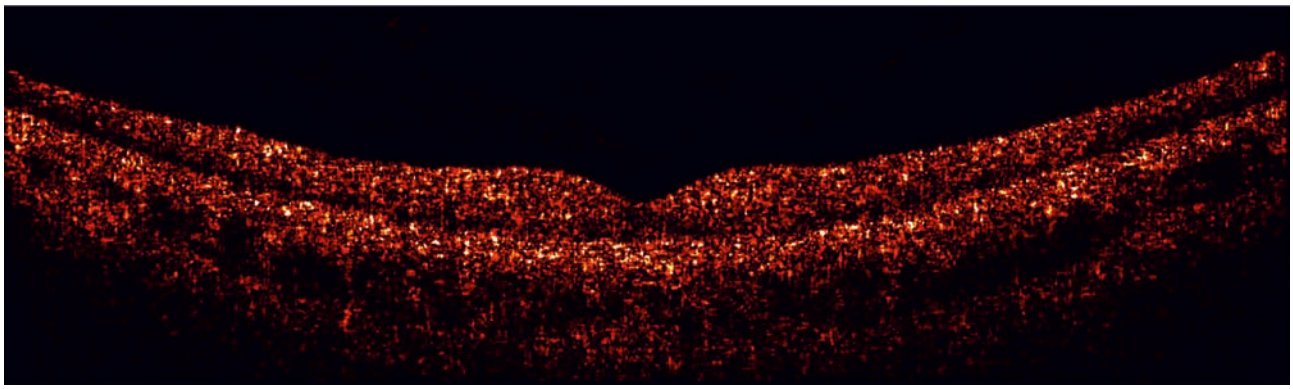


Fig. 7. *The estimation* $I_{mean}\left(y_m, z_n\right)$ *of the averaged energy image* σ^0_{mn}.

Conclusions

For the first time, the present work provides the theoretical and probabilistic background of a tomographic method for imaging the semitransparent statistically inhomogeneous medium, e.g. the eyeball medium.

Both the complex amplitude and energy images analyzed in the paper fall into the class of coherent signals obtained by coherent optical methods and holography. The proposed method is based on sensing of a medium by a planar beam followed by formation of interference of the object signal with the reference signal and recording of the resulting hologram at the image sensor and subsequent image reconstruction by using the inverse two-dimensional Fourier-Fresnel transform. A mathematical description is given for the high-frequency image formed at the carrier central frequency of the coherent radiation before its

spectral decomposition by a refracting prism or a diffraction grating. In addition, a spectral-correlation analysis of the image was performed and the corresponding theoretical and probabilistic description of the low-frequency image at the level of the image sensor surface and the hologram are given. The notion of energy image and its relation to the effective scattering cross-section of test medium has been substantiated. The speckle structure of the image has been theoretically analyzed. The procedure of the reconstruction of the averaged energy image as well as elimination of the speckle noise has been developed and the corresponding statistical simulation has been performed.

When comparing the proposed method with the nearest one-dimensional sensing analogue, it becomes evident that though its mathematical description and algorithms for two-dimensional signal processing are more complicated, the practical implementation of a system may become significantly simpler as rapid scanning and multiple reconstruction of one-dimensional images are not required.

References

1. *Drexler, W., Fujimoto, J.G.* Optical Coherence Tomography. Technology and Applications / Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2008.
2. *Hunziker, P., Kravchenko, V.F., Morozov, A.V., Volosyuk, E.V., Volosyuk, V.K., and Zhyla, S.S.* Holographic Imaging Of Inhomogeneous Semitransparent Media: Method Analysis // Physical Bases of Instrumentation. 2016. Vol. 5. No. 3. P. 78-91.
3. *Ko, T.H., Adler, D.C., Fujimoto, J.G., Mamedov, D., Prokhorov, V., Shidlovski, V., and Yakubovich, S.* Ultrahigh Resolution Optical Coherence Tomography Imaging with a Broadband Superluminescent Diode Light Source // Optics Express. 2004. Vol. 12(10). P. 2112–2119.
4. *Herman, G., Natterer, F.* Mathematical Aspects of Computerized Tomograph / Moscow: "Mir" Publishing, 1990. [in Russian]
5. *Levin, G.G., Vishnyakov, G.N.* Optical Tomography / Moscow: "Radio i Svyaz" Publishing, 1989. [in Russian]
6. *Volosyuk, V.K., Kravchenko, V.F.* Statistical Theory of Radio-Engineering Systems of Remote Sensing and Radar / Moscow, Fizmatlit, 2008. [in Russian]
7. *Ishimaru, A.* Wave Propagation and Scattering in Random Media / IEEE Press-Oxford University Press Classic Reissue, Academic Press, San Diego, CA, 1997. Vols. 1 and 2.
8. *Rytov, S.M., Kravtsov, U.A., Tatarskiy, V.I.* Introduction to Statistical Radiophysics / Moscow, Nauka, 1978 (in Rus.). Vol. 1. [in Russian]
9. *Bakut, P.A., Mandrosov, V.I., Matveev, I.N., and Usti-Nov, N.D.* Theory of Coherence Images / Moscow: "Radio i Svyaz" Publishing, 1987. [in Russian]
10. *Kravchenko, V.F.* Lectures on the Theory of Atomic Functions and Their Some Applications / Moscow, Radiotechnika, 2003. [in Russian]
11. *Kravchenko, V.F., Rvachev, V.L.* Boolean Algebra, Atomic Functions and Wavelets in Physical Applications, Fizmatlit, Moscow (2006). [in Russian]
12. *Kravchenko, V.F., Labun'ko, O.S., Lerer, A.M., and Sinyavsky, G.P.* Computing Methods in the Modern Radio Physics. Edited by V.F. Kravchenko. Moscow, Fizmatlit, 2009. [in Russian]
13. *Kravchenko, V.F., Perez-Meana, H.M., and Pono-Maryov, V.I.* Adaptive Digital Processing of Multidimentional Signals with Applications, Moscow, Fizmatlit. 2009.

Received January 31, 2017.

МЕТОД ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ПОСТРОЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПЛОТНОСТИ ВЕЩЕСТВА ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

П. ХУНЦИКЕР, В. Ф. КРАВЧЕНКО, А. В. МОРОЗОВ,
Е. В. ВОЛОСЮК, В. К. ВОЛОСЮК, С. С. ЖИЛА

doi: 10.25210/jfop-1701-034049

Оптическая когерентная томография (ОКТ) — это метод построения изображений микроструктур биологических тканей с высоким разрешением. Методы ОКТ значительно превышают разрешающую способность известных клинических методов, таких как ультразвук, МРТ, КТ. Изображения получают с микронной точностью и в реальном масштабе времени. Начиная с 1990-х ОКТ применяют в медицине, поскольку метод бесконтактный, безопасный и дешевый. На сегодняшний день основные принципы построения изображений, схемы и устройства описаны в ряде публикаций и докладов. Дальнейшее усовершенствование интерференционных методов микроскопии, приводящее к улучшению разрешения, может быть выполнено после фундаментальных математических исследований.

В данной работе дано теоретико-вероятностное обоснование нового томографического метода когерентного сверхширокополосного зондирования полупрозрачного вещества с целью построения объемного изображения его внутренней структуры. Метод основан на облучении исследуемой среды плоским лучом, его спектральном анализе, голографическом сравнении пространственных спектров рассеянного и опорного сигналов и последующим восстановлении объемного изображения методами томографии. Впервые обоснована стохастическая модель изображения в когерентной трактовке после переноса спектра излучения с высокочастотной области в низкочастотную область пространственных частот на поверхность области его регистрации. Рассчитаны статистические характеристики высокочастотных сигналов в непосредственной близости к поверхности устройства регистрации изображения. Дано статистическое описание изображения, восстановленного из спектральным данных, полученных на выходе регистрирующего устройства. Исследованы корреляционные характеристики спекл-структуры восстановленного изображения. Выполнены расчеты и исследования аппаратной функции системы, реализующей предложенный метод.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 621.385.624

ВЛИЯНИЕ РАДИАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОЛЕЙ РЕЗОНАТОРОВ НА ГРУППИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В МНОГОЛУЧЕВЫХ КЛИСТРОНАХ

© Авторы, 2017
doi: 10.25210/jfop-1701-050054

Пикунов В. М.— к.ф.-м.н., доцент, физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва. E-mail: vmpikunov@mail.ru

Родякин В. Е.— ведущий программист, физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. E-mail: vrodyakin@mail.ru

Аннотация

Представлены результаты численного исследования влияния радиальной неоднородности электромагнитных полей резонаторов на процессы группирования в многолучевых клистронах. В работе проводится сравнительный теоретический анализ систем взаимодействия двух приборов, как с учетом, так и без учета неидентичных амплитуд электромагнитных полей в зазорах резонаторов для лучей различных слоев многолучевых клистронов. Все исследования проводились с использованием программного комплекса «Арсенал–МГУ», позволяющего проводить численный анализ нелинейных процессов в клистронных усилителях с использованием 2.5-мерной модели «частица в ячейке». В качестве приборов для сравнения были выбраны 18-лучевые клистроны KL4113 (L диапазон) и KS4116 (S диапазон), выпускаемые Институтом электроники Китайской академии наук (IECAS). Было установлено, что неоднородность полей в резонаторах многолучевых клистронов может вызывать существенное фазовое расслоение электронов в разных радиальных слоях и значительно снижать эффективность группирования в усилительных клистронах. Например, в клистроне KS4116 различие значений R/Q для разных слоев в 30% вызывает сильное фазовое расслоение лучей различных радиальных слоев, что приводит к уменьшению КПД на 20%.

Ключевые слова: *многолучевые клистроны, Арсенал-МГУ, электромагнитные поля резонатора*

Abstract

We present the results of detailed numerical investigation of the influence of RF field radial non-uniformity in the cavities on the bunching process and efficiency of multiple-beam klystrons. 2.5-D nonlinear simulation code “Arsenal-MSU” was used for detailed parallel simulation of bunching process in the non-identical electron beams passing through multi-beam cavities with different Ez component of RF field strength and R/Q values. Results of numerical investigations have been compared with experimental data for two broadband multi-beam klystrons KL4113 and KS4116 developed and fabricated in IECAS (China). It was discovered strong influence of RF field radial non-uniformity on the klystron efficiency for some cavities multi-beam designs. For example for KS4116 tube the R/Q difference in 30% between two radial layers of the beams caused phase separation of electrons in different layers and 20% efficiency reduction.

Keywords: *multiple-beam klystrons, Arsenal-MSU, cavity electromagnetic fields*

Продвижение клистронных усилителей по пути увеличения КПД, ширины полосы усиливаемых частот и укорочения длины волны происходит в направлении активного использования конструкций приборов с распределенными электронными потоками и многолучевых клистронов, в частности. На этом пути возникает ряд физических и технических проблем, решение которых требует тщательного теоретического анализа с использованием двумерных и трехмерных численных моделей процессов в многолучевом клистроне. Одной из таких проблем является радиальная неоднородность распределения полей в многолучевых резонаторах. Это приводит к тому, что группировка электронов в лучах различных слоев многолучевого клистрона не является идентичной и требует раздельного численного анализа динамики электронов в различных слоях. Проводится сравнительный теоретический анализ систем взаимодействия двух приборов, как с учетом, так и без учета неидентичных амплитуд электромагнитных полей в зазорах резонаторов для лучей различных слоев многолучевых клистронов. Все исследования проводились с использованием программного комплекса «Арсенал–МГУ» [1], позволяющего проводить численный анализ нелинейных процессов в клистронных усилителях с использованием 2.5-мерной модели «частица в ячейке». В качестве приборов для сравнения были выбраны 18-лучевые кли-

строны KL4113 (L–диапазон) [2] и KS4116 (S–диапазон) [3], выпускаемые Институтом электроники Китайской академии наук (IECAS). Конструктивно тороидальные многолучевые резонаторы в обоих приборах имеют одну и ту же схему (см. рис. 1), в которой лучи расположены в двух слоях (6 лучей в первом слое и 12 во втором).

а) *б*)

Рис. 1. *Конструкция* 18*-ти лучевого резонатора.*

Конструкции резонаторов отличаются только размерами. Обычно при расчете многолучевых клистронов предполагается, что условия для группирования всех лучей в приборе являются идентичными, а численный анализ нелинейных процессов в приборе проводится в однолучевом приближении. В этом приближении анализируется динамика электронов через систему взаимодействия только одного луча, а для определения амплитуд эквивалентных напряжений на зазорах резонаторов суммарный наведенный ток вычисляется путем умножения полученного значения тока одного луча на общее число лучей в многолучевом клистроне. Однако, на практике не всегда удается обеспечить полностью идентичные условия для группирования различных лучей в клистроне. Одним из основных факторов, приводящих к различным условиям группирования разных лучей, является неоднородное радиальное распределение электромагнитных полей в многолучевых резонаторах. Это приводит к тому, что группирование электронов в лучах различных радиальных слоев происходит под воздействием электромагнитных полей различной амплитуды, что приводит к ухудшению группирования и понижению КПД клистрона. Данное влияние на эффективность группирования прибора тем более заметно, чем больше отличие амплитуд продольной составляющей электрического поля $\Delta Ez / Eo$ в зазоре резонатора для разных радиальных слоев.

Радиальное распределение амплитуды продольной составляющей электрического поля основного вида колебаний одного из промежуточных резонаторов многолучевого клистрона KL4113 представлено на рис. 2(а). Величина $\Delta Ez / Eo$ для данного резонатора составила около 5% (значения волнового сопротивления R/Q составили 52 и 47 Ом для лучей первого и второго слоев соответственно). Рассчитанные величины $\Delta Ez / Eo$ для остальных резонаторов прибора KL4113 также находятся вблизи значения 5%.

Аналогичное распределение для одного из промежуточных резонаторов многолучевого клистрона KS4116 изображено на рис. 2(б). Конструктивные особенности резонаторов данного прибора приводят к более сильной неоднородности полей в зазорах и к заметному отличию амплитуд полей в лучах первого и второго радиальных слоев ($\Delta Ez / Eo$ =15%). Рассчитанные значения волнового сопротивления R/Q составили 48 и 37 Ом для лучей первого и второго слоев соответственно.

Для численного анализа влияния радиальной неоднородности амплитуд электрических полей в зазорах многолучевых резонаторов $\Delta Ez/Eo$ на эффективность группирования были проведены расчеты динамики электронов в вышеуказанных двух приборах, как в однолучевом, так и в двухслойном приближениях. При численном анализе клистронов в двухслойном приближении проводился расчет динамики электронов в двух лучах одновременно. При этом предполагалось, что условия для группировки электронов в различных лучах одного слоя являются идентичными. На рис. 3 представлен мгновенный снимок положения крупных частиц лучей первого и второго слоев в многолучевом клистроне KS4116.

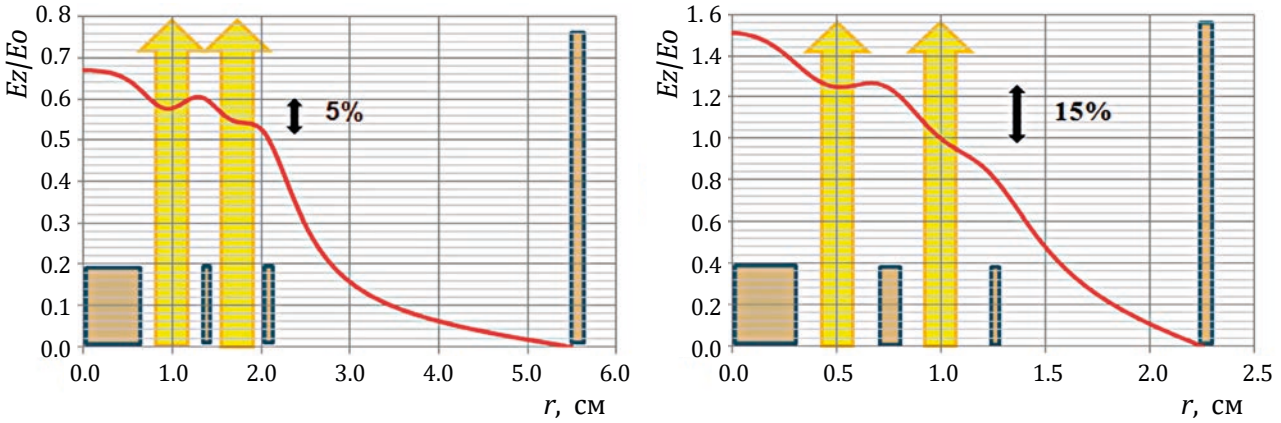


Рис. 2. *Радиальное распределение Ez в центре зазора резонаторов KL*4113 (*а*) *и KS*4116 (*б*).

Из-за различия электрических полей в зазорах резонаторов для электронов различных слоев группировка в них происходит по-разному. Электроны в лучах второго слоя группируются хуже, о чем свидетельствует и меньшее значение гармоник конвекционного тока, возбуждаемых в электронном потоке второго слоя (см. рис. 4).

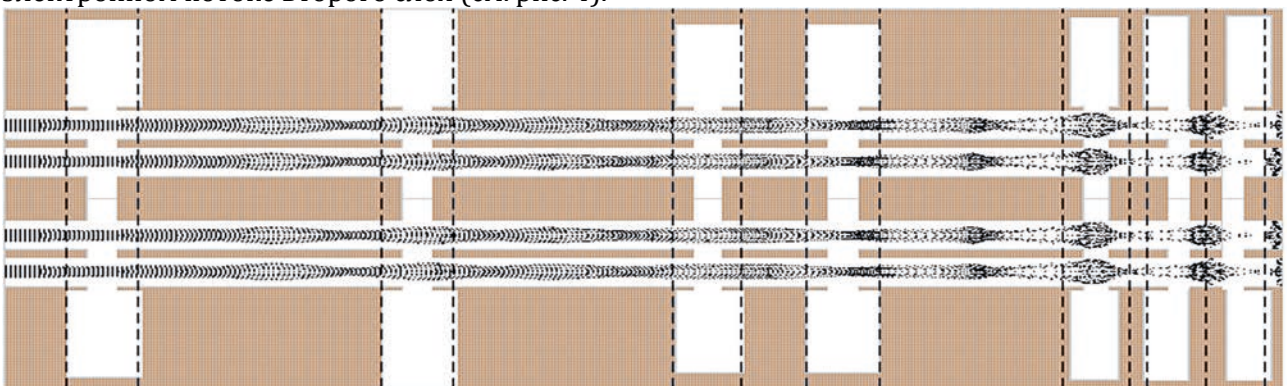


Рис. 3. *Мгновенный снимок крупных частиц в группирователе KS*4116.

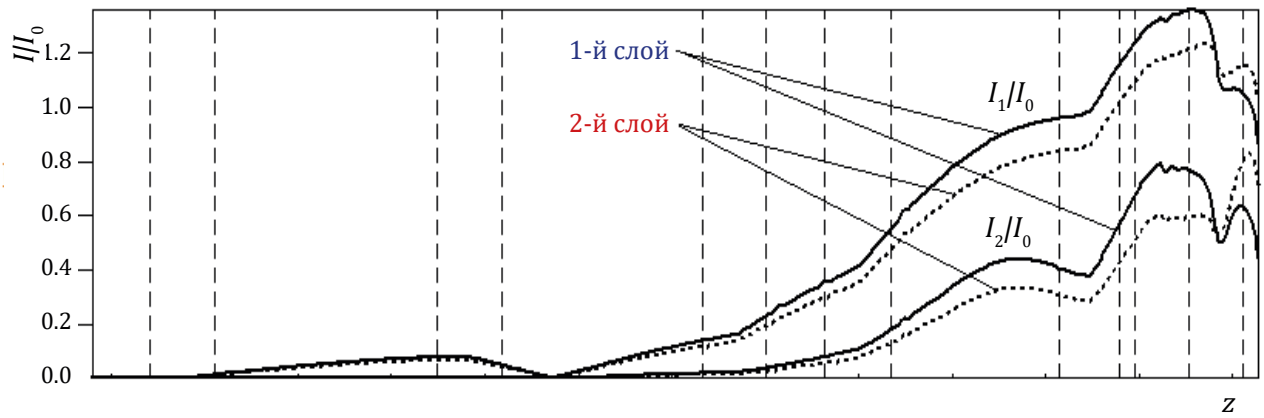


Рис. 5. *Гармоники тока в потоках* 1*-го и* 2*-го слоёв клистрона KS*4116.

Возникающее за счет этого фазовое расслоение электронов разных слоев приводит к уменьшению КПД многолучевого клистрона по сравнению со случаем, когда электрические поля в зазорах резонаторов являются однородными ($\Delta Ez / Eo = 0$). Этот эффект является весьма существенным для широкополосного клистрона KS4116, расчетные и экспериментальные полосовые характеристики которого изображены на рис. 5. Учет фазового расслоения электронов разных слоев в этом приборе за счет неоднородности полей в зазорах многолучевых резонаторов ($\Delta Ez / Eo = 15\,\%$) позволил скорректировать рассчетные значения КПД на 10-15 % и ответить на вопрос о причинах значительного расхождения экспериментальных данных с данными расчетов в однолучевом приближении, поставленный в [3].

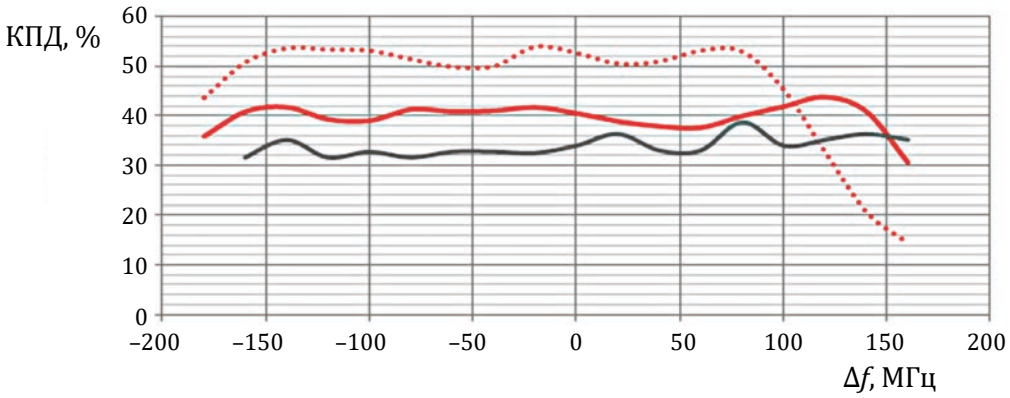


Рис. 5. *Полосовая характеристика клтстрона KS*4116 (*красная пунктирная кривая — однолучевое приближение, красная сплошная — двухслойное приближение, черная сплошная — эксперимент*).

Во втором приборе радиальная неоднородность полей в резонаторах заметно ниже ($\Delta Ez / Eo = 5\,\%$) и влияние фазового расслоения электронов в разных слоях на эффективность прибора является незначительным. Об этом свидетельствует сравнение полосовых характеристик KL4113, рассчитанных в однолучевом приближении и приближении двух слоев, представленных на рис. 6.

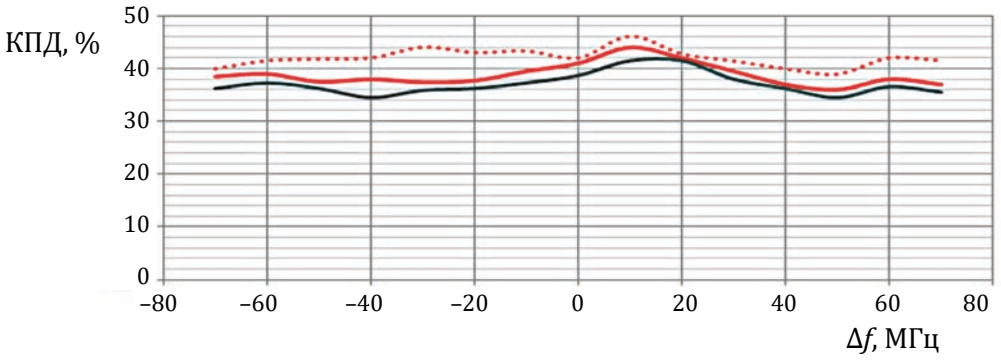


Рис. 6. *Полосовая характеристика клтстрона KL*4113 (*красная пунктирная кривая — однолучевое приближение, красная сплошная — двухслойное приближение, черная сплошная — эксперимент*).

Таким образом, проведенные исследования показали, что для ряда конструкций многолучевых резонаторов, особенно для широкополосных приборов и при продвижении в область высоких частот, имеется весьма значительное различие в распределении электромагнитных полей в зазорах резонаторов для различных радиальных слоев, что, в свою очередь, приводит к значительному фазовому расслоению электронов в слоях и сильно влияет на характер группирования и конечные характеристики многолучевого клистрона.

Для выяснения закономерности влияния радиальной неоднородности полей многолучевых резонаторов типовой конструкции, представленной на рис. 1, были проведены модельные численные эксперименты по выяснению влияния величины $\Delta Ez / Eo$ на КПД многолучевого клистрона, подобного прибору KS4116. Для того, чтобы убрать влияние факторов динамической расфокусировки электронного пучка и динамического токооседания расчеты проводились для многолучевого клистрона KS4116 в условиях замагниченных электронных потоков, фокусируемых сильным однородным магнитным полем. В исследованиях задавались различные значения $\Delta Ez / Eo$ для резонаторов клистрона и определялось максимально возможное значение КПД, достижимое при данных условиях. Результаты исследований представлены на рис. 7.

Из них видно, что неоднородность полей в резонаторах многолучевых клистронов может вызывать существенное фазовое расслоение электронов в разных радиальных слоях и значительно снижать эффективность группирования в усилительных клистронах. Данный фактор должен обязательно приниматься во внимание при разработке и теоретических исследованиях мощных многолучевых клистронов.

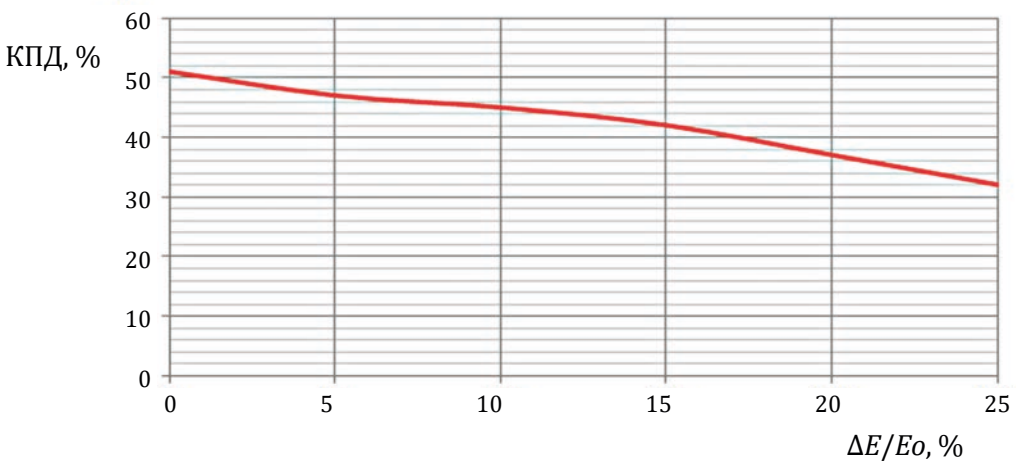


Рис. 7. *Влияние неоднородности полей резонаторов на КПД.*

Список литературы

1. *Сандалов А.Н., Пикунов В.М., Родякин В.Е.* Программные комплексы для разработки мощных высокоэффективных клистронных усилителей // В сб. «Вакуумная СВЧ электроника». НН: Изд. ИПФ. 2002. С. 97-102.
2. *Yaogen Ding, et al.* 100 kW L-band CW Broadband Multi-Beam Klystron // 4th IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC2003). 2003. P. 368-369.
3. *Yaogen Ding, et al.* S-band Multibeam Klystron With Bandwidth of 10% // IEEE Transactions on Electron Devices. May 2005. Vol. 52. No. 5. P. 889-894.

Поступила 14 ноября 2016 г.

INFLUENCE OF RF FIELD RADIAL NON-UNIFORMITY IN THE CAVITIES ON THE BUNCHING PROCESS IN MULTIPLE-BEAM KLYSTRONS

V.M. PIKUNOV, V.E. RODYAKIN

doi: 10.25210/jfop-1701-050054

We present the results of detailed numerical investigation of the influence of RF field radial non-uniformity in the cavities on the bunching process and efficiency of multiple-beam klystrons. 2.5-D nonlinear simulation code “Arsenal-MSU” was used for detailed parallel simulation of bunching process in the non-identical electron beams passing through multi-beam cavities with different *Ez* component of RF field strength and R/Q values. Results of numerical investigations have been compared with experimental data for two broadband multi-beam klystrons KL4113 and KS4116 developed and fabricated in IECAS (China). It was discovered strong influence of RF field radial non-uniformity on the klystron efficiency for some cavities multi-beam designs. For example for KS4116 tube the R/Q difference in 30% between two radial layers of the beams caused phase separation of electrons in different layers and 20% efficiency reduction.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 621.375.7

ОЦЕНКА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМПОЗИТНЫХ СРЕД НА БАЗЕ ФЕРРОМАГНИТНЫХ И КИРАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ИХ КОМБИНАЦИЙ

© Авторы, 2017
doi: 10.25210/jfop-1701-055080

Безуглов Д. А.— заслуженный деятель науки РФ, д.т.н., проф., заместитель директора по научной работе Ростовского филиала Российской таможенной академии, Ростов–на–Дону. E–mail: bezuglovda@mail.ru

Синявский Г. П.— д.ф.-м.н., проф., заведующий кафедрой «Прикладная электродинамика и компьютерное моделирование», физический факультет, Южный федеральный университет, Ростов–на–Дону. E-mail: sinyavsky@sfedu.ru; sin-gen@yandex.ru

Черкесова Л. В.— д.ф.–м.н., проф., кафедр «Математика и информатика» и «Кибербезопасность информационных систем», факультет «Информатика и вычислительная техника», Донской государственный технический университет, Ростов–на–Дону. E–mail: chia2002@inbox.ru

Шаламов Г. Н.— ведущий инженер, Ростовский научно–исследовательский институт радиосвязи, соискатель кафедры «Прикладная электродинамика и компьютерное моделирование», физический факультет, Южный федеральный университет. E-mail: rniirs@rniirs.ru

Аннотация

Рассматриваются композитные среды на базе киральных элементов с периодическим характером расположения различных включений — искусственные кристаллы, в которых наблюдаются структурные резонансы. В таких кристаллах частицы, при некоторых условиях, демонстрируют резонансные свойства, выражающиеся в резком изменении параметров среды в определённых диапазонах частот. Композитная среда на базе резонирующих частиц, в которую вводится дефект (методом удаления элемента из кристаллической решётки), способна служить высокодобротным резонатором. Продолжая процесс формирования дефектов в кристалле, можно образовать волноведущий канал, что позволит создать широкий спектр функциональных элементов и устройств нового поколения на их базе — новый класс перспективных элементов СВЧ– и КВЧ–диапазонов. В процессе исследований дана оценка электродинамических характеристик киральных сред, найдены материальные уравнения, исследовано влияние ферромагнитных материалов на условия распространения электромагнитных волн.

Ключевые слова: *композитные среды, ферромагнитные структуры, киральность, киральные элементы, нелинейные параметрические зонные системы, параметрический резонанс, СВЧ– и КВЧ–диапазоны, электромагнитные кристаллы, кристаллы с дефектами, правая и левая круговая поляризация, система уравнений Максвелла*

Abstract

In the paper the composite media on base of chiral elements with periodic character of various inclusions arrangement are considered – the artificial crystals, in which struc-tural resonances are observed. In such crystals the particles, under some conditions, demonstrate the resonant properties expressing in a sharp change of media parameters in the certain frequencies ranges. The composite media on the base of resounding particles, into which defect is injected (by method of element removal from crystal lattice), is capable to serve as of good quality (high-Q) resonator. Prolonging the process of crystal defects forming it is possible to make waveguide channel that will allow creating a wide spectrum of functional elements, units and new generation arrangement on their base – the modern class of perspective devices of microwave and THz–ranges (SHF and EHF). In the course of investigations the estimation of electrodynamic characteristics of chiral media is given; constitutive equations are found; the influence of ferromagnetic materials on propagation conditions of electromagnetic waves is researched.

Keywords: *composite media, ferromagnetic structure, chirality, chiral elements, nonlinear parametric zonal structure. parametric resonance, microwave and THz–ranges (SHF and EHF), electromagnetic crystals, crystals with imperfections (defects), right and left circular polarizations (RCP and LCP), Maxwell's system of equations*

Введение

Обобщенная характеристика композитной среды была представлена в предыдущих публикациях [1–5]. В статье рассматриваются композитные среды, в которых различные включения имеют периодический характер расположения, что позволяет говорить об искусственных кристаллах. В таких кристаллах имеет место появление ряда новых физических свойств, связанных с существованием структурных резонансов, наиболее ярким проявлением которых является появление полос запирания, где волна становится затухающей. Полоса запирания — это не единственное физическое явление, связанное с периодом решётки. Ему предшествует явление пространственной дисперсии, связанное с нелокальностью взаимодействия электромагнитного поля с материальной средой.

Внешним проявлением пространственной дисперсии является существование зависимости постоянных (констант) распространения волн в среде от направления их распространения (явление пространственной дисперсии).

Пространственная дисперсия существенно изменяет взаимодействие электромагнитных волн на границе такой среды и свободного пространства — оно становится нелокальным и требует учёта граничных условий.

Существенным образом влияние на параметры материальной среды оказывают и сами частицы, которые при определённой структуре демонстрируют свои резонансные свойства, выражающиеся в резком изменении параметров среды в некотором диапазоне частот. Такую частицу можно рассматривать как некоторый контур, имеющий свою собственную частоту и добротность.

К таким средам следует отнести среды на базе киральных элементов. Среда на базе резонирующих частиц может иметь область частот, при которой она будет отрицательной (такие среды в основном используют в антенной технике и в данном материале не рассматривается).

Практической стороной использования электромагнитных кристаллов является кристаллы с дефектами. Впервые они были апробированы на базе фотонных кристаллов в связи с необходимостью создания устройств с эффективно отражающимися поверхностями и средами, которые могли бы сыграть роль, аналогичную той, которую играют металлы в СВЧ диапазоне, где они экспоненциально затухают. В этом случае, вводя в фотонный кристалл дефект, например, удаляя элемент из решётки, можно создать некоторую полость, в которой энергия может накапливаться, а излучиться не может, так как она окружена средой, полностью отражающей электромагнитные волны.

Таким образом, создаются предпосылки создания высокодобротного резонатора, а продолжая процесс формирования дефектов в кристалле, путем их удаления, можно образовать волноведущий канал. Далее по аналогии можно сформировать широкий спектр функциональных элементов и новых устройств на их основе — новый класс перспективных элементов для применения в СВЧ–, КВЧ– и в оптическом диапазонах.

Как развитие идеи фотонных и электромагнитных кристаллов, рассматриваются подходы с использованием магнонных кристаллов, характеристики которых определяются свойствами распространяющихся в них магнитостатических волн, имеющими длину волны на много порядков меньше длины волны в свободном пространстве. Дополнительные возможности появляются при их взаимодействии с периодическими структурами, которые, по аналогии с электромагнитными волнами, имеют определённые полосы запирания.

С учётом данного представления электромагнитных кристаллов, описание их полей в общем случае разделяется на две задачи: создание модели уединенной частицы (уникальная задача, так как её решение существенным образом зависит от структуры частицы) и модели взаимодействия частиц через электромагнитные волны (задача в целом универсальная, так как её решение одинаково для любого электромагнитного кристалла). При этом, для объяснения разных физических явлений в электромагнитных кристаллах, используются разные способы представления электромагнитного поля. Среди них основной подход связан с представлением кристалла как упорядоченного набора частиц, причём поле каждой из них является полем совокупности элементарных диполей.

Существует и другой подход, при котором кристалл рассматривается как совокупность плоских слоев частиц, взаимодействующих через пространственные гармоники Флоке. Такому представлению поля соответствует матричная модель, которая представляется более наглядной и позволяет объяснить явление многомодовости. В силу этих обстоятельств, математическое моделирование композитной среды на базе электромагнитных кристаллов связано с решением сложной граничной задачи для уравнений Максвелла, а наиболее распространенным методом их

решения является прямое численное интегрирование, требующее значительных вычислительных затрат и применения систем компьютерной математики (*Maple*, *Mathematica*, *MatLab* и др.).

В данной работе исследуются подходы, методы и способы оценки электродинамических характеристик композитных сред, в кристаллической структуре которых используются ферромагнитные и киральные элементы и их комбинации, способствующие минимизации вычислительных затрат.

Для электромагнитных кристаллов на основе ферромагнитных включений обычно применяется метод компенсационных источников [6], направленный на использование непрямых методов для уравнений Максвелла, при решении граничных задач, использующих функцию Грина. При этом, для получения ряда соотношений, выражающих свойства специальной функции Грина для взаимной структуры, используется теорема взаимности, а для решения нелинейной задачи, представляющей математическую модель резонансной системы [7], исследуется подход на основе метода последовательных приближений, использующий преобразования с использованием новых переменных для оценки поведения нелинейной параметрической системы, работающей в высших зонах неустойчивости колебаний, при значительном уровне внешнего воздействия.

Применительно к периодической структуре, сформированной на поверхности ферромагнитной пленки, исследуется метод связанных волн [8], применяемый для исследования фотонных кристаллов. Для слоистой структуры на основе ферромагнитной плёнки с периодичностью и плёнки сегнетоэлектрика (разновидности мультиферроика) [9], использующей гибридные волны, исследуется подход на основе использования полной системы уравнений Максвелла и уравнений магнитостатики на основе матричной модели.

Метод связанных волн, теоретически обоснованный в [10], исследуется и применительно к связанным периодическим структурам на основе двух магнонных кристаллов (МК) и МК — ферромагнитная плёнка, которые обеспечивают возможность управления запрещенными зонами [11].

При этом представлена вероятность получения дисперсионных соотношений в матричном представлении, и обращается внимание на характеристики управления резонансными структурами учёта бистабильности, возникающей за счёт нелинейности дисперсионного типа [12, 13].

Для электромагнитных кристаллов на основе киральных элементов и их комбинаций с ферромагнитными элементами, феноменологическая теория которой базируется на материальных уравнениях, характерных для сред с пространственной дисперсией, главным инструментом решения электродинамических задач являются подходы на основе использования уравнений Максвелла, использующих различную форму записи как во временной, так и частотной областях [14], которые обладают максимальной универсальностью и характеризуют прямой подход, в то же время требуя больших вычислительных затрат. Широкое распространение для этих целей и в том числе для исследования комбинированных структур получают строгие методы на основе интегральных представлений электромагнитного поля, а также комбинированные методы на основе прямых и строгих подходов [15].

Как развитие технологий интегрального представления электромагнитного поля исследуются и подходы на основе сингулярных интегральных уравнений, записанных относительно неизвестных распределений токов (непрямые методы) [16], связанных с решением задач излучения или переизлучения на основе киральных элементов. При этом исследуется и методика взаимодействия элементов структуры, которая строится на основе использования тонкопроволочного интегрального представления в сочетании с модификацией на основе метода Гаусса–Зейделя, оперирующего с матрицами собственных и взаимных импедансов и образующих общую матрицу системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [17,18]. Качественная оценка индуктивных элементов для киральных структур при этом может быть осуществлена на базе методик, предложенных в [19].

1. Электромагнитные кристаллы на базе ферромагнитных элементов

1.1. Обобщенная характеристика метода компенсационных источников и его использование при решении различных электродинамических задач [6]. Метод последовательных приближений для нелинейной резонансной системы [7]

Это метод, как теоретического исследования, так и численного подхода, позволяющий находить количественные связи между параметрами сложных структур и записать СЛАУ, размерность которой пропорциональна числу исключительно дефектных элементов. В этом случае решение граничных задач, использующих функцию Грина анализируемой структуры, направлено на использование непрямых методов, выражая поле в объеме через токи на поверхности.

При этом поле представляется как распределение амплитуд пространственных гармоник, а поле, создаваемое элементом решетки, может быть полностью определено амплитудой пространственной гармоники нулевого порядка U_0 (пространственная гармоника представляет собой произведение азимутальной гармоники на функцию Ганкеля при предположении, что кристалл является разряженным). В этом случае амплитуда пространственной гармоники, порождаемая некоторым выделенным элементом решетки, будет связана со значением первичного поля E_{zi} (в рамках локальной системы координат, связанной с этим элементом) соотношением $U = AE_{zi}$, где A — некоторый коэффициент, который находится из решения ключевой задачи о возбуждении элемента решётки внешним полем.

С учётом данного подхода, поле, рассеиваемое каждым элементом, однозначно определяется амплитудой $U_{n,m}$, а знание их множества достаточно для однозначного определения полного поля внутри решетки. По отношению к любому выделенному элементу решетки в таком случае первичное поле будет полем всех её элементов, кроме поля выделенного элемента. Тогда, по отношению к любому элементу, и первичное, и вторичное поля полностью определяются амплитудами $U_{n,m}$ (имеется ввиду только внешние поля).

Можно получить соотношение, устанавливающее однозначную связь между полным полем в решётке $E_z(x,y)$ и амплитудами $U_{n,m}$, а при описании поля внутри электромагнитного кристалла возможен переход от распределения электромагнитного поля к распределению амплитуд $U_{n,m}$. В этом случае граничная задача формулируется относительно элементов множества $U_{n,m}$.

С учётом изложенного подхода компенсирующий источник понимается как некий виртуальный источник, ассоциирующийся с некоторым элементом решётки (p, q), создающим поле следующего вида:

$$E_z = V_{p,q} H_0^{(2)}\left(kr_{p,q}\right), \tag{1}$$

где $V_{p,q}$ — амплитуда пространственной гармоники виртуального источника. Параметр V не зависит от внешнего, по отношению к элементу, поля.

Компенсирующие источники являются аналогами сторонних источников, используемых в обычной электродинамике (полная аналогия возможна при условии, если бы для $U_{n,m}$ можно было сформулировать некоторый аналог дифференциальных уравнений Максвелла).

Однако в данном случае устанавливается связь между $U_{n,m}$ и источником $V_{p,q}$ как решение поставленной задачи. Функция, связывающая их, аналогична функции Грина, известной из теории дифференциальных уравнений, но в данном случае она называется специальной.

В рамках принятого для рассматриваемой модели соотношения $U = AE_{zi}$ свойства дефектного элемента можно описать одним параметром вида A_d; и тогда $U = A_d E_{zi}$. При наличии компенсирующего источника $V_{p,q}$ амплитуду пространственной гармоники можно представить как

$U_{p,q} = AE_{zi} + V_{p,q}$, но так как $U_{p,q} = A_d E_{zi}$, то

$A_d E_{zi} = AE_{zi} + V_{p,q}$ или можно записать, что

$$U_{p,q} = \left(\frac{A_d - A}{A_d}\right) V_{p,q}, \tag{2}$$

которое является граничным условием для дефектного элемента.

Дефектный элемент обладает тем свойством, что $A_d = 0$, так как у него отсутствуют рассеивающие свойства, что полностью соответствует физической картине удаления элемента из решётки.

Используя специальную функцию Грина и полученные соотношения, можно вывести обобщенное выражение системы линейных уравнений, относительно неизвестных амплитуд компенсирующих источников (решение получено в представлении, что кристаллическая структура разрежена, а размеры элементов малы по сравнению с периодом кристалла)

$$\sum\nolimits_{p,q\in S_d} V_{p,q} G\left(n-p, m-p\right) = \left(\frac{A_{d\,n,m}}{A_{d\,n,m} - A}\right) V_{n,m},\ n,m \in S_d, \tag{3}$$

где G — специальная функция Грина.

Размерность полученной системы (3) равна числу дефектных элементов.

Представленная методология с дефектными элементами позволяет получить аналитические решения для ряда простых структур. Метод компенсирующих источников может быть распространен и на случай двумерных электромагнитных кристаллов общего вида. С математической точки зрения, в этом случае главным изменением является переход от скалярной формулировки уравнений метода в векторных уравнениях, которые обладают повышенной сложностью. Важнейшим в этом случае является анализ поля рассеяния одиночного элемента, форму которых можно представить в виде сферических или цилиндрических частиц, имеющих произвольные параметры.

Рассеянное цилиндром поле может быть представлено в виде конечной суммы цилиндрических гармоник, амплитуды которых зависят от падающего поля и от конкретных рассеивающих свойств цилиндра.

Решение задачи о рассеянии волн цилиндрическими телами известно для металлических и магнито–диэлектрических круговых цилиндров, металлических эллиптических цилиндров и лент, металлических цилиндров общей формы с малыми электрическими размерами.

Введение компенсирующего источника E_{ZS} в этом случае создаст рассеивающее поле в виде суммы цилиндрических гармоник, но с фиксированными амплитудами. При этом считается, что каждый компенсирующий источник соответствует своему элементу решетки, а важной характеристикой является величина связи между амплитудами волн, рассеянных каждым элементом кристалла с амплитудами V_{SN}, соответствующими источнику, введённому в некоторый выделенный элемент решетки. Эта связь, записанная в векторной форме, представляется так

$$U_{n,m} = \hat{G}(n-p, m-p) V_{p,q}, \tag{4}$$

где матрица $\hat{G}(n,m)$ является специальной функцией Грина двумерного электромагнитного кристалла общего вида.

Для анализа электромагнитного кристалла с дефектами, важной задачей является формулировка граничных условий на дефектных элементах решётки, которые имеют рассеивающие свойства, отличные от элемента регулярной решетки, описываемые функциями $g_M(k,v,\mu)$, от которых зависят элементы матрицы $\hat{Q}(n-k, m-l)$. В этом случае дефектный элемент будет отличаться от регулярного матрицей $\hat{Q}^d(n-k, m-l)$, не совпадающей с соответствующей матрицей регулярного элемента, а граничные условия для дефектного элемента могут быть представлены следующим выражением:

$$U_{n,m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty(n,m)} \hat{Q}^d(n-k, m-l) U_{k,l}. \tag{5}$$

Дефект, связанный с удалением элемента из решётки, не порождает рассеянных волн, и его матрица $\hat{Q}^d(n-k, m-l)$ будет нулевой, граничные условия для вектора $U_{n,m}$ также равны нулю.

Возможны условия, при которых введение компенсирующих источников с неизвестными векторами амплитуд волн $V_{p,q}$ в кристалл с некоторым множеством дефектных элементов будет способствовать изменению амплитуд волн рассеяния так, что они будут удовлетворять граничным условиям вида (5), тогда рассеивающие свойства таких элементов будут совпадать со свойствами дефектных элементов. В этом случае можно получить систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных векторов $V_{p,q}$

$$\sum_{p,q} \left(\hat{G}(n-p, m-q) - \hat{Z}(n,m,p,q) \right) V_{p,q} = 0, \tag{6}$$

где $\hat{Z}(n,m,p,q)$ представлено выражением

$$\hat{Z}(n,m,p,q) = \sum_{k,l} \hat{Q}^d(n-k, m-l) \hat{G}(k-p, l-q).$$

В данном исследовании немаловажной задачей является получение ряда соотношений, выражающих свойства специальной функции Грина для взаимной структуры (в данном случае рассматривается электромагнитный кристалл из цилиндров, выполненных из металла) с выделенными в ней элементами с индексами p, q и n, m и введенными в них компенсирующими источниками V_1 и V_2.

Охарактеризовать поведение электрического поля вблизи поверхности цилиндра в этой структуре возможно при использовании теоремы взаимности и оценки контура интегрирования. В этом случае поле, рассеиваемое цилиндром E_{ZS} в соответствии со специальной функцией Грина, определяется выражением

$$E_{ZS} = \sum_N U_N H_N^{(2)}(kr)\exp(-iN\phi), \tag{7}$$

где U_N — амплитуды пространственных гармоник, обусловленные присутствием компенсирующих источников. С учётом известности входящих составляющих, и нахождения компонент магнитного поля по уравнениям Максвелла, может быть записано равенство, характеризующее свойство специальной функции Грина взаимной структуры

$$(-1)^N \frac{H_N^{(2)}(kR)}{J_N(kR)} \hat{G}_{-N,M}(p-n, q-m) = (-1)^M \frac{H_M^{(2)}(kR)}{J_M(kR)} \hat{G}_{-M,N}(n-p, m-q). \tag{8}$$

На основе анализа рассеивающих матриц для дефектов $\hat{B}_d$ в электромагнитных кристаллах из цилиндров с осевой симметрией и матрицы $\hat{B}$, описывающей рассеивающие свойства самих цилиндров (элементов) может быть получено векторное выражение, оценивающее граничные условия для дефекта в электромагнитном кристалле из осесимметричных элементов (цилиндров), представленное в виде

$$U_{p,q} = \left(E - \hat{B}\hat{B}_d^{-1}\right)^{-1} V_{p,q}. \tag{9}$$

Указанные выше подходы, связанные с использованием метода компенсирующих источников, являются основой для решения наиболее характерных и в то же время ключевых задач о рассеянии плоских волн на осе–симметричных цилиндрах (элементах решётки), которые могут представлять собой элемент, выполненный из металла, диэлектрика, феррита, цилиндра с сосредоточенной частью в виде различных структур (диода, транзистора или другого нелинейного элемента).

Сосредоточенные элементы важны с практической точки зрения, так как с их помощью реализуется свойство управляемости электромагнитными кристаллами, а их использование открывает возможности для формирования многофункциональных СВЧ– устройств нового поколения.

Из указанных цилиндрических элементов, наиболее привлекательными и ключевыми для решения дифракционной задачи, можно назвать гиротропный цилиндр, выполненный из феррита, и цилиндр с сосредоточенным элементом (с неоднородностью, которой могут быть нелинейные элементы).

Ферритовый цилиндр, размещенный в плоском волноводе, направленном вдоль оси *Ox*, намагниченный вдоль оси *Oz*, характеризуется абсолютной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_a = \varepsilon\varepsilon_0$ и тензором абсолютной магнитной проницаемости $\hat{\mu}_a$

$$\hat{\mu}_a = \begin{bmatrix} \mu & ik & 0 \\ -ik & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix}, \quad \mu = \mu_0\left(1 + \frac{\omega_M(\omega_H + i\omega\alpha)}{(\omega_H + i\omega\alpha)^2 - \omega^2}\right), \quad k = \mu_0\left(-\frac{\omega_M\omega}{(\omega_H + i\omega\alpha)^2 - \omega^2}\right), \tag{10}$$

где $\omega_M = \gamma M_0$; $\omega_H = \gamma H_0$; γ — гиромагнитная постоянная; M_0 — намагниченность насыщения феррита; H_0 — напряженность постоянного поля подмагничивания.

С учётом того, что в гиротропной среде с продольной намагниченностью (вдоль оси *z* для ферритового цилиндра) в двумерной ситуации $\left(\partial/\partial z = 0\right)$ волны разделяются на электрические и магнитные, из уравнений Максвелла могут быть получены соотношения, связывающие компоненты магнитного поля в цилиндрической системе координат с компонентами электрического поля.

Для решения задачи рассеяния плоской волны на цилиндре можно записать уравнения для компонент поля в свободном пространстве и в феррите, и получена система уравнений для определения неизвестных коэффициентов A_N и B_N.

Для определения коэффициента B_N, характеризующего рассеянное поле в свободном пространстве, получено следующее выражение:

$$B_N = (-i)^N \frac{W_e J_N(k_e R) J'_N(kR) - J_N(kR)\left(J'_N(kR) - \frac{kN}{\mu k_f R} J_N(k_e R)\right)}{W_e J_N(k_e R) H'_N(kR) - H_N(kR)\left(J'_N(kR) - \frac{kN}{\mu k_f R} J_N(k_e R)\right)}, \quad (11)$$

где $J_N(x)$ — функция Бесселя.

Штрихи означают дифференцирование по аргументу функции. Нечетные слагаемые пропорциональны параметру к, описывающего гиротропные свойства. Гиротропный цилиндр с продольной намагниченностью является невзаимной структурой (зависимость B_N от N не является чётной функцией).

Задача о рассеянии плоской волны на цилиндре с сосредоточенным элементом (дефектный элемент кристалла) решается исходя из следующих представлений о геометрии задачи и некоторых ограничений. Дефектный элемент цилиндрической формы радиуса R располагается вдоль оси Oz в плоском волноводе, под которым понимается структура, образованная двумя металлическими плоскостями (экранами), направленными вдоль оси Ox и расположенными на расстоянии h друг от друга (аналогична модели для гиротропного элемента). В промежуточной части цилиндра (в зазоре d) располагается сосредоточение элемента — дефекта радиуса $\rho, (R > \rho)$. Поле в зазоре — область 1, а поле за цилиндром — область 2.

Рассматриваемый волновод удовлетворяет условию $h < \lambda/2$, что указывает на то, что в данном волноводе возможно распространение только основной T–волны. За счет неоднородности вдоль оси Oz около цилиндра возможно возбуждение высших типов волн, однако при некоторых ограничениях на расстояниях, равных периоду решётки P, полем высших типов волн можно пренебречь. В этом случае, это поле можно рассматривать как некое внутреннее поле элемента решётки, не влияющее на взаимодействие элементов друг на друга (либо влияющее слабо), при котором должно выполняться неравенство

$$\exp\left(-\sqrt{\left(\pi/h\right)^2 - k^2 P}\right) \le 1.$$

Возбуждение цилиндра осуществляется волной, набегающей из нижнего полупространства рассматриваемой структуры.

С учётом указанных представлений и ограничений поставленная задача далее решается в следующей последовательности:

- поле падающей волны, с учётом известного разложения экспоненциальной функции вида $E_{zi} = \exp(-ikr\cos(\phi - \psi))$ по азимутальным гармоникам, представляется в виде первичного поля следующего вида:

$$E_{zi} = \sum_{N=-\infty}^{\infty} (-i)^N J_N(kr) \exp(-iN(\phi - \psi)), \quad (12)$$

где $J_N(x)$ — функция Бесселя, k – волновое число среды, под r и ϕ понимаются координаты в полярной системе, совмещенной с центром цилиндра;

- вторичное поле в области 2 при граничных условиях для металлического экрана ($z = 0, h$) и удовлетворении уравнениям Максвелла представляется в виде

$$E_{z2} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{N=-\infty}^{\infty} B_{N,n} H_N^{(2)}(q_n r) \cos\left(\frac{\pi n z}{h}\right) \exp(-iN(\phi - \psi)), \quad (13)$$

где $q_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi n}{h}\right)^2}$, а неизвестные коэффициенты $B_{N,n}$ можно найти, выразив суммарное поле в области 2 через поле в зазоре $E_s(z, \phi)$ при определенных граничных условиях на поверхности цилиндра $|z - z_0| > d/2$.

При этом поле в зазоре может быть определено в соответствии с выражением

$$E_s(z,\phi)=\sum_{N=-\infty}^{\infty} e_N \exp\left(-iN(\phi-\psi)\right), \tag{14}$$

где e_N — неизвестные константы, а поле в зазоре не зависит от координаты z при достаточно малых значениях d. Далее, используя полученные выражения (12–14), граничные условия на поверхности цилиндра, а также ортогональность функций $\exp(iN\phi)$ и $\cos\left(\frac{\pi nz}{h}\right)$ можно выразить коэффициенты $B_{N,n}$ через значение e_N

$$B_{N,n}=\frac{e_N}{H_N^{(2)}(q_nR)}\left(\frac{2\varepsilon_n}{\pi n}\cos\left(\frac{\pi nz_0}{h}\right)\sin\left(\frac{\pi nd}{2h}\right)-\delta_{n,0}(-i)^N J_N(kR)\right), \tag{15}$$

при $\varepsilon_n=\begin{cases}2, & n\neq 0,\\ 1, & n=0,\end{cases}$ и $\delta_{n,m}=\begin{cases}1, & n=m,\\ 0, & n\neq m,\end{cases}$

которое верно при $n=0$ и условии, что

$$\lim_{n\to 0}\left(\frac{\sin\left(\pi nd/2h\right)}{\pi n}\right)=\frac{d}{2h}; \tag{16}$$

• электрическое поле в зазоре (область 1) может быть определено через уравнения Максвелла, учитывая то, что тангенциальная компонента к поверхности цилиндра магнитного поля H_ϕ связана с электрической компонентой соотношением

$$H_\phi=\frac{1}{i\omega\mu_0}\frac{\partial E_z}{\partial r}, \tag{17}$$

что позволяет записать выражение для E_{z1} в виде

$$E_{z1}=\sum_{N=-\infty}^{\infty}\left(A_N J_N(kr)\right)+C_N Y_N(kr)\exp\left(-iN(\phi-\psi)\right), \tag{18}$$

где $Y_N(kr)$ — функция Неймана. Выражение (18) удовлетворяет граничным условиям для металла при $z=z_0\pm d/2$; не зависит от координаты z; а также, при условии, что $r=\rho$, удовлетворяет граничным условиям вида

$$E_{z1}=\left(Z/d\right)2\pi\rho H_{\phi 1}, \tag{19}$$

представляющим форму записи закона Ома для конкретной задачи, где Z — сопротивление сосредоточенного элемента, радиуса ρ, включенного во внутреннюю часть металлического цилиндрического элемента. При этом компонента магнитного поля $H_{\phi 1}$, с учётом выражения (17), может быть представлена как

$$H_{\phi 1}=\frac{1}{iW_0}\sum_{N=-\infty}^{\infty}\left(A_N J_N'(kr)\right)+C_N Y_N'(kr)\exp\left(-iN(\phi-\psi)\right), \tag{20}$$

где W_0 — волновое уравнение свободного пространства.

В этом случае, при использовании выражений (18)–(20) может быть получена возможность выражения коэффициентов C_N через A_N, а учитывая, что радиус ρ является малым параметром, и k, $\rho\ll 1$, то C_N могут быть пропорциональны ρ^{2N} при $N\neq 0$, то их можно приравнять нулю, а C_0 записать в виде

$$C_0=A_0p_0,\quad p_0=\frac{1}{\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma k\rho}{2}\right)-\frac{4Z}{ikdW_0}}, \tag{21}$$

где $\gamma=e^C=1.78107241$, C — постоянная Эйлера.

Для решения поставленной задачи необходимо найти искомые постоянные B_N, которые могут быть определены из выражения (15) при знании коэффициентов e_N, которые можно определить, исходя из следующих подходов:

- коэффициенты A_N выражаются через e_N с учётом того, что при $r = R$ электрическое поле $E_{z1} = E_s(z,\phi)$ можно представить в виде

$$A_N = \frac{e_N}{J_N(kR) + p_0 Y_N(kR)\delta_{N,0}}; \quad (22)$$

- находятся компоненты магнитного поля $H_{\phi 1}$ и $H_{\phi 2}$ для областей 1 и 2, с учётом введенных обозначений, которые на границах приравниваются в среднем, интегрирую равенство по *z*;
- коэффициенты e_N представляется в виде следующего выражения:

$$e_N = (-1)^N J'_N(kR)\left[G_{1N}\left(J'_N(kR) + p_0 Y'_N(kR)\delta_{N,0}\right) - 2h\sum_{n=0}^{\infty}\frac{G_{2N,n}}{\pi nd}H'^{(2)}_N(q_n R)\cos\left(\frac{\pi n z_0}{h}\right)\sin\left(\frac{\pi nd}{2h}\right)\right]^{-1}. \quad (23)$$

В случае, когда размер включения соизмерим с размером цилиндра (тонкий цилиндр с сосредоточенным элементом), коэффициент B_0 определяется как

$$B_0 = (-i)^N \frac{\frac{2\pi RZ}{ihW_0}J'_0(kR) - J_0(kR)}{H^{(2)}_0(kR) - \frac{2\pi RZ}{ihW_0}H'^{(2)}_0(kR)}. \quad (24)$$

Как развитие модели на основе включений, соизмеримых с размером цилиндра радиуса *R*, в [7] решается задача построения аналитической модели нелинейного резонатора на основе электромагнитного кристалла, размещаемого в плоском волноводе высотой *h*. Внутреннюю структуру модели по оси O_x формируют цилиндры с нелинейными емкостями C_m (кластер, вытянутый вдоль оси O_y, направление без ограничений). Области справа и слева от резонансной представляют цилиндрические элементы без конденсаторов, и играют роль областей связи резонатора с внешней схемой. Структура по оси O_x имеет ограничение. Плоская волна набегает на структуру слева и может распространяться в плоскости *XOY* под углом ϕ относительно оси O_x. В плоском волноводе распространяется *T*–волна и, при определенных условиях, в нём могут распространяться высшие типы волн. Реакция структуры на возбуждающее воздействие также имеет вид плоских *T*–волн, бегущих от резонатора (на основе прошедшей и отраженной волны). Наличие же отраженной и прошедшей волн на гармониках основной частоты — следствие нелинейной структуры.

Для решения нелинейной задачи, представляющую математическую модель резонатора системы, используется подход на основе метода последовательных приближений. При этом в качестве нулевого приближения взято решение линейной задачи при $V_n(t) = u_{n,0}$, где $u_{n,0}$ — постоянная составляющая напряжения на ёмкости, задаваемая внешним источником смещения, определяющая среднее значение ёмкости C'_{rn}. Зависимость ёмкости от напряжения для СВЧ–полупроводникового диода представляется в виде

$$C(u) = C_0 \Big/ \sqrt{1 + \frac{u}{v}},$$

где u/v — напряжение пробоя диода.

Для упрощения численного решения исходной нелинейной задачи используются аналитические преобразования, основанные на переходе от уравнений относительно напряжений на конденсаторах (на диоде), включенных в элементы кристалла, к уравнениям для амплитуд собственных колебаний резонатора.

Полученная за счет преобразований новая система обеспечила быструю сходимость и уже нулевое приближение, уточненное в первом приближении, обеспечило получение весьма точного результата. Направленность численного решения связана с исследованием поведения резонансной структуры при относительно больших внешних воздействиях и проверки предположе-

ния о предельном значении коэффициента K_{p2}, характеризующим эффективность генерации второй гармоники в резонаторе в соответствии с выражением

$$K_{pn} = \left|R_n\right|^2 + \left|T_n\right|^2,$$

где R_n и T_n соответственно коэффициенты отражения и прохождения, которое показывает, какая часть мощности падающей волны рассеяна резонатором на основной частоте, а какая часть преобразована в волны удвоенной частоты (да и волн высших гармоник), убегающие от резонатора.

Результаты численных исследований нелинейной задачи, в соответствии с предложенной методологией, подтвердили ранее высказанное предположение о невозможности преобразования более половины мощности падающей волны на основной частоте в мощность волн на удвоенной частоте в резонаторе исследуемого типа. Методология позволяет с приемлемой точностью анализировать нелинейные электромагнитные кристаллы, функционирующие в резонансном режиме при воздействии на них сигналов большой мощности.

1.2. Метод связанных волн и полная система уравнений Максвелла в задачах исследования ферромагнитных кристаллических структур [8–13]

Интерес к периодическим структурам на основе ферромагнитных плёнок связан с тем, что на основе таких структур можно создавать высокодобротные резонаторы, полосно–пропускающие и режекторные фильтры, и другие перестраиваемые магнитным полем устройства обработки информации СВЧ–диапазона.

Для исследования широкого спектра характеристик таких структур можно достаточно эффективно использовать метод связанных волн, применяемый для фотонных кристаллов. Этот метод основан на предположении, что в окрестности запрещённой зоны кристалла возможен учёт только двух пространственных гармоник, для падающей и отраженной волн [8].

В рассматриваемой модели, на основе одномерного магнонного кристалла (1*D*–МК), представляющей собой плёнку толщиной *d*, на поверхности которой сформирована одномерная периодическая структура с периодом Λ в виде системы выступов и канавок, ориентированных вдоль оси *x*, распространяется поверхностная магнитостатическая волна (ПМСВ), при воздействии на пленку постоянного магнитного поля $\vec{H}_0$, приложенного касательно к её поверхности вдоль оси *z*.

Согласно теории Флоке, решение волнового уравнения для магнитостатического потенциала φ периодической структуры может быть записано в виде суммы пространственных гармоник в соответствии с выражением

$$\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left(\omega t - k_n x\right), \tag{25}$$

где $k_n = k_0 + \frac{1}{\Lambda}\left(2\pi n\right)$, $n = \pm 1, \pm 2, ...$, k_0 — постоянная распространения ПМСВ в однородной ферромагнитной плёнке, A_n — амплитуды пространственных гармоник, ω — частота поверхностной магнитостатической волны.

Волновой процесс (для первой зоны Бриллюэна, когда $0 \le k\Lambda \le 2\pi$) можно представить в виде взаимодействия двух мод (нулевой гармоники прямой волны *n*=0 и первой гармоники отраженной волны *n*= –1), а распределение магнитостатического потенциала ϕ периодической структуры, в соответствии с выражением (25) в окрестности запрещенной зоны может быть записано в виде

$$\phi\left(x,t\right) = \phi_f\left(x,t\right)\exp\left(i\left(\omega t - k_B x\right)\right) + \phi_b\left(x,t\right)\exp\left(i\left(\omega t + k_B x\right)\right), \tag{26}$$

где $\phi_f\left(x,t\right)$ и $\phi_b\left(x,t\right)$ — медленно меняющиеся амплитуды прямой и отраженной волн, соответственно, $k_B = k_0 = \frac{\omega_B}{V_\varphi}$, ($k_{\mathbf{в}}$ — постоянная распространения поверхностной магнитостатической волны (ПМСВ), соответствующая первому брэгговскому резонансу $k_B \Lambda = \pi$, а ω_B — брэгговская частота, соответствующая центральной частоте полосы непропускания, V_φ — фазовая скорость ПМСВ).

При малой нелинейности и с учётом выражения (26) волновые уравнения для огибающих прямой $\phi_f\left(x,t\right)$ и встречной волн $\phi_b\left(x,t\right)$ представляются в виде системы нелинейных связан-

ных уравнений

$$\begin{cases} i\left(\dfrac{\partial\phi_f}{\partial t}+V_g\dfrac{\partial\phi_f}{\partial x}\right)-\beta\dfrac{\partial^2\phi_f}{\partial x^2}+\eta\phi_f+\chi\phi_b+\gamma\left(\left|\phi_f\right|^2+\sigma\left|\phi_b\right|^2\right)\phi_f=0, \\ i\left(\dfrac{\partial\phi_b}{\partial t}-V_g\dfrac{\partial\phi_b}{\partial x}\right)-\beta\dfrac{\partial^2\phi_b}{\partial x^2}+\eta\phi_b+\chi\phi_f+\gamma\left(\left|\phi_b\right|^2+\sigma\left|\phi_f\right|^2\right)\phi_b=0, \end{cases} \quad (27)$$

где V_g — групповая скорость поверхностной магнитостатической волны, β — коэффициент дисперсии, χ — коэффициент связи, γ — коэффициент нелинейности (характеризующий фазовую автомодуляцию), σ — коэффициент кросс–фазовой модуляции, $\eta=\left(\omega-\omega_B\right)$ — отстройка от брэгговской частоты.

Система (27), с учётом различных преобразований и ограничений, позволяет получить выражение для коэффициента связи χ между прямой и встречной волн и дать оценку ширины запрещенной зоны, связанной с коэффициентом $\vartheta=\chi/V_g$. На основании (27) также можно оценить влияние уровня мощности на дисперсионную зависимость одномерного магнонного кристалла (МК), записав её для спектральных компонент огибающих прямой и встречной волн в виде

$$\begin{cases} i\dfrac{\partial A_f}{\partial z}+\delta A_f+\vartheta A_b+\gamma'\left(\left|A_f\right|^2+2\left|A_b\right|^2\right)A_f=0, \\ i\dfrac{\partial A_b}{\partial z}+\delta A_b+\vartheta A_f+\gamma'\left(\left|A_b\right|^2+2\left|A_f\right|^2\right)A_b=0, \end{cases} \quad (28)$$

где $\gamma'=\gamma/V_g$ — коэффициент нелинейности, $\delta=\left(k-k_B\right)$ — отстройка от брэгговского волнового числа. При этом решение системы (28) ищется в виде $A_{f,b}=u_{f,b}e^{iqz}$, где амплитуды $u_{f,b}$ не изменяются по длине решётки, а мощность в структуре определяется как $P_0=u_f^2+u_b^2$. При введении параметра $f=u_f/u_b$, показывающего распределение мощности между прямой и встречной волнами, можно получить соотношения между амплитудами прямой и встречной волн

$$u_f=\sqrt{\frac{P_0}{1+f^2}};\quad u_b=f\sqrt{\frac{P_0}{1+f^2}}.$$

Из представленных соотношений видно, что если $\left|f\right|>1$, то доминирует встречная волна, а при $\left|f\right|<1$ — прямая волна.

С учётом этих соотношений и использования системы (28), можно получить параметрические зависимости от P_0 и f отстройки δ и постоянной распространения q, зависящей от ϑ в соответствии с соотношением $q^2=\delta^2-\vartheta^2$

$$q=-\frac{\vartheta\left(1-f^2\right)}{2f}-\frac{\gamma' P_0\left(1-f^2\right)}{2\left(1+f^2\right)};\qquad \delta=-\frac{\vartheta\left(1+f^2\right)}{2f}-\frac{3\gamma' P_0}{2}. \quad (29)$$

Как следует из выражений (29), при $\gamma'=0$, когда нелинейными эффектами можно пренебречь, и исключая параметр f, можно придти к соотношению для q^2, которое ещё называется дисперсионным соотношением. Анализ графиков, построенных на основе соотношений (29) и дисперсионного соотношения показывает, что наличие нелинейных слагаемых в (29) приводит к сдвигу запрещенной зоны в область более низких частот и к искажению ее вида. При этом, чем выше мощность, тем ниже по частоте сдвигается дисперсионная характеристика, и тем сильнее она искажается.

Представленный алгоритм нахождения различных параметров рассматриваемой структуры позволяет также определить коэффициенты отражения и прохождения для каждой спектральной компоненты волны и рассчитать зависимости коэффициента отражения от геометрических размеров магнонного кристалла.

Исходя из этого, установлено, что уже при небольшом числе периодов решётки (при соотношении $l/\Lambda\geq 7$) достигается коэффициент отражения $R\approx 1$.

Как было отмечено выше [8], привлекательной особенностью магнонного кристалла является возможность управления запрещёнными зонами с помощью внешнего магнитного поля. Такая особенность характерна для периодических структур, сформированных на поверхности ферромагнитных плёнок. Наличие пространственного периода в них приводит к возникновению

в спектре как магнитостатических волн (МСВ), так и запрещённых зон для волновых чисел, удовлетворяющих условию брэгговского резонанса

$$k_{Б}^{n}=2\frac{\pi}{\lambda_n}=\frac{(2n-1)\pi}{L},\ \ (n=...,-2,-1,0,1,2...), \tag{30}$$

где $k_{Б}^{n}$ и λ_n — брэгговские волновые числа и длины волн, соответственно; L — период структуры. В этом случае брэгговские частоты определяются соотношением $\omega_{Б}=k_{Б}^{n}V_{\varphi}$, где V_{φ} — фазовая скорость волны в структуре.

Для расширения функциональных возможностей магнонных кристаллов по управлению запрещенными зонами, необходимо исследовать слоистые структуры магнонных кристаллов (мультиферроидных структур типа мультиферроиков).

В данном случае исследование ведётся на основе структуры ферромагнитной плёнки (ФП) — плёнки сегнетоэлектрика (ПСЭ) [9].

При больших значениях диэлектрической проницаемости ПСЭ, которая зависит от приложенного постоянного электрического поля, электромагнитные волны (ЭМВ) в ПСЭ являются сильно замедленными и в этом случае в такой структуре на частотах, близких к частоте фазового синхронизма между ЭМВ и МСВ, возникают гибридные электромагнитно–спиновые волны.

Фазовая синхронизация между ними достаточно легко реализуется в силу того, что, например, в плёнках железо — иттриевого граната (ЖИГ) магнитостатические волны (МСВ) имеют фазовые скорости приблизительно 10^6–10^9 см/с и частоты порядка 10^9–10^{11} Гц. Электромагнитные волны в плёнке сегнетоэлектрика (ПСЭ) с диэлектрической проницаемостью порядка 102–104 на тех же частотах имеют фазовые скорости ориентировочно в пределах 10^8–10^9 см/с.

При этом значение частот фазовой синхронизации определяется величиной как электрического, так и магнитного полей, в силу чего возможно двойное управление характеристиками гибридных волн. В силу медленности волн в ферромагнитной пленке для них возможно исключение электромагнитного запаздывания и использование уравнений магнитостатики, а для волн в ПСЭ, фазовая скорость в которых приблизительно равна $c/\sqrt{\varepsilon}$, возможно использование полной системы уравнений Максвелла. Поведение дисперсионных характеристик в такой структуре будет определяться не только связью между прямой и встречной магнитостатическими волнами, что приводит к появлению запрещённых зон, но и связью между магнитостатическими волнами МСВ и электромагнитными волнами ЭМВ, что существенно расширяет возможности по управлению характеристиками запрещённых зон.

Исследуемая плёночная структура представляет собой одномерный магнонный кристалл (МК) с периодичностью, подобно описанной в работе [8], и слой плёнки сегнетоэлектрика (СЭ) на его поверхности. Расстояние между МК и СЭ определяется толщиной диэлектрического промежутка D. Структура бесконечна (в сравнении с толщиной) в направлении осей x и y.

Постоянное магнитное поле $\vec{H}_0$ приложено перпендикулярно к поверхности пленки вдоль оси z. Слой плёнки СЭ толщиной a с диэлектрической проницаемостью ε находится под действием внешнего электрического поля с напряжённостью E. При уменьшении D волны в МК и СЭ начинают влиять друг на друга, поля МСВ начинают проникать в СЭ, поля ЭМВ в феррит.

В результате, в структуре будут распространяться гибридные электромагнитные спиновые волны. При сильной связи между слоями, когда D стремится к нулю, структуру в целом можно считать периодической, а решение волновых уравнений может быть представлено в виде суммы прямых и встречных волн в каждом из слоев. Используя соответствующие граничные условия, а также соотношение для толщины ферромагнитной пленки d, являющейся периодически меняющейся величиной, и сшивая решения на границе раздела МК — СЭ, можно получить дисперсионное уравнение в матричном представлении для гибридных волн в такой структуре

$$Det\begin{bmatrix}\Omega_{ФП}(k_0,\omega) & \beta(k_0) & \chi_{ФП}(k_0) & \sigma(k_0)\\ \beta(-k_{-1}) & \Omega_{ФП}(-k_{-1},\omega) & \sigma(-k_{-1}) & \chi_{ФП}(-k_{-1})\\ \chi_{ПСЭ}(k_0) & 0 & \Omega_{ПСЭ}(k_0,\omega) & 0\\ 0 & \chi_{ПСЭ}(-k_{-1}) & 0 & \Omega_{ПСЭ}(-k_{-1},\omega)\end{bmatrix}=0. \tag{31}$$

Первая и вторая строки в (31) описывают прямую и встречную волны в МК, третья и четвёртая в слое ПСЭ. На главной магистрали стоят дисперсионные соотношения для несвязанных волн в случае изолированных слоев. Недиагональные элементы описывают связь между указанными типами волн.

Исследования уравнения (31) для предельных случаев показали, что в случае, соответствующего изолированному магнонному кристаллу в структуре, дисперсионные характеристики прямой и встречной МСВ имеют точку пересечения, вблизи которой взаимодействия волн резонансно возрастают. На частотах фазовой синхронизации взаимодействие прямой и встречной МСВ приводят к гибридизации, обеспечивающей возникновение гибридной МСВ и формирование запрещенной зоны магнонного кристалла. Кроме того, из–за разных групповых скоростей ЭМВ и МСВ также возникает точка пересечения их дисперсионных характеристик, в которой они распространяются синхронно.

При уменьшении расстояния между ПСЭ и ФП уже начинают взаимодействовать МСВ и ЭМВ, и вблизи точки их пересечения происходит их гибридизация, что способствует расталкиванию дисперсионных кривых и образованию гибридных электромагнитных спиновых волн. В этом случае, при увеличении ε, уменьшается наклон дисперсионной ветви ЭМВ, способствуя изменению положения точки гибридизации, которая сдвигается в область больших значений *k*.

Рассмотренная физика происходящих процессов гибридизации волновых процессов в структуре МК — ПСЭ имеет большое значение на оценку влияния ПСЭ на характеристики запрещённых зон, т.е. на оценку управляемости запрещёнными зонами, так как в зависимости от значения ε возможно различное взаимное расположение указанных выше двух точек гибридизации.

Исследование картины взаимности расположения зон гибридизации в области первого брэгговского резонанса показало, что изменение ε^*, характеризующего параметр структуры, образуют две запрещённые зоны изменяемой конфигурации. При этом: если $\varepsilon < \varepsilon^*$, то образуется одна узкая высокочастотная и одна широкая низкочастотная запрещённая зона, сравнимая по ширине с запрещенной зоной одномерного МК. Если $\varepsilon > \varepsilon^*$, то образуется одна узкая низкочастотная и одна широкая высокочастотная запрещённая зона. При значении $\varepsilon = \varepsilon^*$ образуется одна запрещённая зона, положение и ширина которой сравнимы с запрещённой зоной самого магнонного кристалла.

Таким образом, исследуемая конфигурация слоистой структуры обладает широкими возможностями по управлению запрещенными зонами (их количеством, центральной частотой и шириной) на основе электрических и магнитных полей.

Возможности по управлению характеристиками запрещенных зон можно также проанализировать при использовании связанных периодических структур на основе двух магнонных кристаллов и на основе структуры [9]: *магнонный кристалл — ферромагнитная плёнка*.
Теория связанных структур обоснована в [11].

Исследование связанных структур представляют определенный интерес, так как такие структуры позволяют существенно расширить возможности по управлению путем изменения величины связи, а также влияют на изменение характеристик дисперсионных зависимостей, на основе анализа которых рассматриваются особенности формирования запрещенных зон. В этом случае связь приводит к появлению быстрой и медленной волн, распространяющихся с различными групповыми и фазовыми скоростями, а характеристики запрещённых зон определяются как минимум двумя коэффициентами связи.

Один из них определяет связь между прямой и встречной волнами и зависит только от параметров периодической структуры, другой определяется связью между ферромагнитными пленками, приводящими к изменению фазовых и групповых скоростей распространяющихся волн в рассматриваемых структурах.

Используя уравнения движения для высокочастотных составляющих намагниченности m_1 и m_2, уравнения для магнитостатического потенциала в каждой из плёнок, граничные условия на границах ферромагнитных слоёв и диэлектрика в длинноволновом приближении ($kd \ll 1$)

была получена система волновых уравнений для однородных ферромагнитных слоёв вида

$$\frac{\partial^2 m_{1,2}}{\partial t^2}+\omega_H^2\, m_{1,2}-\frac{d}{2k}\omega_H\omega_M\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(m_{1,2}+Km_{2,1}\right)=0\,, \tag{32}$$

где $m_{1,2}=m_{x1,2}/M_0$ — безразмерные составляющие намагниченности в каждом слое, M_0 — намагниченность насыщения; $\omega_H=\gamma H_0$; $\omega_M=\gamma 4\pi M_0$; γ — гиромагнитное отношение; d — толщина однородной плёнки, k — волновое число магнитостатической волны, $K=\exp(kD)$ — коэффициент, определяющий электродинамическую связь по ВЧ — полю одного ферромагнитного слоя с другим, D — расстояние между магнонными кристаллами.

В представленном выражении (32) толщина d каждой плёнки является периодической функцией, зависящей от продольной координаты, и представляется в виде $d(y)=d_2+\delta(y)$, где $d(y)$ определяется исходя из соотношений

$$d(y)=\delta(y+L)=\begin{cases}\Delta d,\ 0\le y\le a_2,\\ 0,\ a_2\le y\le L,\end{cases}$$

где L — период структуры магнонного кристалла, α_2 — ширина углубления канавки. С учётом периодичности, зависимость $\delta(y)$ можно представить в виде ряда Фурье, относительно функции $d(y)$

$$d(y)=d_0\left[1+\delta d\cos\left(\frac{2\pi}{L}y\right)\right], \tag{33}$$

где $\delta d=\dfrac{2\Delta d}{\pi d_0}\sin\left(\dfrac{\pi a_1}{L}\right)$, $d_0=d_2+\dfrac{\Delta d a_1}{L}$, а d_0, d_1, d_2 — представляют параметры периодической структуры по толщине.

Система связанных уравнений, описывающая периодическую структуру вида:

магнонный кристалл — магнонный кристалл,

может быть получена, если подставить (33) в (32).

Для её решения используется подход, основанный на методе связанных волн. (Волны, распространяющиеся в периодической системе, рассматриваются как независимые, а сама периодическая структура обеспечивает их связь. В этом случае предполагается, что электродинамический коэффициент связи K, описывающий взаимодействие между волнами в каждой плёнке, будет сохранять свое значение, как для прямых, так и для встречных волн).

При этом решение волновых уравнений для намагниченности (32) в каждом кристалле может быть представлено в виде суммы пространственных гармоник (например, в соответствии с выражением (25)). Таким образом, решение для (32) может быть представлено в виде суммы прямых и встречных волн в каждом из кристаллов в соответствии с выражением

$$m=A_{1,2}\exp\left[j(\omega t-k_0 y)\right]+B_{1,2}\exp\left[j(\omega t-k_{-1}y)\right], \tag{34}$$

где $A_{1,2}$ и $B_{1,2}$ — амплитуды прямых и встречных волн, соответственно, в каждом из магнонных кристаллов, $k_{-1}=k_0-2\pi/L$, ω — частота.

Произведя подстановку (33) и (34) в выражение (32) можно получить дисперсионное соотношение для связанных МК в матричном представлении

$$Det\begin{pmatrix}\Omega_0 & \beta k_0 K & \Delta_{-1} & \Delta_{-1}K\\ \beta k_0 K & \Omega_0 & \Delta_{-1}K & \Delta_{-1}\\ \Delta_0 & \Delta_0 K & \Omega_{-1} & \beta k_{-1}K\\ \Delta_0 K & \Delta_0 & \beta k_{-1}K & \Omega_{-1}\end{pmatrix}=0\,, \tag{35}$$

где $\Omega_{0,-1}=-\omega^2+\omega_H^2+\dfrac{\omega_H\omega_M d_0}{2}k_{0,-1}$, $\beta=\dfrac{\omega_H\omega_M d_0}{2}$, $\Delta_{0,-1}=\beta\dfrac{\delta d\, k_{0,-1}^2}{2k_{-1,0}}$.

Диагональные компоненты определителя (35), приравненные нулю $(\Omega_{0,-1}=0)$, представляют собой дисперсионные соотношения для прямой и встречной МСВ в однородной плёнке. Недиагональные компоненты, куда входит электродинамический коэффициент K, описывают связь

между магнонными кристаллами, а $\Delta_{0,-1}$ — параметр связи между прямыми и встречными волнами в каждом магнонном кристалле. При $K \neq 0$ и $\delta d_{1,2} = 0$ определитель (35) переходит в соотношение для МСВ в двух связанных однородных плёнках.

Полагая, что $\delta d = 0$ для МК1, можно получить дисперсионное соотношение для структуры МК — однородная плёнка

$$Det\begin{pmatrix} \Omega_0 & \beta k_0 K & \Delta_{-1} & \Delta_{-1} K \\ \beta k_0 K & \Omega_0 & \Delta_{-1} K & \Delta_{-1} \\ 0 & 0 & \Omega_{-1} & \beta k_{-1} K \\ \Delta_0 K & \Delta_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0 . \qquad (36)$$

Результаты численных вычислений с использованием соотношений (35) и (36) позволили установить, что в рассматриваемых структурах связь между слоями позволяет эффективно управлять характеристиками запрещенных зон (центральной частотой зоны, полосой частот и величиной подавления сигнала), а также характеристиками полос пропускания между ними. При этом, возможность управлять их резонансными свойствами может быть реализована при создании на основе магнонных кристаллов частотно–избирательных устройств.

В этой связи, для пассивных распределённых нелинейных сред с обратной связью, коим является брэгговский резонатор типа Фабри–Перо на основе одномерного магнонного кристалла, необходим учёт бистабильности, теоретически обоснованной в [12]. Нелинейные свойства такого резонатора были исследованы в [13] на основе двумерного магнонного кристалла, помещённого на линию задержки с микрополосковыми преобразователями в касательном поле подмагничивания в геометрии возбуждения ПМСВ. Возникновение бистабильности объясняется нелинейностью дисперсионного типа, приводящей к сдвигу резонансной частоты при увеличении мощности волны.

С физической точки зрения в теории периодических структур появление запрещенных зон связано с синфазным сложением отраженных волн от периодически расположенных нерегулярностей. Если расстояние между нерегулярностями кратно половине длины волны, то отраженные волны суммируются синфазно.

Поэтому на частотах, соответствующих этому условию, собственная волна периодической структуры оказывается нераспространяющейся. Ее волновое число является мнимой величиной, которая характеризует скорость затухания волны. В оптическом диапазоне эффект синфазного сложения отраженных волн называют брэгговским отражением.

2. Электромагнитные кристаллы на базе киральных элементов и их комбинаций с ферромагнитными элементами

2.1. Краткая характеристика киральной среды. Материальные уравнения. Влияние ферромагнитных материалов на условия распространения волн [14]

Явление киральности — это проявление асимметрии левого и правого, или зеркальной асимметрии. Естественные среды, обладающие киральными свойствами, получили название оптически–активных сред.

Основным свойством таких сред является возможность вращения плоскости поляризации электромагнитного излучения, проходящего через киральную среду.

В СВЧ–диапазоне такой средой может являться только искусственная среда, содержащая проводящие двух– или трёхмерные элементы зеркально–ассиметричной формы, размеры которых значительно меньше длины волны λ.

Зеркально–ассиметричные элементы киральной среды, обладающей пространственной дисперсией, должны располагаться периодически, на расстоянии d, соизмеримом с длиной волны излучения, в изотропной диэлектрической среде, а их линейные размеры должны быть значительно меньше.

Существует два главных свойства электродинамики киральной среды.

Первое заключается в том, что в ней невозможно распространение волн с линейной поляризацией, а всегда имеет место возбуждение двух волн с право– и левокруговыми поляризациями, обладающими различными фазовыми скоростями, т.е. нормальные волны киральной среды

являются гибридными, и их поля имеют все шесть составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$. В этом смысле, такая среда является биизотропной, или изотропной для волн двух круговых поляризаций.

Второе свойство заключается в кросс — поляризации поля электромагнитной волны (в структуре поля отраженной ЭМВ присутствуют кросс–поляризационные компоненты, соответствующие параллельной поляризации).

Это является следствием того, что в киральной среде происходит возбуждение волн с право– и левокруговыми поляризациями, в структуре электромагнитного поля которых присутствуют все шесть составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$, в силу чего отраженная волна будет в общем случае эллиптически — поляризованной.

Удивительным фактом киральной среды является то, что она является магнито–диэлектрической, несмотря на то, что не содержит магнитных материалов. Это объясняется тем, что проводящие зеркально–ассиметричные элементы представляют собой резонансные контуры с наличием ёмкостного и индуктивного сопротивлений. Падающее электромагнитное поле наводит на киральных элементах циркулярные токи, которые носят резонансный характер. Эти токи приводят к резонансным зависимостям диэлектрической ε_1 и магнитной μ_1 проницаемостей киральной среды.

Основой феноменологической теории киральных сред являются материальные уравнения, характерные для сред с пространственной дисперсией. В этом случае векторы электрической $\vec{D}$ и магнитной $\vec{B}$ индукции поля зависят не только от напряженностей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ но и от их пространственных производных

$$\vec{D}=\varepsilon\left(\vec{E}+\alpha\, rot\,\vec{E}\right),\quad \vec{B}=\mu\left(\vec{H}+\beta\, rot\,\vec{H}\right), \tag{37}$$

где α и β — параметры электромагнитной и магнитоэлектрической связи, имеющие размерность длины. В случае изотропной среды, материальные параметры ε, μ, α и β являются скалярными. Когда $\alpha=\beta$, среда называется киральной, а если это комплексные параметры, то среда называется биизотропной. Если перечисленные параметры — тензоры, то среда называется бианизотропной.

Представленная форма материальных уравнений (37) является далеко не единственно возможной. Так, определяя из уравнений Максвелла $rot\,\vec{E}$ и $rot\,\vec{H}$, и подставляя их в материальные уравнения (37), можно получить соотношения

$$\vec{D}=\varepsilon\,\vec{E}+\chi_{EH}\,\vec{H},\quad \vec{B}=\mu\,\vec{H}+\chi_{HE}\,\vec{E}, \tag{38}$$

где χ_{EH} — параметр электромагнитной связи; χ_{HE} — параметр магнитоэлектрической связи (указанные параметры являются чисто мнимыми величинами и в гауссовой системе единиц не имеют размерности. Соотношения (38) являются аналогами уравнения (37).

Существуют и другие формы записи материальных уравнений. Так, если считать, что $\chi_{EH}=\mp i\chi$, а $\chi_{HE}=\pm i\chi$, то соотношения (38) будут иметь вид

$$\vec{D}=\varepsilon\,\vec{E}\mp i\,\chi\vec{H},\quad \vec{B}=\mu\,\vec{H}\pm i\,\chi\vec{E}, \tag{39}$$

где χ — безразмерный параметр киральности, а верхние знаки соответствуют киральной среде на основе зеркально–ассиметричных элементов правой формы, нижние знаки — среде на основе киральных элементов левой формы. Форма записи материальной среды (39) на основе киральных элементов — это наиболее часто встречаемая форма в научной литературе по этому вопросу.

Параметр киральности зависит от формы и размеров зеркально–ассиметричных элементов, и его физический смысл заключается в том, что он определяет степень взаимосвязи процессов электрической и магнитной поляризаций в киральной среде.

Материальные уравнения для киральной среды можно представить и с учетом изменения диэлектрической проницаемости, при этом существует связь с параметром киральности в соответствии с выражением

$$\varepsilon_C=\varepsilon+\chi^2/\mu. \tag{40}$$

При использовании соотношений (38) могут быть записаны уравнения Максвелла и для комплексных амплитуд, а для $\vec{\vec{\varepsilon}}$ и $\vec{\vec{\mu}}$ использована тензорная форма записи в соответствии

с выражением

$$\vec{\vec{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon & \frac{\chi_{HE}}{\eta} & 0 \\ -\frac{\chi_{HE}}{\eta} & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \vec{\vec{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu & \eta\chi_{EH} & 0 \\ -\eta\chi_{EH} & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}, \tag{41}$$

где $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ — волновое сопротивление для киральной среды.

В выражении (41) параметр магнитоэлектрической связи входит в тензор $\vec{\vec{\varepsilon}}$, а параметр электромагнитной связи в тензор $\vec{\vec{\mu}}$.

С учётом некоторых допущений утверждается, что киральная среда является частным случаем бигиротропной среды. Считая, что киральная среда является макроскопически–однородной (материальные параметры ε, μ и χ не зависят от координат), и анализируя уравнения Максвелла второго порядка, записанных в дифференциальной форме для комплексных амплитуд векторов электромагнитного поля в киральной среде, а также сравнивая эти уравнения для однородной диэлектрической среды, которые при $\chi = 0$ переходят в уравнения Гельмгольца, было установлено следующее:

- квадрат показателя преломления n^2 по сравнению с диэлектрической средой увеличивается, определяется выражением

$$n_C^2 = \varepsilon\mu + \chi^2 = n^2 + \chi^2, \quad \left(n = \sqrt{\varepsilon\mu}\right) \tag{42}$$

  и имеет место вне зависимости от того, какие спирали используются при создании киральной зеркально–асимметричной среды;
- фазовая скорость волнового процесса в киральной среде всегда меньше, чем фазовая скорость волны в диэлектрике с аналогичными параметрами ε и μ;
- нормальными волнами безграничной киральной среды являются две волны с право– и левокруговыми поляризациями и различными волновыми числами $k_{R,L} = k_0\left(n \pm \chi\right)$, представляющими постоянные распространения нормальных волн в безграничной киральной среде, зависящими от используемой формы материальных уравнений. Это так называемый дуплет электромагнитных волн, из которого следует, что фазовая скорость волны с правокруговой поляризацией (ПКП) в неограниченной киральной среде всегда меньше фазовой скорости волны с левокруговой поляризацией (ЛКП).

  В случае киральной среды, создаваемой на основе левовинтовых спиралей, наоборот, фазовая скорость волны с правокруговой поляризацией больше, чем у волны с левокруговой поляризацией;
- у электромагнитных полей с собственными волнами, имеющими право– и левокруговые поляризации, напряженности всегда связаны соотношениями

$$\vec{H}_{R,L} = \pm\frac{i}{\eta}\vec{E}_{R,L}, \tag{43}$$

  указывающими, что киральная среда для волны с ПКП обладает материальными параметрами ε_R и μ_R, а для волны с ЛКП параметрами ε_L и μ_L, обладает, соответственно, различными показателями преломления;
- представление электромагнитного поля в виде суперпозиции полей двух волн $\vec{E}_R$ и $\vec{E}_L$ сводит проблему решения уравнений Максвелла к решению двух независимых векторных дифференциальных уравнений второго порядка.

Для биизотропной среды выражения для волновых чисел волн с ПКП и ЛКП представляются следующим выражением:

$$k_{R,L} = k_0\left(\sqrt{n^2 - \xi^2} \pm \chi\right). \tag{44}$$

Так как в технике СВЧ без волноведущих поверхностей не обойтись, то представляет интерес линия передачи на основе кирального слоя толщиной a, расположенной вдоль осей Ox и Oz между двумя идеально–проводящими слоями (в декартовой системе координат толщина слоя направлена вдоль оси Oy).

Используя уравнения Максвелла на основе системы дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд векторов электромагнитного поля в киральной среде, граничные условия и векторы электромагнитного поля на основе гармонической зависимости от координаты z

$$\vec{E}(y,z)=\vec{e}(y)\exp(i\gamma z),\quad \vec{H}(y,z)=\vec{h}(y)\exp(i\gamma z), \tag{45}$$

где $\vec{e}(y)$ — функция, описывающая распределение напряженности электрического поля вдоль оси Oy, $\vec{h}(y)$ — функция, описывающая распределение напряженности магнитного поля вдоль оси Oy, γ — постоянная распределения какой–либо собственной волны, для указанной структуры были получены уравнения краевых задач для e_x и h_x, решение которых производилось методом характеристического уравнения, корни которого равны

$$p_{1,2}^2=-k_{R,L}^2 \tag{46}$$

и совпадают с квадратами постоянных распространения волн ПКП и ЛКП в безграничной киральной среде, взятыми со знаком "–". С учётом соотношения (46) для характеристического числа Λ получаем

$$\Lambda_{1,2}^2=\gamma^2-k_{R,L}^2. \tag{47}$$

Из этого выражения следует, что в плоском киральном волноводе возможно распространение двух волн ПКП– и ЛКП– типов с постоянными распространения k_R и k_L, частоты отсечек которых равны нулю, а наличие корней характеристического числа $\Lambda_{1,2}^2$ свидетельствует о том, что все собственные волны кирального волновода будут дуплетными, каждый из которых будет состоять из волн с правокруговой поляризацией (ПКП) и с левокруговой поляризацией (ЛКП).

При решении уравнения для краевых задач, представленного в виде

$$e_x(y)=A_1\cos(h_R y)+A_2\sin(h_R y)+A_3\cos(h_L y)+A_4\sin(h_L y), \tag{48}$$
$$h_x(y)=B_1\cos(h_R y)+B_2\sin(h_R y)+B_3\cos(h_L y)+B_4\sin(h_L y),$$

были установлены связи между постоянными неизвестными

$$A_{1,2}=\eta B_{1,2},\qquad A_{3,4}=-\eta B_{3,4}, \tag{49}$$

где $\eta=\sqrt{\varepsilon/\mu}$ — волновое сопротивление среды, на основании чего было получено соотношение для $e_x(y)$ и $h_x(y)$ в виде

$$e_x(y)=e_R(y)+e_L(y),\quad h_x(y)=\frac{1}{\eta}\{e_R(y)+e_L(y)\}, \tag{50}$$

где функция $e_R(y)$ описывает распределение поля волны с ПКП в киральном волноводе вдоль оси Oy, а функция $e_L(y)$ — распределение поля волны с ЛКП вдоль той же оси, которые представляются следующими выражениями:

$$e_R(y)=A_1\cos(h_R y)+A_2\sin(h_R y),\quad e_L(y)=A_3\cos(h_L y)+A_4\sin(h_L y). \tag{51}$$

На основании выражения (51) и оценки неизвестных постоянных A_1 и A_2 из граничных условий при $y=a$ может быть получено дисперсионное уравнение для собственных волн плоского однородно–заполненного кирального волновода

$$1-\cos(h_R a)\cos(h_L a)+\frac{1+a_{RL}^2}{2a_{RL}}\sin(h_R a)\sin(h_L a)=0, \tag{52}$$

где $a_{RL}=k_R h_L/k_L h_R$, из которого следует выражение для расчёта частот отсечек собственных волн (при условии $\gamma=0$) плоского кирального волновода, которое при $k_R+k_L=k_0\sqrt{\varepsilon\mu}$ имеет решение $(k_0 a)_{отс}=\pi m/\sqrt{\varepsilon\mu}$, m = 0, 1, 2,..., которое показывает, что частоты отсечек собственных волн пло-

ского кирального волновода не зависят от параметра киральности (при условии, если для описания среды используются описанные выше материальные уравнения (37)-(39)).

При описании среды, в соответствии с материальными уравнениями

$$\vec{D} = \varepsilon_C \vec{E} - i\xi\mu\vec{H}, \quad \vec{B} = \mu\vec{H} \pm i\xi\mu\vec{E}, \tag{53}$$

где $\varepsilon_C = \mu\xi^2$ — киральная проводимость, а ξ — киральный адмитанс.

Частоты отсечек определяются как $(k_0 a)_{отс} = \pi m \Big/ \sqrt{\mu\left(\varepsilon + \mu\xi^2\right)}$, m = 0, 1, 2,.., и зависят от кирального адмитанса (величина, обратная импедансу).

Явление возникновения на частоте отсечки не одной собственной волны, а двух волн с ПКП и ЛКП, является основным свойством собственных волн волноводов с киральностью и связано с бифуркацией (свойством нелинейности).

Численный анализ киральной среды, описываемый в соответствии с выражением (53) при параметрах $\varepsilon = 3.5$ и $\mu = 2.2$, на основании исследования зависимости нормированных частот отсечек $k_0' a$ от кирального адмитанса ξ для первых четырёх мод плоского кирального волновода, позволил установить, что при увеличении параметра ξ частотное расстояние между соседними $k_0' a$ уменьшается, а спектр собственных волн становится более сплошным и «густым».

Для практических случаев использования киральной среды, важной является оценка влияния на неё ферромагнитных материалов — воздействие на собственные волны, на примере плоского двухслойного кирально–ферритового волновода, а также распространение плоской электромагнитной волны в периодически неоднородной системе, состоящей из киральных и магнитодиэлектрических слоев.

Электродинамический анализ собственных волн плоского волновода, состоящего из двух слоёв — кирального и подмагниченного ферритового (геометрия задачи та же, что и рассмотренная выше, с той лишь разницей, что поверх кирального слоя располагается ферромагнитный, а внешнее магнитное H_0 поле приложено в направлении оси Ox), основан на подходе, при котором для описания киральной среды используется материальное уравнение вида

$$\vec{D} = \left(\varepsilon + \mu\xi^2\right)\vec{E} - i\xi\mu\vec{H}, \quad \vec{B} = \mu\vec{H} - i\xi\mu\vec{E}, \tag{54}$$

а уравнение Максвелла для электромагнитного поля в ферритовой среде представляется в виде дифференциальных уравнений второго порядка.

При записи этих уравнения учтено

$$E_x^{(2)}(y,z) = e_x^{(2)}(y)\exp(-i\gamma z), \quad H_x^{(2)}(y,z) = h_x^{(2)}(y)\exp(-i\gamma z)$$

Тогда получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 e_x^{(2)}}{dy^2} + \left(k_0^2\,\varepsilon_2\,\mu_{\perp 2} - \gamma^2\right) e_x^{(2)} = 0, \\ \dfrac{d^2 h_x^{(2)}}{dy^2} + \left(k_0^2\,\varepsilon_2\,\mu_{\parallel 2} - \gamma^2\right) h_x^{(2)} = 0, \end{cases} \tag{55}$$

где $\mu_{\perp 2} = \mu_2\left(1 - \mu_{a2}^2 \Big/ \mu_2^2\right)$.

Решения (55) для компонент e_x и h_x показаны ниже

$$\begin{cases} e_x^{(2)} = A_2\cos(\lambda_\perp y) + B_2\sin(\lambda_\perp y), \\ h_x^{(2)} = C_2\cos(\lambda_\parallel y) + D_2\sin(\lambda_\parallel y), \end{cases} \tag{56}$$

где $\lambda_\perp = \sqrt{k_0^2\varepsilon_2\mu_{\perp 2} - \gamma^2}$, $\lambda_\parallel = \sqrt{k_0^2\varepsilon_2\mu_{\parallel 2} - \gamma^2}$,

а A_2, B_2, D_2 — неизвестные постоянные.

При использовании граничных условий, когда $y = y_2$, были получены окончательные выражения для тангенциальных компонент поля в ферритовом слое, а при условии, когда $y = y_1$ (граница раздела «киральная среда — ферритовая среда») была получена система из четырех

линейных алгебраических уравнений, из равенства нулю главного определителя которой записывается в явном виде дисперсионное уравнение для собственных волн плоского кирально–ферритового волновода (выражения (3.3.10)–(3.3.12) из [14]).

Численные результаты, полученные на основании построенной зависимости квадратов нормированных постоянных распространения собственных волн $\left(\gamma / k_0\right)^2$ от нормированной толщины кирального слоя $k_0 y_1$, в соответствии с изложенной методологией рассматриваемой среды, при прямом и обратном подмагничивании феррита, позволили установить следующее:

- существует два класса собственных волн, возникающих соответственно из–за наличия кирального и ферритового слоев. Диапазон частот, в которых эти волны распространяются, практически не перекрывается. При изменении направления поля (впрочем как и изменение его величины) подмагничивания на обратное картина распространения собственных волн не изменяется;
- киральные свойства рассматриваемая ферритовая структура проявляет, только начиная с частоты отсечки первой дуплетной моды. На частотах, меньших этой критической частоты, спектр собственных волн подобен спектру волн однородно–заполненного ферритового волновода;
- из–за наличия проводящих стенок, в структуре могут распространяться две бездисперсионные волны, с постоянными распространения k_R и k_L, соответствующие нормальным волнам безграничной киральной среды;
- волны, дисперсионные характеристики которых соответствуют волнам однородно–заполненного ферритового волновода, распространяются до частоты магнитостатического резонанса k_0;
- магнитостатическая волна с правым направлением вращения, распространяющаяся с частотой k_0, перестаёт распространяться при достижении частоты отсечки киральной дуплетной моды из–за интенсивного взаимодействия между волнами с круговыми поляризациями (магнитостатической и электромагнитной, имеющей киральную природу);
- имеют место и магнитостатические волны с левым направлением вращения распространяющиеся с частотами $k_0 + k_m$ и $\sqrt{k_0\left(k_0 + k_m\right)}$;
- выявлено взаимодействие между магнитостатическими и электромагнитными волнами с круговыми поляризациями вблизи частоты отсечки первой дуплетной моды. Ниже этой частоты дуплет волн с ПКП и ЛКП образуют магнитостатические волны, а выше неё электромагнитные волны в киральном слое.

Задача, связанная с распространением плоской электромагнитной волны через периодически–неоднородную систему, состоящую из чередующихся слоев на основе киральной среды, шириной l_1 (область *I*), магнито–диэлектрической среды, шириной l_2 (область *II*), а затем снова киральной среды — l_1 (область *III*) и т.д., в направлении оси Oz, рассматривается при следующих исходных данных:

- киральная среда, на основе уравнений вида (39) для элементов правой формы, материальные параметры: ε_1, μ_1, χ_1. При этом для показателя преломления кирального слоя выполняется условие: $\left|\chi_1\right| \ll n_1 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$;
- магнито–диэлектрическая среда с материальными параметрами ε_2, μ_2 и $\chi \equiv 0$, с учётом которых зависимость параметра киральности от продольной компоненты *z* задается в виде ступенчатой функции.

В этом случае система из чередующихся киральных и диэлектрических слоёв представляется в виде киральной среды с периодически–изменяющимся параметром киральности, а получение дисперсионного уравнения исследуемой структуры осуществляется в три этапа. На первом этапе из решения системы уравнений Максвелла определяются электромагнитные поля в области *I* и *II*. На втором этапе, на основе теоремы Флоке, находится поле в области *III* с учётом периодической неоднородности структуры. На третьем этапе полученные решения в указанных областях "сшиваются" на границах раздела между слоями и из полученной при этом системы линейных алгебраических уравнений выводится дисперсионное уравнение для собственных волн структуры.

Упрощенный алгоритм подхода, обеспечивающий формирование дисперсионного уравнения для собственных ПКП и ЛКП волн в периодически–неоднородной структуре, может быть представлен в следующем виде:

- на основании полученных (с учётом материальных соотношений) для области *I* уравнений Максвелла в виде векторных дифференциальных уравнений второго порядка, и представления электромагнитного поля в киральной среде в виде суперпозиции полей Бельтрами, формируются однородные несвязанные дифференциальные уравнения второго порядка, которые, в силу периодичности для χ, характеризуются как уравнения Хилла, решения для которых известны;
- из выражений, полученных в качестве решений уравнения Хилла для областей *I* и *II*, неизвестные постоянные определяются из заданных граничных условий;
- для определения электромагнитного поля в области *III*, решение несвязанного дифференциального уравнения 2–го порядка для одной из двух волн (ПКП или ЛКП типа), согласно теореме Флоке, записываются в виде периодической функции, на основании чего определяются напряжённости электрического поля волн с правокруговой поляризацией и левокруговой поляризацией в этой области;
- для получения СЛАУ относительно неизвестных постоянных коэффициентов, используются выражения для граничных условий; выражения, полученные как решения уравнений Хилла; и выражения для напряженностей электрического поля;
- для получения дисперсионного соотношения для ПКП и ЛКП волн, по теореме Виета, находятся корни квадратного уравнения, полученного как решение преобразованной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Дисперсионное уравнение, описывающее собственные волны, распространяющиеся в периодически неоднородной среде из чередующихся киральных слоев с параметрами $(l_1,\varepsilon_1,\mu_1,\chi_1)$ и $(l_2,\varepsilon_2,\mu_2,\chi_2)$ получено в виде

$$\cos(\gamma_{R,L}\,d)=\cos\left(k_1^{\sim(R,L)}l_1\right)\cos\left(k_2^{\sim(R,L)}l_2\right)-\frac{\left(k_1^{\sim(R,L)}\right)^2+\left(k_2^{\sim(R,L)}\right)^2}{2k_1^{\sim(R,L)}k_2^{\sim(R,L)}}\sin\left(k_1^{\sim(R,L)}l_1\right)\sin\left(k_2^{\sim(R,L)}l_2\right),\quad(57)$$

где $k_{1,2}^{\sim(R,L)}=k_0\sqrt{\varepsilon_{1,2}\,\mu_{1,2}}\,\sqrt{1+\alpha_{1,2}\,\chi_{1,2}}$, $\alpha_{1,2}=2\Big/\sqrt{\varepsilon_{1,2}\,\mu_{1,2}}$ — безразмерный параметр, связанный с показателем преломления среды.

При указанных значениях для $k_{1,2}^{\sim(R,L)}$ и $\alpha_{1,2}$ при $\chi_1\chi_2>0$, киральные слои состоят из зеркально-ассиметричных элементов одного и того же типа; если же $\chi_1\chi_2<0$, то один киральный слой создан на основе правовинтовых, а другой — на основе левовинтовых киральных элементов.

При $\chi_2\equiv 0$, параметрах для $k_1^{\sim(R,L)}=k_0\sqrt{n_1^2+2\chi_1 n_1}$ и $k_2^{\sim(R,L)}=k_0 n_2$, при $n_{1,2}=\sqrt{\varepsilon_{1,2}\,\mu_{1,2}}$, дисперсионное уравнение (57) описывает нормальные волны, распространяющиеся в периодически неоднородной структуре из чередующихся киральных и диэлектрических слоев.

Анализ численных результатов дисперсионных характеристик показал следующее:

- существуют такие частотные диапазоны, в которых вообще невозможно распространение либо волн с правокруговой, либо с левокруговой поляризацией;
- на частотах, где выполняется условие: $\mathrm{Re}(\gamma_R)=0$, ПКП–волна не распространяется, а затухает. При условии $\mathrm{Re}(\gamma_L)=0$, наоборот, уже ЛКП–волна не распространяется, а затухает. Полосы непрозрачности ПКП–волны соответствуют участкам характеристики, на которых $\left|\cos(\gamma_R d)>1\right|$ и $\mathrm{Re}(\gamma_R d)=0$, а полосы непрозрачности ЛКП–волны соответствуют участкам характеристики, на которых $\left|\cos(\gamma_L d)\right|>1$ и $\mathrm{Re}(\gamma_L d)=0$;
- существуют полосы частот, на которых $\mathrm{Re}(\gamma_R d)=0$ и $\mathrm{Re}(\gamma_L d)=0$ либо частично перекрываются, либо не перекрываются вообще. При увеличении частоты (или ширины кирального слоя) полосы непрозрачности волн с правокруговой поляризацией и левокруговой поляризацией все дальше отделяются друг от друга;
- в периодически неоднородной структуре «киральная среда с $\chi_1>0$ — киральная среда с $\chi_2<0$» полосы непрозрачности ПКП и ЛКП волн не совпадают, однако могут частично перекрываться. В этой структуре трудно выявить частотные диапазоны, в которых распространя-

ется та или другая волна. Это является следствием того, что в однородной киральной среде всегда имеет место распространение двух нормальных волн ПКП и ЛКП при любой частоте;

- для реализации неперекрывающейся полосы непрозрачности ПКП и ЛКП волн необходимо, чтобы рассматриваемая структура была не полностью киральной; нужно, чтобы киральные слои чередовались с магнито–диэлектрическими, в которых нормальные волны не имеют круговую поляризацию;
- в периодически неоднородной кирально–магнито–диэлектрической среде существуют частоты, на которых распространяется только один тип волн с круговой поляризацией — либо с правокруговой, либо с левокруговой поляризацией;
- периодически неоднородная кирально–магнито–диэлектрическая структура проявляет поляризационно–избирательные свойства и может служить поляризационным фильтром. В зависимости от частоты неоднородная кирально–магнито–диэлектрическая структура позволяет получать на выходе волны ПКП (в окне прозрачности ЛКП), ЛКП (в окне прозрачности ПКП) и эллиптической поляризации (в окнах прозрачности ПКП и ЛКП).

2.2. Прямые и непрямые методы исследования киральных сред. Точные методы на основе интегральных представлений электромагнитного поля. Сингулярные интегральные и модифицированное интегральное на основе метода Гаусса–Зейделя представления [15–18]

Как показал анализ, главным инструментом решения электродинамических задач в киральных средах являются уравнения Максвелла (на основе использования феноменологической теории, материальные уравнения которой имеют вид (39)), имеющие различную форму записи и применяющиеся как во временной, так и в частотной области. Они обладают максимальной степенью универсальности, но непосредственное их использование при решении конкретных задач часто затруднительно как в аналитическом плане, ввиду сложности получаемых решений, так и в численном ввиду больших вычислительных затрат. И тем не менее такой подход к решению задачи, называемый прямым, имеет место и хорошо реализуется на компьютере, в рамках методов конечных разностей и конечных элементов.

Неэффективность прямых методов связана с необходимостью привлечения значительных вычислительных ресурсов, а ее повышение требует уменьшение области решения, применения идеализации и ряда других ограничений.

Кроме того, изучение новых свойств помимо материальных (на основе эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей), а тем более корректное описание элементов, соизмеримых с длинной волны, необходимо проводить с привлечением более строгих методов электродинамического анализа, работающих в ближней зоне, на основе интегральных представлений электромагнитного поля [14, 15]. В тоже время строгие методы также имеют недостатки, среди которых основным является сложность численных расчетов и получение аналитических выражений. Поэтому наиболее рациональным подходом является использование комбинированных методов [15].

Интегральное представление связывает электромагнитное поле в любой точке пространства с токами, находящимися в данном объеме или на поверхности. При этом с помощью математического аппарата электродинамики решение задачи формулируется в виде системы нелинейных интегральных, либо интегрально-дифференциальных уравнений относительно неизвестных токов (так называемая внутренняя электродинамическая задача), после определения которых решается внешняя задача по определению электромагнитного поля в любой точке пространства или на поверхности. Считается, что в большинстве случаев модели киральных структур можно проанализировать с помощью интегрального представления электромагнитного поля для тонкопроволочных структур.

При решении задач, связанных с излучением или переизлучением на основе киральных элементов и применением граничных условий к поверхностям на основе этих элементов, можно использовать сингулярные интегральные уравнения, записанные относительно неизвестных распределений токов.

Решение задач, связанных со снятием ограничений (в том числе и пространственных) возможно с использование непрямых методов, в основе которых лежит вполне определенная ключевая задача, связанная с излучением точечного источника, решение которой называется функцией Грина. В этом случае исходная задача (наиболее корректная для излучающих структур)

решается посредством декомпозиции излучающей структуры до элементарных источников, решение для которых известно, и последующей суперпозиции этих решений [17].

Инструментом, математически выражающим подобную задачу в электродинамике, являются электрический $A^{(e)}$ и магнитный $A^{(m)}$ векторные потенциалы

$$A^{(i)} = \int j^{(i)} G(r,r') dV, \quad i \equiv e,m, \tag{58}$$

где $G(r,r')$ — функция Грина, являющаяся ядром интегральных представлений и решением ключевой задачи: $\nabla^2 G(r,r') + k^2 G(r,r') = -\delta(r-r')$, где r — радиус-вектор, проведенный в точку наблюдения p, r' — радиус-вектор, проведенный в точку источника q, $j^{(i)}$ — вектор объёмной плотности электрического или магнитного тока. Источники расположены в объёме V, по которому производится интегрирование.

Выражение (58), дополненное зависимостями для векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в совокупности представляют одну из форм интегрально–дифференциального представления электромагнитного поля, важным достоинством которого является возможность выделения особенностей поведения ядер.

В этом случае любую компоненту ядра можно представить в виде разностной (регулярной) F_r и асимптотической (сингулярной) F_a частей

$$F = F_r + F_a;\ F_r = F - F_a;\ F \equiv G.$$

Сингулярная часть определяется как асимптотика F при $r \to r'$. В этом случае интегральные представления электромагнитного поля можно назвать сингулярными. С их помощью возможно корректное определение электро-магнитного поля в ближней зоне излучающих (переизлучающих) структур, что позволит решать внутреннюю электродинамическую задачу.

Главным достоинством интегральных представлений является то, что для решения необходимо знать только распределение источников, что существенно снижает размерность решаемой задачи в сравнении с непосредственным применением в решении уравнений Максвелла. Корректное же описание близко расположенных элементов структуры, соизмеримых с длиной волны, возможно только на основе строгого электродинамического подхода. Такой подход избавляет от необходимости введения параметра киральности, снимает ограничения на размер элементов и расстояния между ними, а так же, как было отмечено выше, дает корректное описание ближней зоны, где важным является оценка взаимодействия элементов, в том числе и количественная.

Как отмечено в работах [16, 18], в качестве основы для расчета взаимодействия используется тонкопроволочное интегральное представление в сочетании с модификацией на основе метода Гаусса — Зейделя, оперирующего с матрицами собственных и взаимных импедансов и образующих общую матрицу системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Метод Гаусса–Зейделя применяется для итерационного решения СЛАУ (в данном случае он применяется для решения задачи дифракции на тонком слое метаматериала, элементы которого состоят из двойных разомкнутых (разорванных) колец) и строится по формуле [15]

$$i_i^{(k+1)} = \hat{y}_i e_i - \sum_{j>i} \hat{w}_{ij}\, i_j^{(k)} - \sum_{j<i} \hat{w}_{ij}\, i_j^{(k+1)},\ i = 1,...,N, \tag{59}$$

где $\hat{y}_i = \hat{z}_{ij}^{-1}$, $\hat{w}_{ij} = \hat{y}_i \hat{z}_{ij}$ — матрицы собственных адмитансов и весовые матрицы.

Метод Гаусса — Зейделя использует не только старое приближение, но и ранее вычисленные элементы для получения нового приближения, что приводит к увеличению скорости сходимости итерационного процесса.

Исследуемая метаструктура [18] представляет собой матрицу из концентрических двойных разорванных тонкопроволочных колец с общим числом элементов $N = N_x \times N_y$. Здесь L_x и L_y представляют собой суммарные расстояния между геометрическими элементами вдоль осей x и y, а l_x и l_y — расстояние между геометрическими центрами соседних элементов вдоль осей x и y.

Геометрия элементов $L_{i_x i_y}$, образующих метаструктуру, ориентирована в плоскости глобальной системы координат xOy. Геометрические центры элементов расположены в точках $P_{i_x i_y} = (x_{i_x}, y_{i_y}, h)$, где h — высота расположения метаструктуры над плоскостью xOy.

Каждой точке $P_{i_x i_y}$ поставлен в соответствие радиус — вектор $\vec{r}_{i_x i_y}$ и угол $\phi_{i_x i_y}$, определяющий ориентацию элемента $L_{i_x i_y}$ в плоскости xOy. Если $\phi_{i_x i_y}$ выбирается случайно, то структура явля-

ется киральной. Углы $\phi^{(D)}, \phi^{(d)}$ определяют взаимную ориентацию зазоров колец элемента в его собственной системе координат $x'y'z$, начало которой совпадает с точкой $P_{i_x i_y}$, где D и d — диаметры внешнего и внутреннего колец соответственно.

Выбор геометрии одиночного элемента структуры, связанной с первичными параметрами, осуществляется с учетом приоритетного значения их физического смысла, главными из которыми являются следующие:

- средняя длина кольца $L = \pi\left(D + d\right)$ — определяет резонансные длины волн системы при $\xi^{(d)} \to 0$ и $\xi^{(D)} \to 0$;
- расстояние между кольцами $S = \left(D - d\right)/2$ — определяет общую добротность резонансов системы и степень взаимодействия колец;
- угловая ширина зазоров d – и D – колец $\xi^{(d)}$ и $\xi^{(D)}$ определяет добротность собственных резонансов соответствующих колец;
- ориентационные углы d – и D – колец $\phi^{(d)}$ и $\phi^{(D)}$ определяют степень пространственной связи с другими элементами системы.

Важными являются изменения соотношений между S/L и L/λ.

С учётом представленных соотношений, в работе [16] было получено дискретизированное интегральное представление электромагнитного поля $\vec{F}\left(\vec{r}\right)$, создаваемое совокупностью излучающих элементов. В рамках метода сшивания в дискретных точках и выполнения граничных условий в центрах сегментов элементов, можно получить систему линейных алгебраических уравнений для определения I_{j,k_j}, которое позволяет для обобщенной СЛАУ вида $\hat{Z}\vec{I} = \vec{E}$, где участвуют обобщенные матрицы импедансов, токов и напряжений, в которых N — количество излучателей в системе, определить значения $\hat{z}_{ij}$ и $\vec{e}_i$.

При численном моделировании возбуждение структуры осуществлялось плоской линейно поляризованной электромагнитной волной (ПЭМВ), электрический вектор которой описывался так

$$\vec{E}^{(in)}\left(\vec{r}\right) = \vec{p}_0 E_0 \exp\left(-i\vec{k}\vec{r} + \psi\right),$$

где $\vec{k} = \vec{k}_0 k$ — волновой вектор, $\vec{k}_0$ — единичный волновой вектор, k — волновое число, E_0 — амплитуда волны; $\vec{p}_0$ — единичный вектор поляризации, ψ — начальная фаза. Критерий оценки сходимости результата осуществлялся по выражению

$$\varepsilon \le \delta_k = \max_j \left(\left| \vec{i}_j^{(k+1)} - \vec{i}_j^{(k)} \right| \Big/ \left| \vec{i}_j^{(k+1)} \right| \right),$$

где $\vec{i}_j^{(k)}$ — вектор значений токов на сегментах j–го элемента структуры при k–ой итерации, а в качестве величины, иллюстрирующей сходимость, была выбрана величина $\delta_k = \left(1 + \delta_k\right)^{-1}$, стремящаяся к единице при $\delta_k \to 0$.

Оценку микроскопической индуктивности сегментов киральных элементов можно осуществить на основе двух физико–математических методов расчёта параметров интегральной индуктивности высокой симметрии [19].

Первый основан на определении понятия статической индуктивности как коэффициента пропорциональности между током и магнитным потоком и справедлив до критических частот порядка 1 ГГц; второй — позволяет рассчитать вносимую индуктивность вещества, в котором возникают токи Фуко. При этом частотная зависимость индуктивности получается квадратичной, а её нули выделяют среднечастотный интервал, в котором вносимая индуктивность всегда отрицательна, а в КВЧ–диапазоне — положительна.

Выводы

Проведенные исследования методов, способов, подходов оценки электродинамических характеристик композитных сред на базе ферромагнитных и киральных элементов и их комбинаций позволили установить следующее:

- для указанных структур главным инструментом решения электродинамических задач являются уравнения Максвелла, имеющие различную форму записи и применяющиеся как во временной, так и в частотной области;

- решение электродинамических задач возможно как с использованием прямых, так и непрямых методов. Для непрямых методов существенным является снижение вычислительных затрат. Наиболее точными являются методы на основе интегральных представлений электромагнитного поля;
- метод компенсационных источников, использующий непрямые методы для уравнений Максвелла, обеспечивает реальную возможность для формирования функциональных устройств в структуре композитной среды;
- оценку степени связи между элементами кристаллической структуры можно реализовать с помощью метода связанных волн и теоремы взаимности;
- исследование нелинейных свойств кристаллических структур базируется на использовании методов последовательных приближений;
- выбор технологии исследования кристаллической структуры во многом зависит от её функционального назначения и структуры используемых элементов.

Список литературы

1. *Синявский Г.П., Черкесова Л.В., Шаламов Г.Н., Шеин А.Г.* Анализ быстродействия ферромагнитных структур при воздействии внешних магнитных полей различной интенсивности // Успехи современной радиоэлектроники. 2014. № 7. С. 18–34.
2. *Синявский Г.П., Черкесова Л.В., Шаламов Г.Н.* Анализ с позиций спиновой электроники нелинейных явлений и процессов в тонкоплёночных ферроструктурах при воздействии внешних магнитных полей различной интенсивности // Электромагнитные волны и электронные системы. 2014. № 9. С. 4–21.
3. *Bezuglov, D.A., Cherckesova, L.V., Prokopenko, N.N., Sinyavsky, G.P., and Shalamov, G.N.* Investigation of Nonlinear Processes in Distributed Parametrical Zonal Systems of Microwave and Terahertz Diapasons as Part of Composite Environments // IEEE COMCAS–2015, International Conference on Microwave, Communications, Antennas and Electronic Systems, November 2–4, Tel–Aviv, Israel. P. 1–5. 2015. : 10.1109/COMCAS.2015.7360435.
4. *Cherckesova, L.V., Sinyavsky, G.P., Shalamov, G.N., and Shein, A.G.* Analysis of Ferromagnetic Structures Fast–Acting under the Influence of External Magnetic Fields of Various Intensity // IEEE EWDTS–2013, East–West Design &Test Symposium, 27–30 September, KNURE, Kharkov, Rostov–on–Don, Russia, Pp. 1–5. doi: 10.1109/EWDTS.2013.6673127.
5. *Bezuglov D.A., Cherckesova L.V., Sinyavsky G.P., Shalamov G.N., and Zaichenko, A.N.* Resonance Phenomena in Photonic and Magnonic Crystals of Multiferroics as Part of Thin–Film Fractal Structures // IEEE ICATT–2015, International Conference on Antenna Theory and Techniques. Proceedings. 21–24 April, Kharkov, Ukraine, 2015. Pp. 360–362. doi: 10.1109/ICATT.2015.7136884, P. 1–3. IEEE Conference Pub.
6. *Банков С.Е.* Электромагнитные кристаллы // М.: Физматлит, 2010.– 352 с.
7. *Банков С.Е.* Аналитическая модель генерации второй гармоники в нелинейном резонаторе на основе электромагнитного кристалла // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 3. С. 238–245.
8. *Ланина М.С.* Прохождение магнитостатической волны через решетку на основе магнонного кристалла // ИВУЗ. "ПНД". 2013. Т. 21. №3. С. 103–111.
9. *Морозова М.А., Шараевский Ю.П., Никитов С.А.* Управление запрещенными зонами в слоистой структуре магнонный кристалл – сегнетоэлектрик. // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 5. С. 510–516.
10. *Шараевская А.Ю.* Особенности формирования запрещенных зон в связанных структурах на основе магнонных кристаллов. // ИВУЗ. "ПНД". 2014. Т.22. №6. С. 59–68.
11. *Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П.* Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. / Изд. Саратовского университетата, 1993. 316с.
12. *Бордман А.Д., Гуляев Ю.В., Никитов С.А.* Нелинейные поверхностные магнитостатические волны // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 2140–2150.
13. *Павлов Е.С., Филимонов Ю.А.* Нестабильность спиновых волн в нелинейных брэгговских резонаторах на основе ферритовых магнонных кристаллов // Нелинейный мир. 2015. Т. 13. № 2. С. 35–37.
14. *Неганов В.А., Осипов О.В.* Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами // М.: Радио и связь. 2006. 280с.
15. *Неганов В.*А, Табаков Д.П. Корректный электродинамический анализ киральных элементов и метаматериалов на основе интегральных представлений электромагнитного поля // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т.17. № 3. С. 29–39.
16. *Табаков Д.П.* Построение математических моделей переизлучающих элементов и метаматериалов на их основе // Электросвязь. 2014. № 12. С. 36–40.
17. *Неганов В.*А, Табаков Д.П. Сингулярные интегральные представления электромагнитного поля как средства корректного решения антенных задач // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т.17. № 3. С. 9–23.
18. *Неганов В.А., Марсаков И.Ю., Табаков Д.П.* Расчёт взаимадействия элементов метаструктуры на основе метода Гаусса–Зейделя // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16. №3. С. 6–16.
19. *Сапогин В.Г., Прокопенко Н.Н.* Методы расчета микроскопической интегральной индуктивности с высокой симметрией // Радиотехника. 2015. № 2. С. 115–124.

Поступила 10 августа 2016 г.

EVALUATION OF ELECTRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF PERIODIC COMPOSITE MEDIA ON THE BASE OF FERROMAGNETIC AND CHIRAL ELEMENTS AND ALSO THEIR COMBINATIONS

D.A. BEZUGLOV, G.P. SINYAVSKY, L. V. CHERKESOVA, AND G.N. SHALAMOV

doi: 10.25210/jfop-1701-055080

In artificial crystals a number of new physical properties, connected with the existence of structural resonance phenomena is discovered. For example, the blocking band, in which electromagnetic waves become the attenuated and decaying, are arising. Initiation of blocking bands is not single physical phenomenon, connected with period of crystal lattice. It is preceded by phenomenon of spatial dispersion, connected with non–locality of electromagnetic field interacting with material medium.

The spatial dispersion changes the interacting of electromagnetic waves on the border of composite medium and free space. It becomes non–local and demands the account of boundary conditions. Particles itself render the considerable influence on the material medium parameters, which can manifest the resonant properties that is expressed in a harsh jump changing of media parameters in certain frequencies band. Such particle can be observed as oscillatory circuit, having a natural frequency and good quality factor (high Q factor).

Composite media on the base of chiral elements (resonant or resounding particles) can possess the ranges of frequencies, at which these media became negative one.

The special interest represents the crystals with defects at electromagnetic crystals application. At defect inserting in a photon crystal (for example, at element removal from a crystal lattice), there create a certain cavity, in which the energy can be accumulated, and cannot be radiated, as it is surrounded with medium, completely reflecting electromagnetic waves. So, the preconditions of making of high–Q resonator are creating. Prolonging the process of crystal defects forming it is possible to derivate the waveguide channel. Therefore, it is possible to create a wide spectrum of functional units, devices and other arrangements of new generation on such element base, working at microwave and THz–ranges (in SHF and EHF).

At solving the problem, connected with radiation or reradiation of electromagnetic waves on the base of chiral elements with application of boundary waves to surfaces, the singular integral equations, written concerning unknown distributions of current, are used. The carried out investigations of electrodynamic characteristics of composite media on the base of chiral elements and their combinations with the ferromagnetic structures have allowed determining that follows:

- The main instrument (tool) of electrodynamic problems solution is the Maxwell's equations of various notations that are applying both in temporary region and in frequency ranges.
- The electrodynamic problems solution is possible with application of direct and indirect methods, and indirect methods allow reducing essentially the computing expenditures.
- The most exactly are the methods of integral representation of electromagnetic field.
- The method of compensatory sources using the indirect methods for Maxwell's equations supports a real possibility of creating of functional devices in the structure of composite medium.
- The estimation of the degree of connection between the elements of crystal structure can be implemented by means of the coupled (bound) waves method and reciprocity theorem.
- The research of nonlinear properties of such crystal structure is based on the application of the method of sequential approximations.
- The selection of investigation technology of crystal structure depends on its functional designation and used elements.

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

УДК 53.01; 53.03; 53.04

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ АНСАМБЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

© Автор, 2017
doi: 10.25210/jfop-1701-081097

Буц В. А.— дф.-м.н., проф., начальник лаборатории, Научный национальный центр "Харьковский физико-технический институт", Радиоастрономический институт НАН Украины, Харьков.
E-mail: vbuts@mail.ru, vbuts1225@gmail.com

Аннотация
Описаны некоторые особенности динамики систем линейных и нелинейных осцилляторов. Показано, что эти особенности могут быть использованы в качестве нового механизма преобразования энергии НЧ колебаний в энергию ВЧ колебаний. Идея механизма заключается в том, что связанные высокочастотные колебательные системы могут демонстрировать низкочастотную динамику. Эта НЧ динамика является результатом возбуждения НЧ нормальных мод ансамбля связанных осцилляторов. Под воздействием внешнего НЧ возмущения амплитуда колебаний осцилляторов ансамбля резонансно нарастает. Ансамбль, состоящий из ВЧ связанных осцилляторов приобретает энергию от внешнего НЧ возмущения. Когда связи исчезают, то осцилляторы начинают колебаться на своих ВЧ парциальных частотах. Дана теория такого преобразования энергии НЧ колебаний в энергию ВЧ колебаний. Описана динамика неустойчивой системы линейных и нелинейных осцилляторов.

Ключевые слова: *линейные осцилляторы, нелинейные осцилляторы, ансамбли осцилляторов, низко- частотные колебания, высокочастотные колебания, неустойчивые ансамбли*

Abstract
Some features of the dynamics of systems of linear and nonlinear oscillators is describing in this article. It has been shown that these features can be used as a new mechanism of conversion energy low-frequency oscillation into energy of the high-frequency oscillations. This low-frequency dynamics is the result existence of the low-frequency normal modes of coupled oscillators of the ensembles. Amplitude of the ensemble oscillators can be resonantly increases under the influence of external low frequency perturbation. As result the ensemble, consisting of high-frequency coupled oscillators gets energy from the external low-frequency perturbation. When the connection disappears, the oscillators are beginning to oscillate on its partial high-frequencies modes. The theory of this energy conversion of low-frequency oscillations into the energy of high-frequency oscillation had been developed. The dynamics of the unstable systems of the linear and nonlinear oscillators are described.

Keywords: *linear oscillators, nonlinear oscillators, ensembles of oscillators, low-frequency oscillations, high-frequency oscillations, unstable ensembles*

Введение

В настоящее время имеется несколько важных интервалов частот, которые плохо освоены технологично. Это область миллиметрового и субмиллиметрового диапазона (терагерцовый диапазон), а также ультрафиолетового и рентгеновского диапазонов. В этих диапазонах имеются отдельные источники когерентного излучения. Однако уровень возбуждаемых колебаний этих источников недостаточно высок для многих важных приложений. Исключение составляют такие источники как гиротроны (миллиметровый диапазон), лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), которые могут возбуждать колебания как в миллиметровом, так и в рентгеновских диапазонах. Можно к этим приборам добавить еще источники синхротронного излучения. Однако все эти приборы являются уникальными. На изготовление каждого из них требуются большие финансовые затраты. Они громоздки и в большинстве случаев малоэффективны. Достаточно указать, например, на тот факт, что в ЛСЭ на возбуждение излучения с энергией 10 кэВ ($\lambda \approx 10^{-8}$ см) используются электронные пучки с энергией частиц в несколько ГэВ. Источники представляют собой устройство длинной в несколько сот метров (ускоритель плюс ондулятор).

Скажем несколько слов о проблемах, которые возникают при построении источников излучения в терагерцовых и рентгеновских диапазонах. В настоящее время хорошо освоен интервал длин волн от метровых до сантиметровых. Хорошо разработана теория этих источников. Отработана также технология изготовления каждого из элементов этих источников. При попытке продвинуться с теми же принципами в область миллиметров и субмиллиметров наталкиваемся на трудности как принципиального, так и технологического характера. Основная трудность заключается в том, что

область эффективного взаимодействия потоков заряженных частиц с электромагнитными полями в большинстве случаев оказывается пропорциональной длине возбуждаемой волны. Как результат, такие источники в этих диапазонах оказываются маломощными. Исключение составляют гиротроны. Однако в субмиллиметровом диапазоне в этих приборах необходимы огромные внешние магнитные поля. Исключением являются также ЛСЭ. Однако для их работы в терагерцовом диапазоне нужны ускорители электронов на энергии порядка сотен МэВ. При переходе в оптический диапазон оказалось возможным использовать качественно другие принципы возбуждения излучения — это принципы квантовой электроники. В дальнем в ультрафиолете и в рентгеновской области эти принципы уже плохо работают. Это связано с тем, что время жизни возбужденных систем быстро падает с ростом частоты излучения (время жизни обратно пропорционально кубу частоты). Поэтому трудно создать достаточно плотный ансамбль возбужденных эмиттеров в этом диапазоне. Описанные выше причины малой эффективности источников в терагерцовом и рентгеновском диапазонах длин волн указывают, что могут быть полезны любые другие принципы возбуждения колебаний в этих диапазонах. Ниже рассмотрим одно из новых направлений, которое позволяет решить многие проблемы построения источников в этих диапазонах длин волн.

В основе предлагаемого принципа лежит известный результат, что ансамбль связанных осцилляторов может колебаться на частотах существенно отличающихся от частот отдельных осцилляторов (от парциальных частот). Это, так называемые, нормальные моды. Частоты нормальных мод могут быть существенно меньшими парциальных частот. Внешнее силовое НЧ возмущение на частоте НЧ нормальной моды может резонансно передать свою энергию этому ансамблю. Если после возбуждения разорвать связи между осцилляторами, то каждый из осцилляторов будет колебаться на своей собственной (парциальной) частоте. Амплитуда этих колебаний будет уже значительно большей, чем начальная амплитуда. В настоящей работе рассмотрим такой механизм передачи энергии от НЧ колебаний к ВЧ колебаниям отдельных осцилляторов. Кроме преобразования энергии НЧ в энергию ВЧ колебаний обращаем внимание на тот факт, что система связанных осцилляторов (линейных и нелинейных) может быть неустойчивой. В большинстве случаев (см., например, [1–2]), рассматривая динамику систем с большим числом степеней свободы, рассматривают модели, которые получены в результате разложения потенциальной энергии в окрестности положения равновесия. Тогда в линейном приближении можно получить следующую систему уравнений, которая описывает динамику такой колебательной системы

$$\ddot{x}_k + \omega_k^2(t)x_k = \sum_{j=0}^{N} \mu_{kj}(t)x_j \,. \qquad (1)$$

Причем коэффициенты связи симметричны $\mu_{kj} = \mu_{jk}$. Система уравнений (1) описывает динамику $N+1$ — числа связанных линейных осцилляторов.

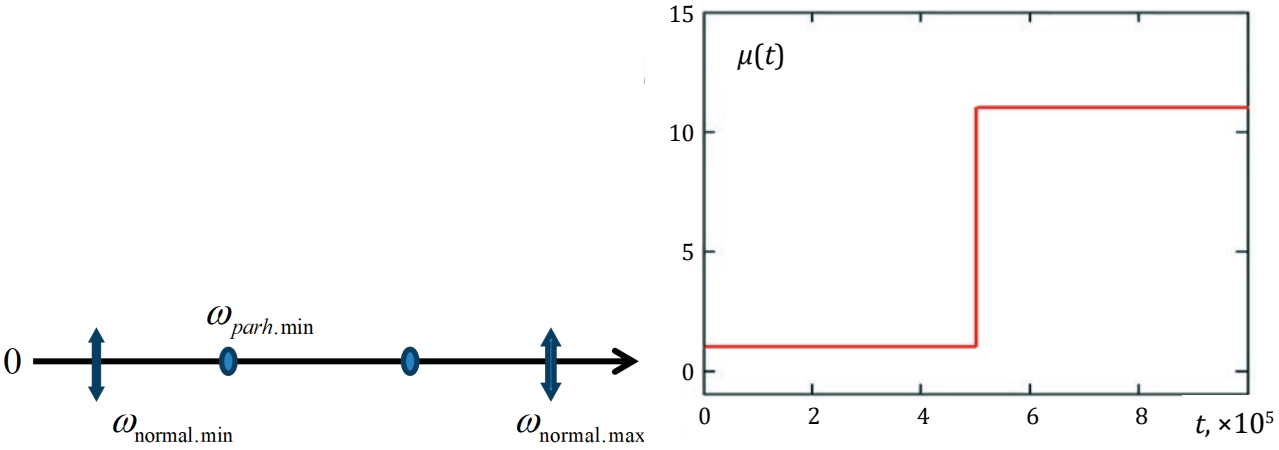
Для нас важным есть тот факт, что при выводе системы уравнений (1) частоты отдельного осциллятора x_k и коэффициенты связи между осцилляторами μ_{kj} получены разложением одной и той же функции (вторые частные производные от потенциала по соответствующим отклонениям от положения равновесия x_k). В результате, если решение системы (1) искать в виде

$$x_k = A_k \exp\left(i\omega t\right), \qquad (2)$$

то для квадрата частоты получают выражение, которое представляет собой отношение функций, каждая из которых представляет собой положительно определенную квадратичную форму. В частности, отношение потенциальной энергии к кинетической энергии. Поэтому квадрат частоты оказывается положительным ($\omega^2 > 0$). Физически этот факт означает, что динамика системы связанных линейных осцилляторов оказывается только колебательной. В таких моделях однако отсутствует учет возможности дополнительных связей между осцилляторами. Такие связи могут существовать, как результат независимого взаимодействия между отдельными колебательными системами (молекулами, ионами и т.д.). В электродинамических системах они могут появиться искусственно. В этом случае, как будет видно ниже (см. раздел 1), ансамбль осцилляторов может стать неустойчивым. Для выяснения дальнейшей динамики этой неустойчивости необходимо учесть нелинейность. Такой учет был сделан. В разделе 2 рассмотрена динамика систем нелинейных связанных осцилляторов. Рассмотрены два типа нелинейных осцилляторов. В первом — каждый колебательный элемент представляет собой математический маятник. Во втором — каждый элемент это осциллятор Дуффинга. Во всех случаях, которые соответствуют неустойчивости

системы линейных осцилляторов, обнаружен режим с динамическим хаосом. Кроме того, в результате этой динамики отдельные осцилляторы покидают область локализации. Например, в модели с математическими маятниками в начальный момент времени все осцилляторы колебались в окрестности дна потенциальных ям (вблизи особой точки типа "центр"). Осцилляторы обмениваются энергиями. В результате сложной динамики обмена (в режиме с динамическим хаосом) некоторая из частиц приобретает достаточную энергию и покидает область локализации. Из захваченной она становится пролетной. Качественно аналогичная динамика наблюдается и в системе осцилляторов Дуффинга. В неустойчивом режиме (в модели линейных осцилляторов) отдельные осцилляторы Дуффинга начинают перепрыгивать через потенциальный барьер. Они случайным образом оказываются в окрестности то одного, то другого минимума потенциала Дуффинга. Характерной чертой динамики центра инерции системы осцилляторов Дуффинга является тот факт, что они движутся практически не замечая потенциального барьера.

Важной для нас особенностью динамики системы связанных линейных осцилляторов является соотношение между парциальными и нормальными частотами. Известно, что минимальная нормальная частота меньше минимальной парциальной частоты ($\omega_{\text{norm.min}} < \omega_{parh.\text{min}}$), а максимальная нормальная частота больше максимальной парциальной частоты ($\omega_{\text{norm.max}} > \omega_{parh.\text{max}}$) (см. рис. 1(а)).



а) *б*)

Рис. 1. *Соотношение между нормальными и парциальными частотами* (*а*). *Вид функции* $\mu(t) = \left[1 + 10 \cdot H(t - 500)\right]$ (*б*).

В разделе 1 такая особенность соотношения между этими частотами позволяет преобразовать энергию низкочастотных колебаний в энергию высокочастотных (см., например, [3,4]). Ниже во всех разделах результаты численных исследований приведены для систем, состоящих из десяти осцилляторов. Анализ систем с большим числом осцилляторов не приводит к качественному изменению результатов.

1. Динамика линейных систем

Ниже, рассматривая динамику линейных осцилляторов, основное внимание уделено на механизм преобразования энергии НЧ колебаний в энергию ВЧ колебаний, а также на режимы, когда система связанных осцилляторов оказывается неустойчивой. Во всех случаях, когда происходит преобразование энергии НЧ колебаний в ВЧ колебаний, это происходит в результате достаточно быстрого изменения параметров осцилляторов. В подразделе 1.1. рассмотрим динамику одного линейного осциллятора, частота которого изменяется достаточно быстро. В подразделе 1.2 будет рассмотрена динамика системы связанных линейных осцилляторов, у которых в определенный момент времени происходит быстрый разрыв связи между осцилляторами.

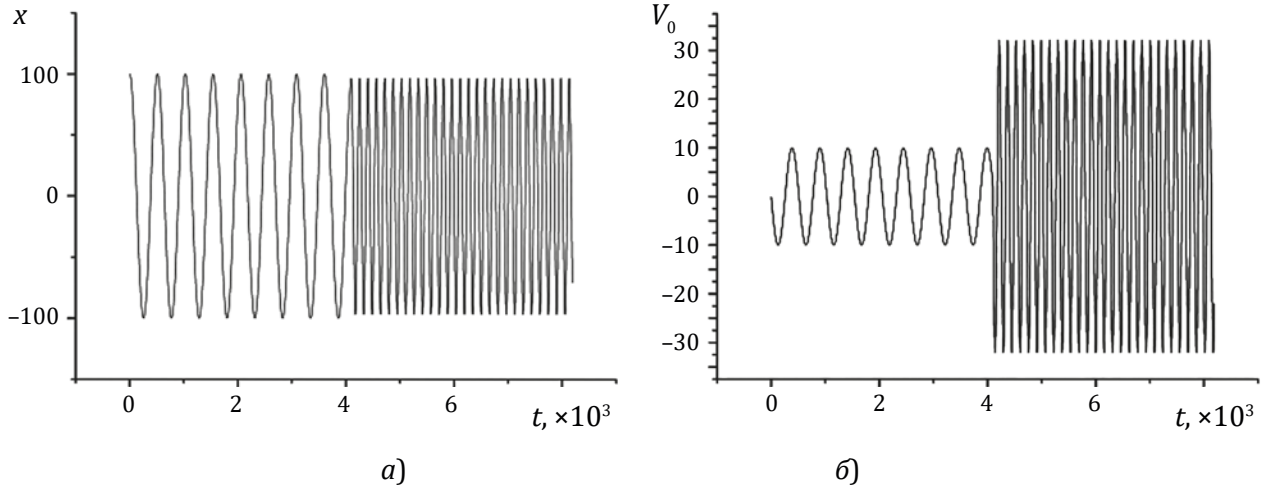
1.1. Ударно-параметрический механизм преобразования энергии НЧ колебаний в энергию ВЧ колебаний

Хорошо известны механизмы преобразования энергии НЧ электромагнитных волн в энергию ВЧ электромагнитных волн в результате эффекта Допплера. На этом эффекте (двойной эффект Допплера) основана работа лазеров на свободных электронах. Кроме того, известны экспериментальные и теоретические работы [5–9], в которых рассматривается механизм преобразования энергии

низкочастотных колебаний в энергию высокочастотных колебаний в результате схлопывания полости (резонатора), в которой сосредоточено поле первоначально НЧ волны. Такой механизм преобразования энергии может быть промоделирован очень простой моделью. А именно: моделью линейного осциллятора, частота которого в некоторый момент времени быстро увеличивается

$$\ddot{x}_0 + \omega^2 \cdot \mu(t) \cdot x_0 = 0\,. \qquad (3)$$

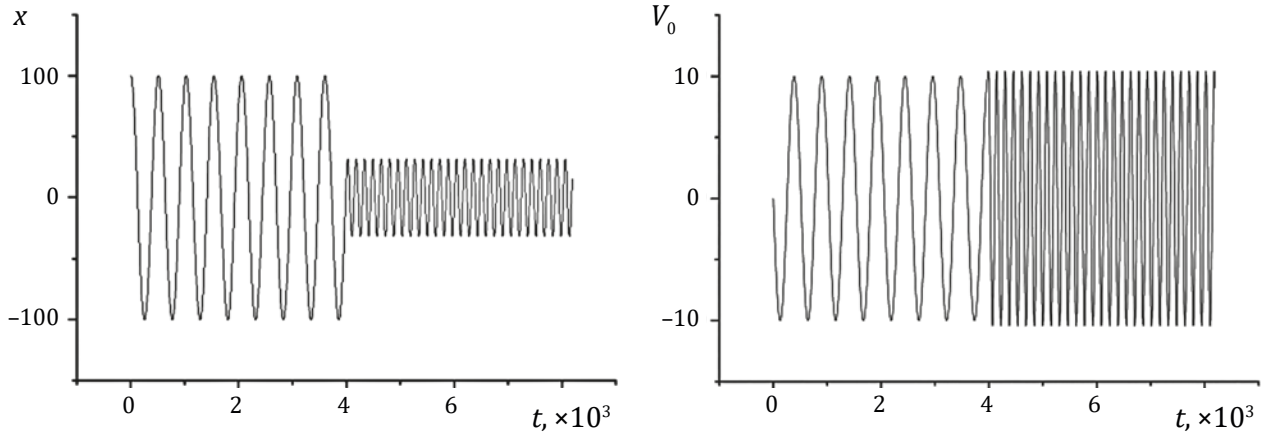
В простейшем случае зависимость частоты осциллятора от времени можно промоделировать функцией Хевисайда: $\mu(t) = \left[1 + 10 \cdot H(t-500)\right]$ (см. рис. 1(б)). Здесь $H(t-500)$ — функция Хевисайда. Зависимость амплитуды осциллятора и его скорости от времени представлена на рис. 2(а,б). Из рисунков видно, что частота осциллятора в момент времени 500 увеличилась. Также видно, что амплитуда низкочастотных колебаний и высокочастотных — одинакова, а амплитуда скорости значительно возросла. Такая зависимость изменения амплитуды и скорости осциллятора существенно зависит от момента появления скачка.



а) *б*)

Рис. 2. *Зависимость амплитуды осциллятора* (3) *от времени. Начальное значение амплитуды равнялось* 100 ($x_0(0) = 100$). $\omega = 0.1$ (*а*). *Зависимость скорости осциллятора* (3) *от времени. Начальное значение скорости равнялось нулю* ($V_0 = \dot{x}_0(0) = 0$). $\omega = 0.1$ (*б*).

Действительно, если слегка изменим время возникновения скачка, то изменения амплитуды осциллятора и его скорости будут другими. Действительно, если функцию зависимости частоты от времени выберем в виде: $\mu(t) = \left[1 + 10 \cdot H(t-486)\right]$, тогда динамика амплитуды и скорости осциллятора будут такими как представлено на рис. 3(а,б).



а) *б*)

Рис. 3. *Зависимость амплитуды осциллятора* (3) *от времени при другом моменте изменения частоты* ($t = 486$). *Начальное значение амплитуды равнялось* 100 ($x_0(0) = 100$). $\omega = 0.1$ (*а*). *Зависимость скорости осциллятора* (3) *от времени при другом моменте изменения частоты* ($t = 486$). *Начальное значение скорости равнялось нулю* ($V_0 = \dot{x}_0(0) = 0$). $\omega = 0.1$ (*б*).

При сравнении рис. 2 и 3 видно, что момент времени изменения частоты осциллятора ($t = t_{cr}$) оказывается существенен относительно энергии, которую приобретает высокочастотный осциллятор. Оценку этой энергии легко сделать. Действительно, пусть начальная частота осциллятора равнялась ω. Тогда полная энергия осциллятора до момента изменения частоты равняется

$$E_0 = \left[\dot{x}_0^2 / 2 + \omega_0^2 x_0^2 / 2\right] = \text{const}(t < t_{cr}).$$

После изменения частоты эта энергия равняется

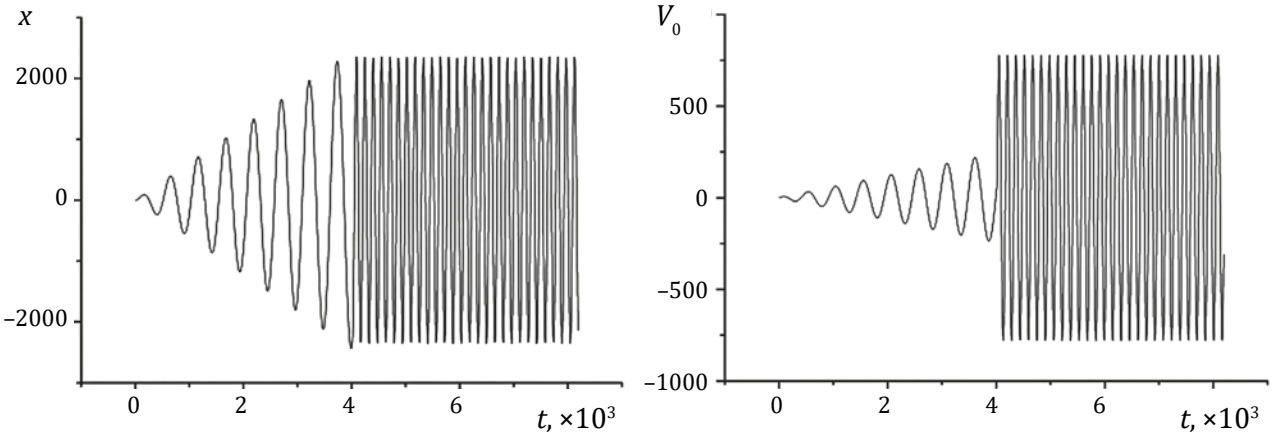
$$E_1 = \left[\dot{x}_1^2 / 2 + \omega_1^2 x_1^2 / 2\right] = \text{const}(t > t_{cr}).$$

Пусть в момент изменения частоты энергия осциллятора равнялась ее потенциальной энергии $E_0 = \left[\omega_0^2 x_0^2 / 2\right]$. При изменении частоты величина смещения не меняется ($x_0 = x_1$). Поэтому, в этом случае, результатом изменения частоты будет изменение энергии осциллятора: $E_1 = E_0 \left(\omega_1 / \omega_0\right)^2$. Если же вся энергия осциллятора в момент изменения частоты была кинетической энергией, то, как легко видеть, энергия осциллятора не меняется. Таким образом, энергия осциллятора после изменения частоты может меняться в пределах: $E_0 \le E_1 \le E_0 \cdot \left(\omega_1 / \omega_0\right)^2$.

Выше начальная амплитуда осциллятора была заданной фиксированной величиной. Если теперь на осциллятор действует внешняя резонансная сила, то уравнение, которое описывает динамику такого осциллятора с внешним возбуждением, будет

$$\ddot{x}_0 + \omega^2 \left[1 + 10H(t - 490)\right] x_0 = A\cos\left(\omega t\right). \quad (4)$$

На рис. 4(а,б) представлена динамика такого осциллятора. Все особенности этой динамики достаточно очевидны.



а) *б*)

Рис. 4. *Зависимость амплитуды осциллятора* (4) *от времени при внешнем резонансном низкочастотном возбуждении* (*а*). *Зависимость скорости осциллятора* (4) *от времени при внешнем резонансном низкочастотном возбуждении* (*б*).

1.2. Динамика системы линейных связанных осцилляторов

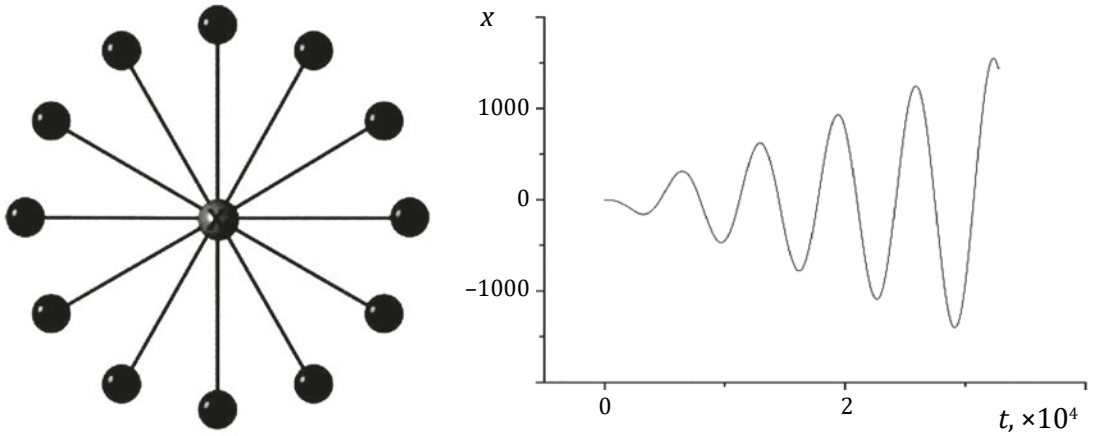
Выше рассмотрен случай, когда частота осциллятора изменилась в результате быстрого изменения его частоты. Изменение частоты колебаний системы связанных осцилляторов может происходить в результате их коллективного колебания. Как указано выше (во введении), одна из нормальных частот колебаний системы связанных осцилляторов может быть малой величиной. Эти низкочастотные колебания (нормальная мода) появились в результате связи между осцилляторами и, как результат, в результате обмена энергией между этими осцилляторами. Наиболее эффективное взаимодействие между связанными осцилляторами происходит тогда, когда собственные парциальные частоты каждого из осцилляторов будут одинаковыми. Далее рассмотрим две наиболее простых системы линейных осцилляторов, в которых наиболее ярко проявляются описанные выше возможности преобразования энергии низкочастотных колебаний в энергию высокочастотных колебаний. Простейшей из этих систем является система из одинаковых линейных осцилляторов, которые связаны друг с другом только через один центральный осциллятор

(см. рис. 5(а)). Для такой системы имеем следующий гамильтониан:

$$H=\sum_{i=0}^{N}\left(\frac{p_i^2}{2}+\omega_0^2\frac{x_i^2}{2}\right)+\mu x_0\sum_{j=1}^{N}x_j+A\sin\Omega t\sum_{j=0}^{N}x_j\,. \tag{5}$$

В гамильтониане (5) учтён также тот факт, что система связанных осцилляторов может быть подвержена внешнему периодическому возмущению. Гамильтониан (5) эквивалентен следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\ddot{x}_i+\omega_0^2x_i=-\mu\cdot x_0-A\cdot\sin\Omega t\,,\quad \ddot{x}_0+\omega_0^2x_0=-\mu\cdot\sum_{i=1}^{N}x_i-A\cdot\sin\Omega t\,. \tag{6}$$



а) *б*)

Рис. 5. *Простейшая схема системы связанных осцилляторов. Осцилляторы связаны друг с другом только через центральный осциллятор* (*а*). *Характерная динамика амплитуды осцилляторов при внешнем воздействии на частоте нормальной моды* $\mu=0.333$; $\Omega=0.032$; $A=-0.1$; *осцилляторов* 10 ($N=9$) (*б*).

Обратим внимание на то, что коэффициенты связи, в нашем случае, симметричны $\mu_{kj}=\mu_{jk}=\mu$. Если внешнее воздействие отсутствует ($A=0$), то решение системы уравнений (6) будем искать в виде: $x_k=A_k\exp\left(i\cdot\omega\cdot t\right)$. Подставляя это решение в систему уравнений (6), найдем следующее выражение для частоты нормальных колебаний рассматриваемой системы связанных линейных осцилляторов

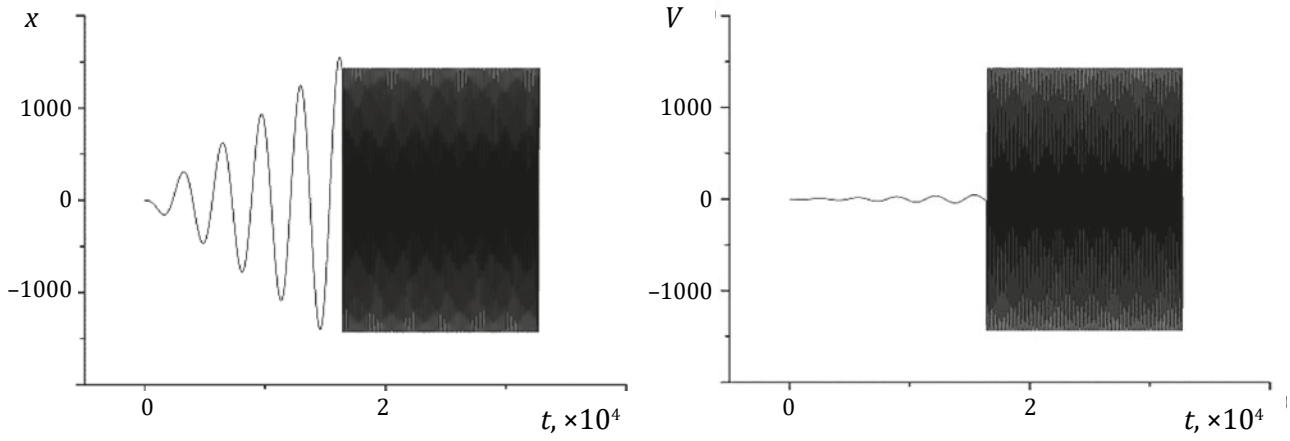
$$\omega=\pm\omega_0\sqrt{1\pm\mu\cdot\frac{\sqrt{N}}{\omega_0^2}}. \tag{7}$$

Из этого выражения следует, что частота нормальных колебаний системы осцилляторов может быть очень низкой. Более того, если количество осцилляторов и величина связи между ними будут удовлетворять неравенству $\mu\cdot\sqrt{N}>\omega_0^2$, то система осцилляторов будет неустойчивой. В ней будет отсутствовать колебательная динамика. Физически это означает, что связи между осцилляторами стали уже настолько большими, что потенциальная энергия, связанная с этими связями, оказывается большей, чем потенциальная энергия отдельных осцилляторов. Пусть теперь на систему осцилляторов действует внешняя периодическая сила ($F=A\cdot\sin\Omega t$). Пусть частота этой внешней силы совпадает с частотой низкочастотной нормальной моды

$$\Omega=\omega_0\sqrt{1-\mu\cdot\frac{\sqrt{N}}{\omega_0^2}}\,. \tag{8}$$

Динамика осцилляторов в этом случае не отличается от обычной динамики колебательной системы, на которую действует внешняя резонансная сила. Характерная динамика амплитуд осцилляторов представлена на рис. 5(б). Теперь разорвем связи между осцилляторами. Это можно сделать, убрав, например, центральный осциллятор. В модели это удобно сделать, как и выше, используя функцию Хевисайда. Примеры динамики осцилляторов в этом случае представлены на рис. 6(а,б). Эти рисунки получены при следующих значениях параметров

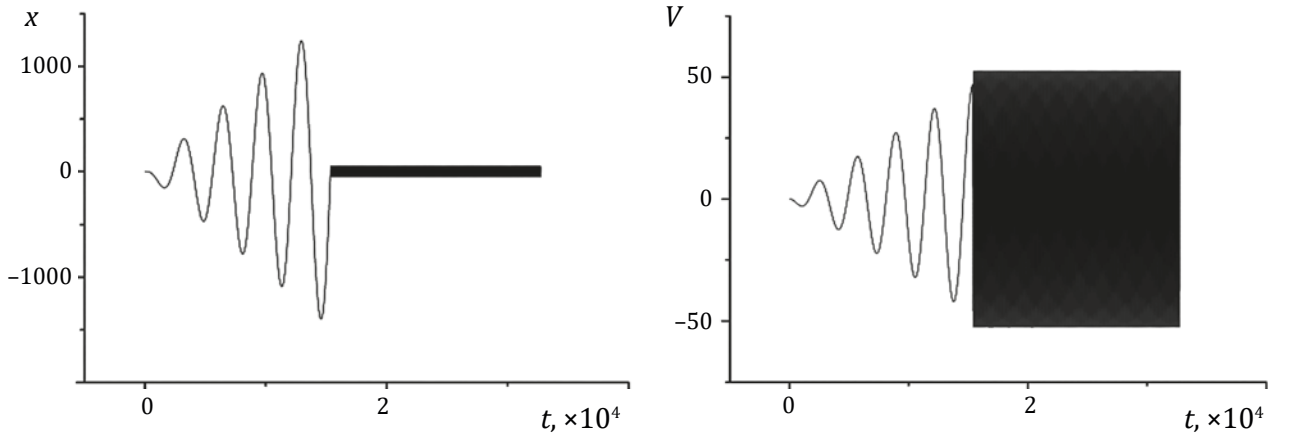
$$\mu(t)=0.333\cdot\mathrm{H}(1000-t)\,,\ A=-0.1,\ \ \Omega=0.032\,,\ \omega_0=1\,.$$



а) *б*)

Рис. 6. *Характерная динамика амплитуды одного из осцилляторов* (*а*). *Характерная динамика скорости одного из осцилляторов* (*б*).

Видно, что при этих значениях параметров на временах, составляющих 10^3 периодов парциальных частот отдельных осцилляторов, происходит линейный рост амплитуды колебаний всех осцилляторов. В момент времени $t = 10^3$ связи между осцилляторами были разорваны. При этом каждый из осцилляторов начал колебаться со своей парциальной частотой. Видно, что в этом случае происходит 30-кратное увеличение частоты колебаний осцилляторов ($\omega_0 / \Omega \approx 30$). Также как и выше, легко увидеть, что от момента разрыва связи зависит амплитуда и скорость колебаний отдельных осцилляторов после разрыва связей. Для иллюстрации этого факта на рис. 7(а,б) представлены характерная динамика амплитуды и скорости одного из осцилляторов после разрыва связей. Момент разрыва связей был выбран в соответствии с формулой $\mu(t) = 0.333 \cdot H(937.67 - t)$.



а) *б*)

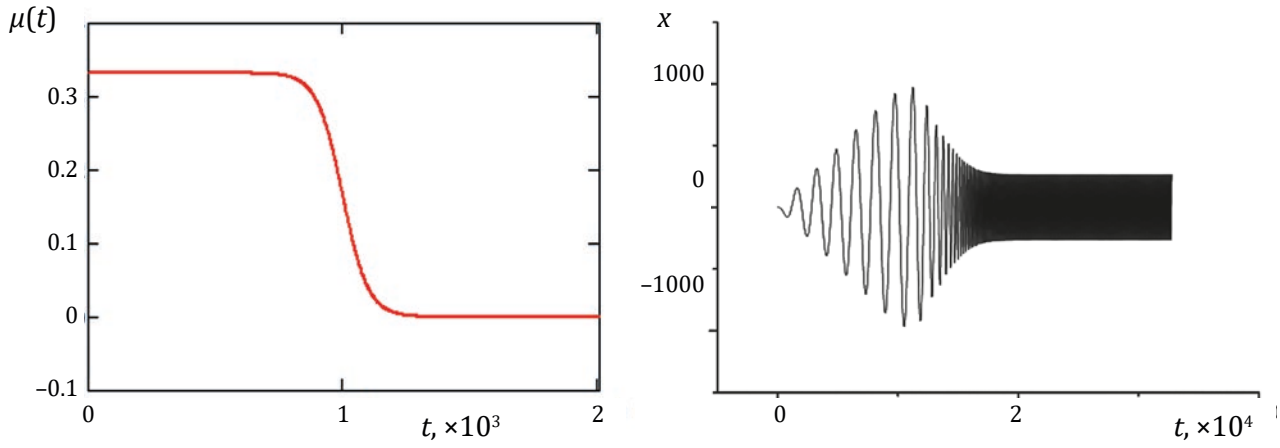
Рис. 7. *Характерная динамика амплитуды одного из осцилляторов* (*а*). *Характерная динамика скорости одного из осцилляторов* (*б*).

Мгновенный разрыв связей представляет собой удобную идеализацию. Она оправдана только в тех случаях, когда частота нормальной моды настолько низкая, что удается разорвать связи за время значительно меньше периода этой НЧ нормальной моды. Реально процесс разрыва связей происходит в течение некоторого интервала времени. Чтобы учесть такую особенность связи вместо функции Хевисайда, можно использовать функцию гиперболического тангенса. На рис. 8(а,б) представлены характерная динамика амплитуды и скорости одного из осцилляторов для случая, когда коэффициенты связи описаны функцией

$$\mu(t) = 0.166 \cdot \left[\tanh\left(1000 - t\right) \cdot \delta + 1\right]. \qquad (9)$$

Динамика, представленная на рис. 8, получена при следующих значениях параметров:

$$\delta = 0.01,\ T = 2\pi / \Omega,\ \Omega = 0.063,\ T = 99.733,\ A = -0.01.$$

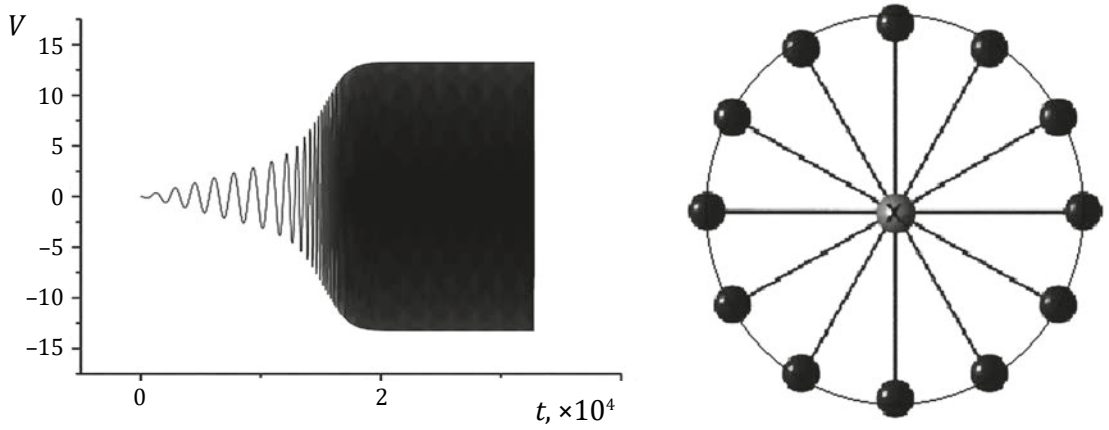


а) *б*)

Рис. 8. *Вид функции коэффициента связи* (*а*). *Характерная динамика амплитуды одного из осцилляторов* (*б*).

Более интересная и реалистичная модель

Выше рассмотрена простейшая модель связанных осцилляторов. Более интересной и реальной является модель, в которой осцилляторы связаны друг с другом не только через центральный осциллятор (как это было сделано выше), но каждый из них связан не только с центральным осциллятором, но и с двумя ближайшими соседями (см. рис. 9(б)).



а) *б*)

Рис. 9. *Характерная динамика скорости одного из осцилляторов* (*а*). *Схема системы связанных осцилляторов. Осцилляторы связаны друг с другом не только через центральный осциллятор, но и с ближайшими соседями* (*б*).

Система уравнений, которые описывают динамику такой колебательной системы, может быть представлена в виде

$$\ddot{x}_i + \omega_0^2 x_i = -\mu \cdot x_0 - \mu_1 (x_{i+1} + x_{i-1}), \quad \ddot{x}_0 + \omega_1^2 x_0 = -\mu \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i \,. \tag{10}$$

Систему уравнений (10) можно преобразовать к более удобному виду

$$\ddot{Q} + \omega_2^2 Q = -\mu \cdot N \cdot x_0, \quad x_0 + \omega_1^2 x_0 = -\mu \cdot Q \,. \tag{11}$$

Здесь $Q = \sum_{i=1}^{N} x_i$.

Решения системы (11) будем искать в виде $Q \sim \exp(i\omega t)$. Тогда для нормальных частот найдем следующее выражение:

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\omega_1^2 + \omega_2^2\right)\left[1 \pm \sqrt{1 - 4\left(\omega_1^2 \cdot \omega_2^2 - \mu^2 N\right)/\left(\omega_1^2 + \omega_2^2\right)^2}\right], \tag{12}$$

где $\omega_2^2 = \omega_0^2 + 2\mu$.

Все особенности динамики такой системы осцилляторов полностью аналогичны особенностям предыдущей системы осцилляторов. Отметим, что условием возникновения неустойчивости этой системы осцилляторов будет условие

$$\mu^2 N > \omega_2^2 \omega_1^2 . \qquad (13)$$

Линейные осцилляторы. Все связаны со всеми

Представляет интерес рассмотреть динамику системы линейных осцилляторов, в которой каждый из осцилляторов связан со всеми другими осцилляторами. Систему уравнений, которая описывает динамику таких осцилляторов, можно записать

$$\ddot{x}_i + \omega_0^2 x_i = -\mu \cdot \sum_{j \neq i}^{N} x_j = -\mu \cdot Q + \mu \cdot x_i . \qquad (14)$$

Введя новую функцию $Q = \sum_{i=0}^{N} x_i$, систему уравнений (14) можно переписать так

$$\ddot{Q} + \omega_0^2 Q = -\mu \cdot (N-1) Q . \qquad (15)$$

Из уравнения (15) следует, что при $\mu > 0$, динамика системы осцилляторов остается колебательной. Однако при $\mu < 0$ и большом количестве осцилляторов ($N > 1 + \omega_0^2 / |\mu|$) — возникает неустойчивость. Количество переходит в новое качество. Например, пусть $N = 10$, $\omega_0 = 1$, тогда, если $|\mu| < 0.1$, то динамика регулярна и колебательная. Но уже при $|\mu| \geq 0.2$ ансамбль неустойчив. Численные расчеты эти выводы полностью подтверждают. Разрыв связей, как и во всех предыдущих случаях, позволяет преобразовать энергию НЧ колебаний нормальных мод в энергию ВЧ колебаний парциальных частот отдельных осцилляторов.

2. Динамика систем нелинейных осцилляторов

Выше при анализе системы линейных осцилляторов было видно, что существуют режимы, при которых система линейных осцилляторов оказывается неустойчивой. Возникает вопрос: "Что означает такая неустойчивость и к чему такая неустойчивость может привести?". Для ответа на эти вопросы необходимо рассмотреть динамику системы нелинейных осцилляторов. Ниже рассмотрим систему осцилляторов, каждый из которых представляет собой математический маятник, а также систему осцилляторов, каждый из которых представляет собой осциллятор Дуффинга.

2.1. Ансамбль математических маятников

Систему дифференциальных уравнений, которая описывает динамику математических маятников, которые связаны друг с другом через центральный осциллятор, можно записать в таком виде

$$\ddot{x}_0 + \sin x_0 = -\mu \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i - A \cdot \sin \Omega t ,$$

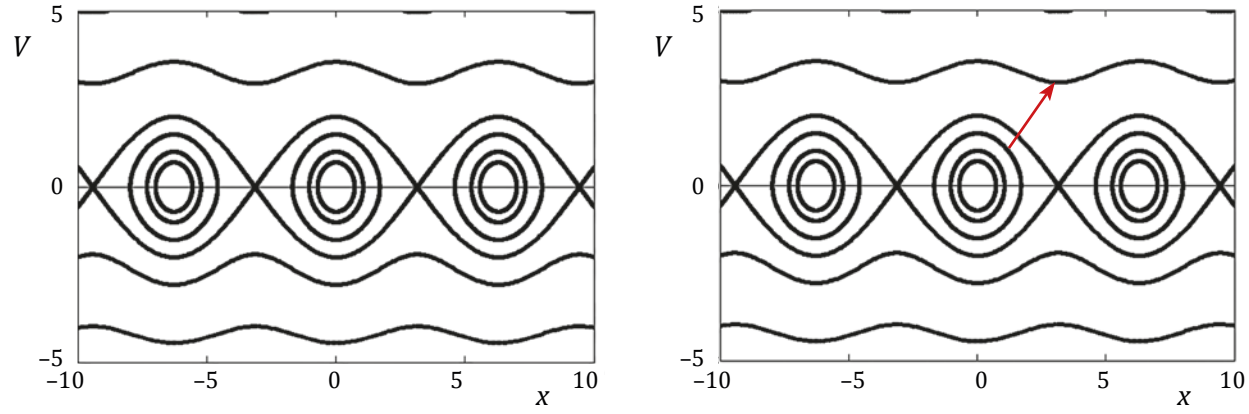
$$\ddot{x}_i + \sin x_i = -\mu \cdot x_0 - A \cdot \sin \Omega t . \qquad (16)$$

Система (16) является обобщением системы (6) на случай, когда осцилляторы нелинейные. Прежде всего, рассмотрим поведение одного математического маятника в отсутствии возмущения ($A = 0$). На рис. 10(а) представлен фазовый портрет математического маятника. Замкнутые кривые на рисунке, пользуясь языком динамики частиц, соответствуют захваченным колебаниям частиц в поле волны, разомкнутые кривые — пролетному движению частиц. Захваченные траектории и пролетные траектории отделены друг от друга особой траекторией — сепаратрисой. Причем, ширина нелинейного резонанса (область захваченных частиц) равна 4 ($\Delta = 4$).

Если на нелинейный осциллятор действует внешняя периодическая сила, то динамика математического маятника может стать хаотической. Так, на рис. 11(а,б) представлены спектр и корреляционная функция динамики одного математического маятника, если на него действует внешняя сила с амплитудой –0.2 ($A = -0.2$) и с частотой 0.9 ($\Omega = 0.9$). Видно, что в этом случае спектр широкий, а корреляционная функция быстро спадает. Динамика осциллятора хаотическая. Эти результаты, в общем-то, известные [10,11].

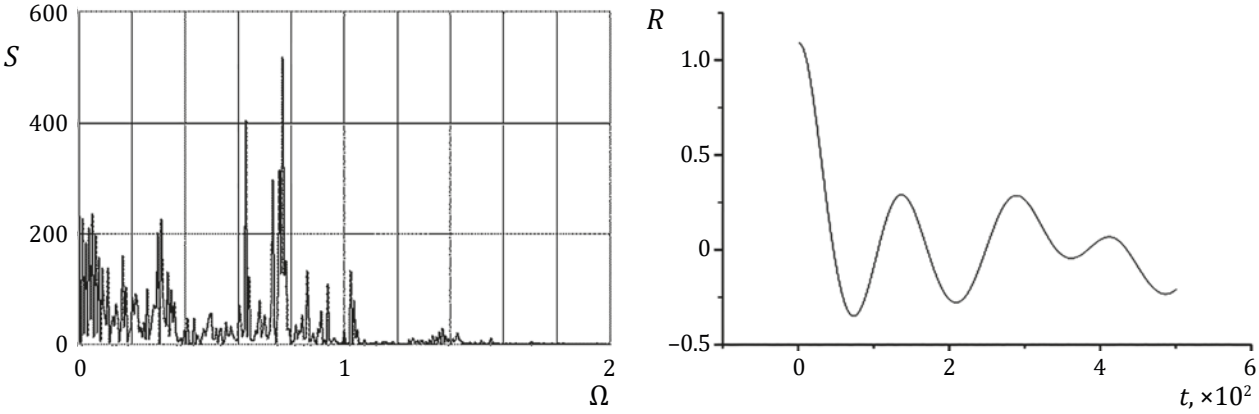
Рассмотрим теперь систему связанных осцилляторов. Пусть они взаимодействуют друг с другом только через центральный осциллятор. Вначале рассмотрим динамику в отсутствии внешнего возмущения ($A = 0$). Будем считать, что все осцилляторы локализованы в минимуме своего потенциала. Максимальное отклонение частиц от положения равновесия равно 0.5. Тогда при

$\mu = 0.01$, на временах больших 700 развивается неустойчивость. Перед развитием неустойчивости некоторые осцилляторы подходят близко к сепаратрисе. При подходе к сепаратрисе динамика их становится хаотичной.



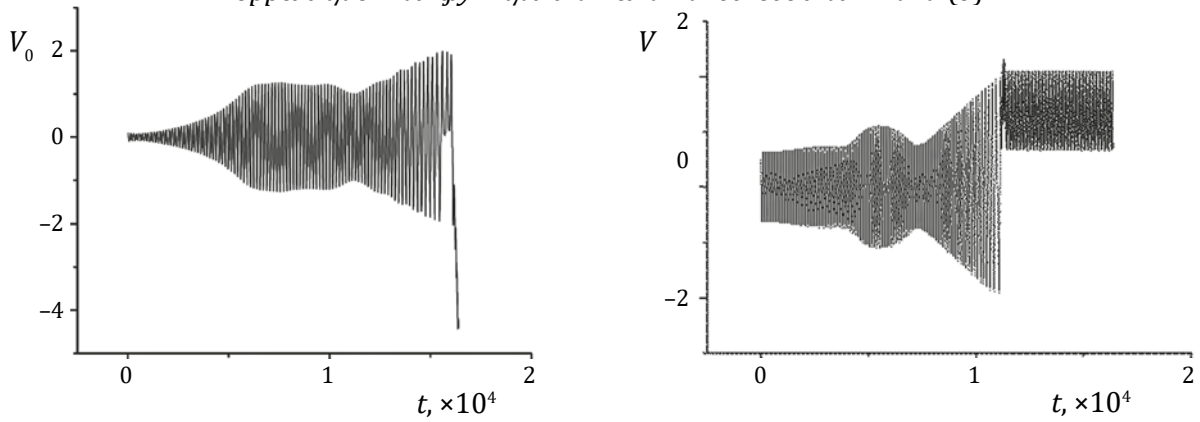
а) *б*)

Рис. 10. *Фазовый портрет математического маятника* (*а*). *Стрелкой показаны переходы частиц из области захвата в область пролета* (*б*).



а) *б*)

Рис. 11. *Спектр движения математического маятника* (*а*). *Корреляционная функция математического маятника* (*б*).



а) *б*)

Рис. 12. *Динамика скорости одного из осцилляторов на временах порядка* 700 *периодов малых осцилляций математического маятника* (*а*). *Динамика скорости одного из осцилляторов. При временах больше* 700 *периодов малых осцилляций динамика становится пролетной* (*б*).

Таким образом, неустойчивая динамика системы линейных осцилляторов просто означает, что какой-то из этих осцилляторов будет выпадать из области локализации осцилляторов. Существующий потенциал, который ранее удерживал осцилляторы в области захвата, уже не в состоянии удержать все осцилляторы. Как увидим ниже, число осцилляторов становится меньшим, и динамика становится регулярной, колебательной и ограниченной.

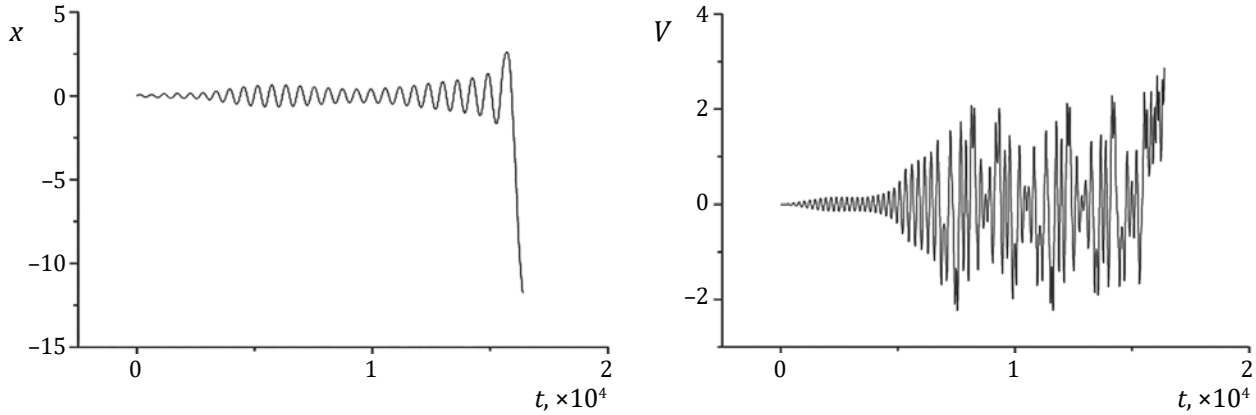
Системы, в которых каждый осциллятор связан с каждым

Выше видели, что система линейных осцилляторов, в которой каждый связан с каждым, имеет только колебательную динамику (при положительной связи). Возникает вопрос: "Какова будет динамика нелинейных осцилляторов (математических маятников) при такой связи между ними?". Система уравнений, описывающая такой ансамбль осцилляторов, имеет вид

$$\ddot{x}_i + \sin x_i = -\mu \cdot \sum_{j \neq i}^{N} x_j - A \cdot \sin \Omega t, \quad i, j \in \{0,1,2....N\}. \qquad (17)$$

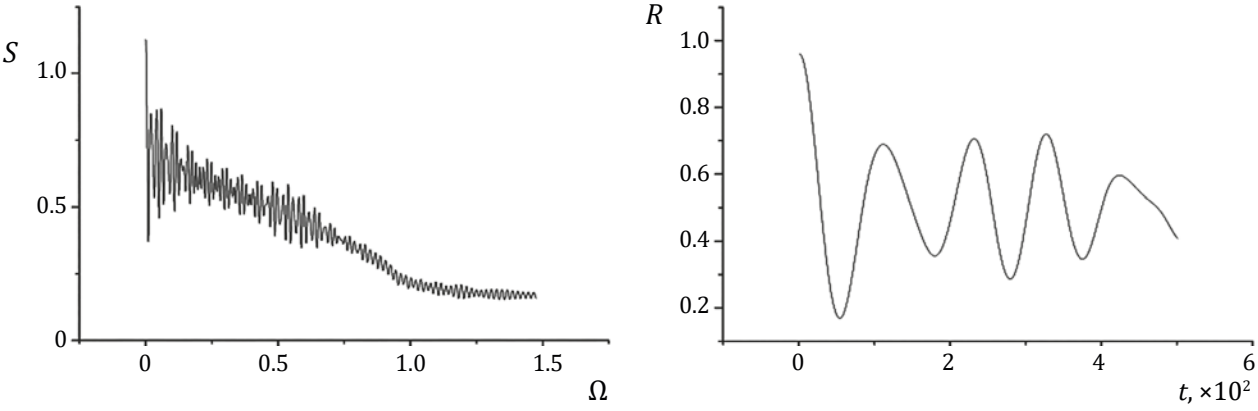
Рассмотрим вначале случай, когда внешнего возмущения нет ($A = 0$). Пусть максимальное отклонение частиц от положения равновесия равно 0.4, а коэффициент связи равен $\mu = 0.08$. Численные расчеты показывают, что на временах больших 700 развивается неустойчивость. Задолго до развития неустойчивости некоторые осцилляторы подходят близко к сепаратрисе. Динамика их хаотична. Именно эти осцилляторы выходят из области локализации. Они становятся пролетными. Если после их вылета их исключить из рассмотрения (выпавшие частицы), то динамика оставшихся частиц будет регулярной и ограниченной.

Во многом похожая динамика и у системы осцилляторов, каждый из которых расположен на дне потенциальной ямы и на которые действует внешняя периодическое возмущение. Так, если амплитуда внешнего возмущения равна $A = -0.002$, а частота равна $\Omega = 0.92$, то при коэффициенте связи равном $\mu = 0.051$ характерная динамика фазы и скорости математических маятников представлена на рис. 13(а,б). Это те частицы, которые оказались вблизи сепаратрисы и которые покидают область локализации.



а) *б*)

Рис. 13. *Характерная динамика фазы математического маятника* (*а*). *Характерная динамика скорости математического маятника* (*б*).



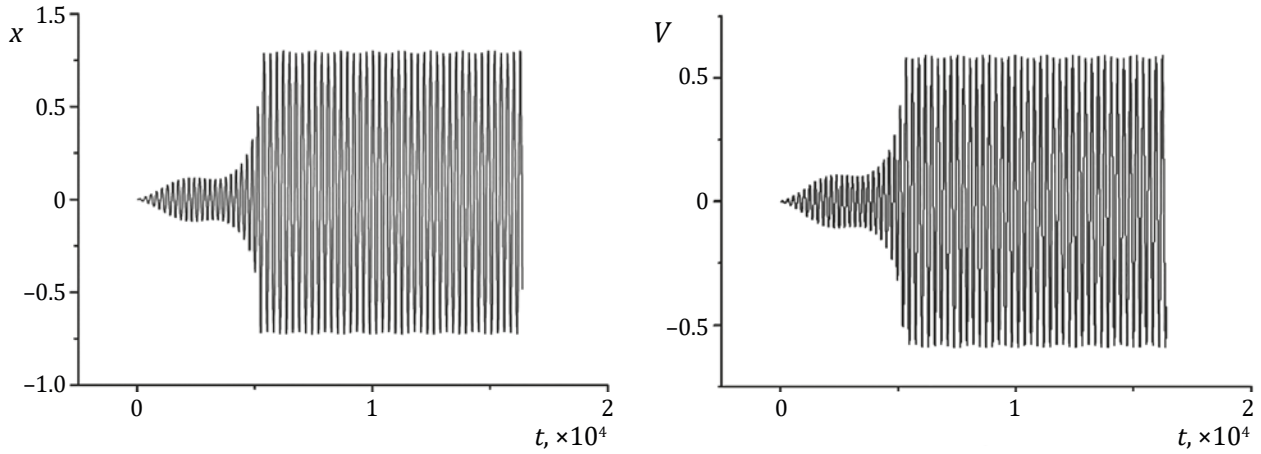
а) *б*)

Рис. 14. *Спектр математического маятника, движущегося вблизи сепаратрисы* (*а*). *Корреляционная функция* (*б*).

Обратим внимание на тот факт, что динамика сложная, хаотическая. Интересно, что фаза математического маятника начинает неограниченно нарастать (см. рис. 13(а)) в то время как скорость этого маятника еще не достигла сепаратрисы. Такая особенность динамики возможна только в хао-

тическом режиме. На рис. 14(а,б) представлены спектр и корреляционная функция частиц, которые оказались вблизи сепаратрисы. Видно, что спектры широкие, а корреляционная функция быстро спадает.

Если в программу расчетов включить функцию, которая будет удалять выбывшие из локализации частицы, то динамика оставшихся, как было сказано выше, остается регулярной и ограниченной. Иллюстрация этого факта представлена на рис. 15(а,б).



а) *б*)

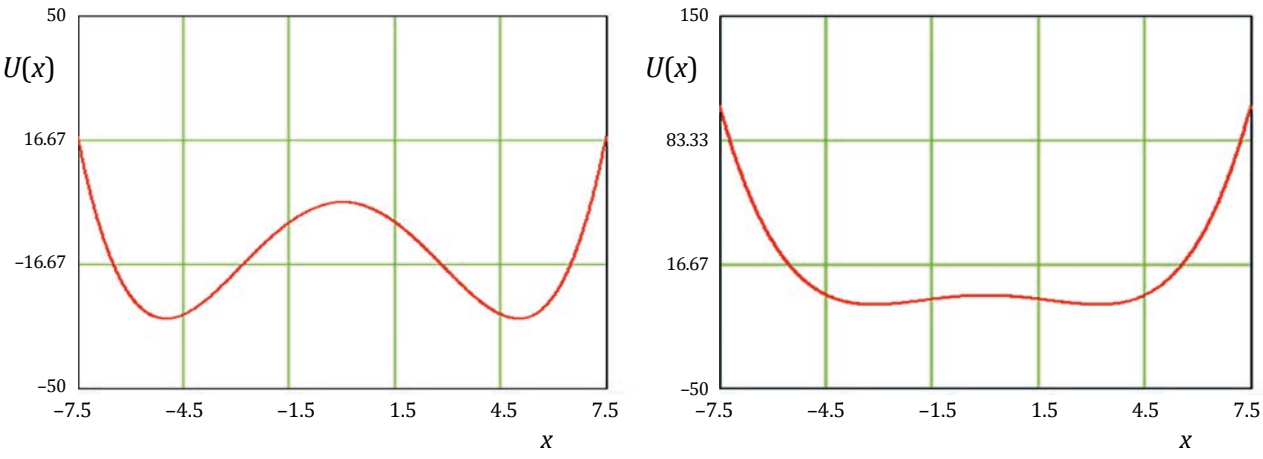
Рис. 15. *Характерная динамика фазы одного из математических маятников после удаления одного из вылетевших осцилляторов* (*а*). *Характерная динамика скорости одного из математических маятников после удаления вылетевшего осциллятора. Видно, что скорость ограничена и движение далеко от сепаратрисы* (*б*).

2.2. Система осцилляторов Дуффинга

Второй по важности и по использованию моделью нелинейных осцилляторов (после модели математического маятника) является модель нелинейного осциллятора Дуффинга. Иногда гамильтониан осциллятора Дуффинга называют вторым универсальным гамильтонианом (после гамильтониана математического маятника). Осциллятор Дуффинга, в частности, описывает динамику частиц в потенциале с двумя минимумами. Напомним, что динамика линейного осциллятора описывает движение частицы в потенциале с одним минимумом. Потенциал Дуффинга описывается следующей функцией:

$$U(x)=\frac{\alpha}{4}x^4-\frac{\beta}{2}x^2. \qquad (18)$$

Вид этого потенциала представлен на рис. 16(а).



а) *б*)

Рис. 16. *Потенциал осциллятора Дуффинга,* $\alpha=0.2$, $\beta=5$ (*а*). *Вид эквивалентного потенциала Дуффинга при хаотическом движении осциллятора,* $M_2=5$, $\alpha=0.2$, $\beta=5$ (*б*).

Динамика системы осцилляторов Дуффинга, для случая, когда каждый осциллятор связан с каждым, описывается уравнением

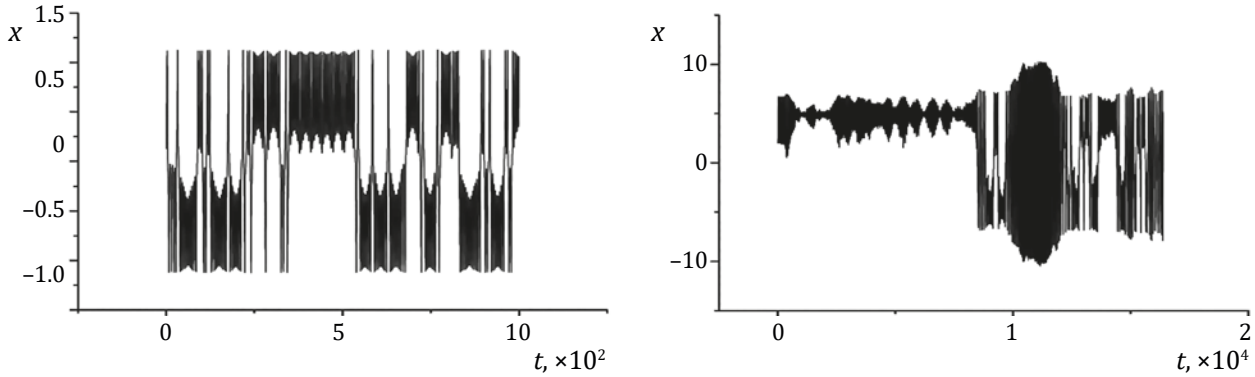
$$\ddot{x}_i - \beta \cdot x_i + \alpha \cdot x_i^3 = -\mu \cdot \sum_{j \neq i}^{N} x_j + A \sin(\Omega \cdot t). \qquad (19)$$

Если в начальный момент времени все осцилляторы находились, например, в окрестности правого минимума потенциала Дуффинга ($x_i(0) \approx 5$), то динамика малого отклонения ($\xi_i = x_i(t) - x_i(0)$) от этого локального минимума описывается уравнением

$$\ddot{\xi}_i + \xi_i = -\frac{\mu}{(3\alpha \cdot 25 - \beta)} \sum_{j \neq i}^{N} (\xi_j) + \frac{A}{(3\alpha \cdot 25 - \beta)} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{(3\alpha \cdot 25 - \beta)}} \Omega \cdot \tau \right), \qquad (20)$$

где $\tau = t \cdot \sqrt{(3\alpha \cdot 25 - \beta)}$.

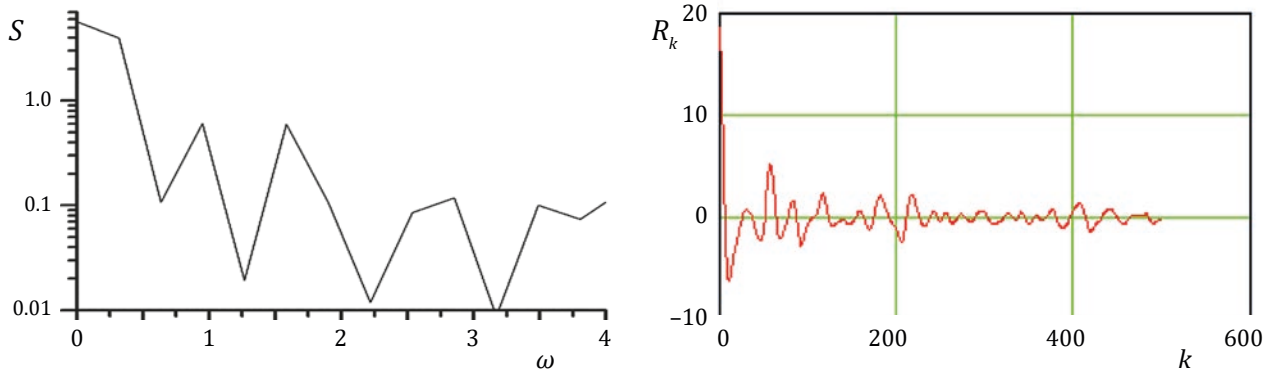
Система уравнений (20) описывает динамику системы линейных осцилляторов. Такая динамика была изучена выше в разделе 1.2. Будем интересоваться динамикой нелинейных осцилляторов. Прежде всего, рассмотрим динамику отдельного осциллятора Дуффинга, на который действует внешняя периодическая сила с амплитудой 0.1 ($A = 0.1$) и частотой 1.4 ($\Omega = 1.4$). Начальные условия были выбраны такими: $x(0) = 0.5$; $\dot{x}(0) = 0$. Характерная динамика такого осциллятора представлена на рис. 17(а). Из рисунка следует, что частица попеременно находится то в правой потенциальной яме, то в левой потенциальной яме. Время нахождения в каждом локальном минимуме является случайной функцией. В результате вся динамика частиц случайная. Спектр и корреляционная функция этой динамики представлены на рис. 18(а,б).



а) *б*)

Рис. 17. *Характерная динамика изолированного* ($\mu = 0$) *осциллятора Дуффинга, когда на него действует внешняя сила с параметрами:* $A = 0.1$; $\Omega = 1.4$ (*а*). *Характерная динамика одного осциллятора Дуффинга, когда на него не действует внешняя сила* ($A = 0$). *Сложная динамика определяется связью осциллятора со всеми другими осцилляторами* ($\mu = -0.1$) (*б*).

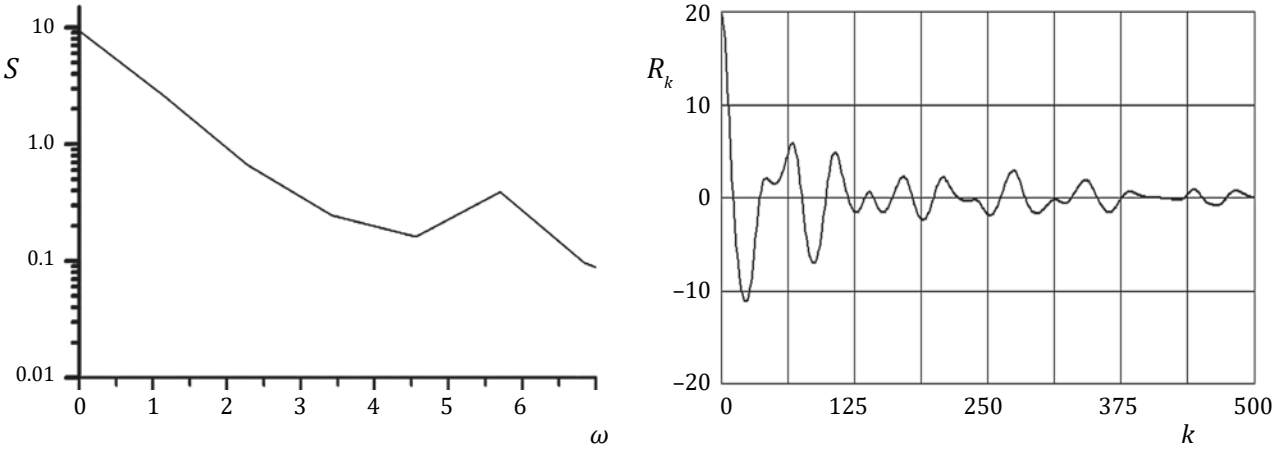
Видно, что спектры широкие, а корреляционная функция быстро спадает.



а) *б*)

Рис. 18. *Характерный вид спектра изолированного осциллятора.* $A = 0.1$, $\Omega = 1.4$ (*а*). *Характерный вид корреляционной функции изолированного осциллятора Дуффинга.* $A = 0.1$, $\Omega = 1.4$ (*б*).

Если внешнего возмущения нет ($A=0$) однако имеются связи между осцилляторами ($\mu=0.1$), то несмотря на то, что в начальный момент времени все осцилляторы находились в окрестности дна ямы правого потенциала через некоторое время они по очереди перепрыгивают в окрестность дна левого потенциала. Далее, какое-то время колеблются в окрестности дна левой ямы потенциала. Затем через некоторый случайный интервала времени возвращаются в окрестность дна правой ямы потенциала. Такие скачки с правой ямы в левую яму и обратно происходят в случайные моменты времени. Эту динамику можно увидеть на рис. 17(б). Ясно, что это случайная динамика. Характерный вид спектра и корреляционной функции представлены на рис. 19(а,б).



а) *б*)

Рис. 19. *Характерный вид спектра одного из взаимодействующих осцилляторов в отсутствии внешнего возмущения* ($A=0$, $\mu=-0.15$) (*а*). *Характерный вид корреляционной функции.* $A=0$, $\mu=-0.1$ (*б*).

2.3. Динамика центров инерции

Значительный интерес для многих приложений играет знание особенностей динамики центров инерции изучаемых ансамблей. Знание такой динамики позволяет наиболее эффективно воздействовать на ансамбль осцилляторов, на его взаимодействие с внешним возмущением. На рис. 20(а,б) представлены реализация и спектр динамики ансамбля математических маятников

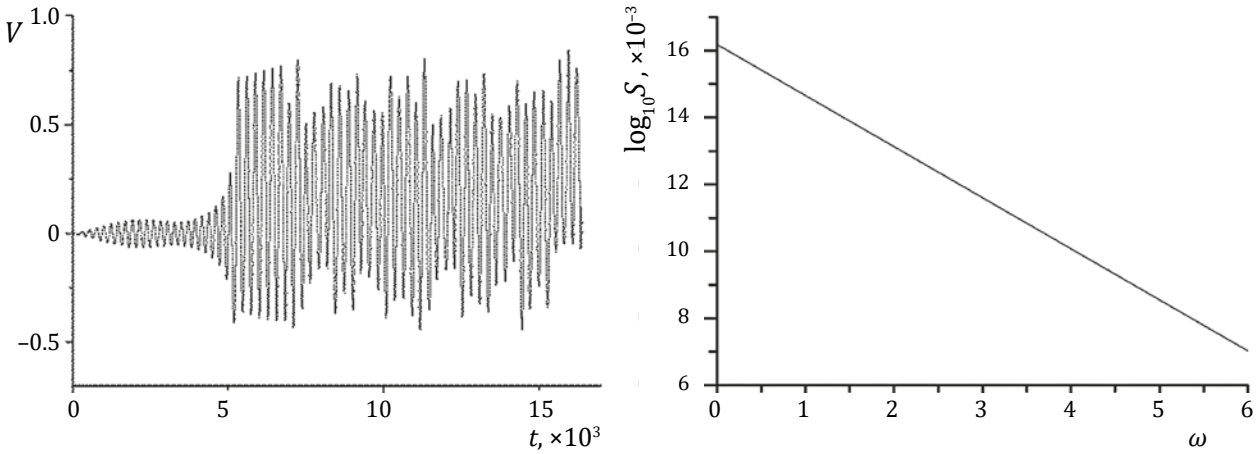
$$\langle x\rangle=\overline{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}x_i(t)\,. \tag{21}$$

На рисунках величина $\langle V\rangle$ представляет собой среднюю скорость (скорость центра инерции системы математических маятников). Эти результаты получены при численном анализе системы уравнений (17) при следующих значениях параметров: $A=-0.002$, $\mu=0.051$, $\Omega=0.92$, нулевые начальные условия.

Основной вывод, который следует из анализа полученных результатов, заключается в том, что динамика центров инерции значительно более медленная, чем динамика отдельных осцилляторов. Видно, что спектр как системы осцилляторов Дуффинга, так и системы математических маятников сосредоточен в окрестности нулевой частоты. Этот результат достаточно прозрачен. Его можно было заранее предсказать. Интересной особенностью динамики центров инерции является тот факт, что такая динамика статистически во многом похожа на динамику отдельных осцилляторов (математического маятника или осциллятора Дуффинга) в том случае, когда такой осциллятор совершает хаотическое движение в результате либо взаимодействия с другими осцилляторами, либо под воздействием внешнего возмущения. Действительно, из общих уравнений для математического маятника и осциллятора Дуффинга легко получить следующие уравнения, которые описывают динамику средних величин. Для математического маятника

$$\ddot{\overline{x}}+\left[1-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{M_{2m}}{(2m!)}\right]\sin\overline{x}=0\,. \tag{22}$$

Здесь M_{2m} — четные моменты.



а) *б*)

Рис. 20. *Динамика средней скорости системы математических маятников* (*а*). *Спектр средней скорости математических маятников* (*логарифмический масштаб*) (*б*).

Для осциллятора Дуффинга

$$\ddot{\overline{x}} - \left(\beta - 3\cdot\alpha\cdot M_2\right)\overline{x} + \alpha\cdot\overline{x}^3 = 0\,. \qquad (23)$$

При получении уравнений (22) и (23) предполагаем, что случайная динамика осцилляторов определяется законом распределения, близким к нормальному закону распределения. По этой причине нечетные моменты в этих уравнениях не учитывались. Важный результат, который следует из этих уравнений, заключается в том, что области локализации с увеличением моментов становятся все меньшими. Так, для математического маятника ширина нелинейного резонанса существенно зависит от суммы четных моментов

$$\Delta = 4\sqrt{1 - \sum_{m=1}^{\infty} M_{2m}/(2m!)}\,. \qquad (24)$$

Для осциллятора Дуффинга высота барьера, которая разделяет области локализации, также уменьшается. В качестве примера на рис. 16,б приведен вид эффективного потенциала осциллятора Дуффинга (23) при значениях параметров $M_2 = 5$, $\alpha = 0.2$, $\beta = 5$. Видно, что при своем движении осциллятор практически не замечает разделяющего барьера.

Заключение

Сформулируем наиболее важные результаты работы.

1. Быстрое изменение параметров как одного осциллятора, так и системы осцилляторов позволяет преобразовать энергию низкочастотных колебаний в энергию колебаний на высокой частоте. Необходимо несколько слов сказать о том, что означает быстрое изменение параметров. Из приведенных выше результатов видно, что чем быстрее происходят эти изменения, тем лучше (можно добиться высокой эффективности преобразования энергии). Однако реально процесс изменения параметров занимает некоторое время. Это время можно оценить следующим образом. Каждая колебательная система обладает характерным временем установления колебаний. Это время связано с добротностью колебательной системы, поэтому желательно, чтобы процесс изменения параметров удовлетворял следующему неравенству: $T_{tr} \ll TQ$. Здесь T — период низкочастотных колебаний; Q — добротность колебательной системы. Отметим, что изменить параметры одного осциллятора, по-видимому, труднее, чем разорвать связи в системе осцилляторов. В качестве примера можно рассмотреть следующую модель. Будем считать, что на рис. 18 представлена модель магнетрона. Каждый резонатор магнетрона имеет связь с ближайшими соседними резонаторами и с центральным осциллятором. В качестве центрального осциллятора можно представить электронный пучок. Ясно, что убрать электронный пучок из области взаимодействия особого труда не представляет. Достаточно представить, что пучок имеет ограниченную длительность. Он просто исчезнет. Разрыв связи с центральным осциллятором приведет, как показано выше, к колебанию отдельных осцилляторов на их парциальных частотах. Эти парциальные частоты могут быть значи-

тельно выше, чем нормальная частота рассматриваемой системы. В добавок к этому можно показать, что фазы всех высокочастотных осцилляторов после разрыва связи будут совпадать. Это позволяет возбуждать когерентное излучение.

2. Важной особенностью динамики системы осцилляторов является существование условий, при которых эта динамика неустойчива. Неустойчивость означает, что вклад в потенциальную энергию отдельного осциллятора связанных с ним соседних осцилляторов уже превышает собственную потенциальную энергию осциллятора. Этот процесс напоминает каталитический процесс в химии.
3. Неустойчивость системы линейных осцилляторов в реальных условиях означает, что "лишние" осцилляторы покидают ансамбль. В нем остается только то количество осцилляторов, динамика которых колебательная и устойчивая.
4. Динамика систем нелинейных осцилляторов в области параметров, близких к неустойчивости, в основном хаотична.
5. Важно, что спектр колебаний, область локализации нелинейных осцилляторов и даже одного нелинейного осциллятора в условиях его хаотической динамики, существенно зависят от статистических характеристик хаотической динамики.

Автор благодарит Ваврива Дмитрия Михайловича за многочисленные обсуждения результатов и полезные советы.

Список литературы

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М.: Наука, 1965. 204 с.
2. *Магнус К.* Колебания. М.: Мир, 1982. 304 с.
3. *Buts, V.A., Vavriv, D.M., and Tarasov, D.V.* Chaos and frequency transformation in systems of coupled oscillators // Радиофизика и электроника, 2013. Т. 4(18). № 4. С. 16-20.
4. *Buts V.A., Vavriv D.M., Tarasov D.V.* The influence of the dynamics features of the trapped particles on a spectrum of their oscillations // VANT. 2013. No. 4(86). P. 289-292.
5. *Загороднов О.Г., Файнберг Я.Б., Егоров А.М., Болотин Л.И.* Умножение частоты с помощью «схлопывания» плазмы // ЖТФ. 1961. Т. 31. №3. С. 297-300.
6. *Буц В.А.* Отражение электромагнитных волн от феррита // Физика твердого тела. 1970. Т.12. С. 2485-2486.
7. *Буц В.А.* Особенность отражения электромагнитных волн от образца феррита, находящегося во внешнем переменном магнитном поле // Известия ВУЗов. Радиофизика. 1971. Т.14. № 6. С. 926-932.
8. *Буц В.А.*. Механизмы повышения частоты и степени когерентности излучения // Проблемы теоретической Физики. Серия: «Проблемы теоретической и математической физики. Сборник трудов. Научные труды». ХГУ. 2014. Вып. 1. С. 82-247.
9. *Буц В.*А, Егоров А.М., Чурюмов Г.И. Повышение плотности излучения при повышении частоты и при фокусировке в неоднородных средах // Прикладная радиоэлектроника. 2012. Т. 11. № 4. С. 501-514.
10. *Балакирев В.А., Буц В.А., Мачехин Ю.П., Толстолужский А.П.* Динамика движения нелинейного маятника под воздействием внешней периодической силы // Письма в ЖТФ. 1983. Т.9. Вып. 23. С. 1427-1431.
11. *Буц В.А., Огнивенко В.В.* Стохастическая неустойчивость движения частиц в лазерах на свободных электронах // Письма в ЖЭТФ, 1983. Т. 38. Вып. 9. С. 434-436.

Поступила 7 февраля 2017 г.

FEATURES DYNAMICS OF ENSEMBLES OF LINEAR AND NONLINEAR OSCILLATORS

V.A. BUTS

doi: 10.25210/jfop-1701-081097

Some features of the dynamics of systems of linear and nonlinear oscillators are described in the paper. It was shown that these features can be used as a new mechanism of energy conversion from low-frequency oscillations to the energy of high-frequency oscillations. Such low-frequency dynamics is the result of the existence of low-frequency normal modes of coupled oscillators that composed of an ensemble. The amplitude of ensemble oscillators can be resonantly increasing under the influence of external low frequency perturbations. Because of this, the ensemble consisting of high-frequency coupled oscillators gets energy from the external low-frequency perturbations. When the inter-ensemble connections disappear, the oscillators begin to oscillate at their partial high-frequency modes. The theory of such energy conversion of low-frequency oscillations into the energy of high-frequency oscillations was developed. The dynamics of the unstable systems of the linear and nonlinear oscillators are described.

The most important results can be formulated as follows:

1. A rapid change in parameters of one oscillator, or of the whole oscillator system, can convert the energy of low frequency oscillations into the energy of high frequency oscillations. The rapid change of parameters means that the time of change should satisfy the inequality: $T_{tr} \ll TQ$. Here T is the period of low-frequency oscillations, Q is the energy factor of a low-frequency oscillating system. Note that after breaking the bond, the phases of all high-frequency oscillators will be equal, what allows a coherent radiation to be excited.
2. An important feature of the dynamics of the oscillators system is the existence of the conditions when this dynamic is unstable. The instability means that the contribution to the potential energy of each oscillator from the side of neighboring oscillators does already exceed its own potential energy. This process resembles the catalytic process in chemistry.
3. In the real conditions, the instability of linear system of oscillators means that the "extra" oscillators leave the ensemble, as it was shown above, and only those oscillators remain, the dynamics of which is oscillatory and stable.
4. The dynamics of nonlinear oscillator systems in the area of parameters close to instability is mainly chaotic.
5. It is important that the spectrum of oscillations, the region of localization of nonlinear oscillators, and even that of a single nonlinear oscillator in conditions of its chaotic dynamics, do essentially depend on the statistical characteristics of chaotic dynamics, namely from the moments.

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

УДК 537.61.3

ЛОКАЛЬНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ГРАНИЦЫ ПОЛОСОВОГО ДОМЕНА ПОЛЕМ АСИММЕТРИЧНО РАСПОЛОЖЕННОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДОМЕНА

© Авторы, 2017
doi: 10.25210/jfop-1701-098105

Акимов М. Л.— к.ф.- м.н., ассистент, физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. E-mail: ml.akimov@physics.msu.ru
Поляков П. А.— д.ф.- м.н., проф., физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. E-mail: polyakovpa@mail.ru
Усманов Н. Н.— к.ф.- м.н., с.н.с., физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. E-mail: usmaserg@yahoo.com

Аннотация
Представлены результаты теоретических расчетов изменения формы границ полосового домена, при наличии асимметрично локализованной эллиптичной магнитной неоднородности, смещенной относительно его центральной оси. Найдено полное изменение функционала магнитостатической энергии, обусловленное искривлением доменных границ. Получены аналитические решения для функций, которые определяют изгибы доменных стенок в результате воздействия локализованной эллиптичной магнитной неоднородности, смещенной относительно его центральной оси. Приведены результаты экспериментального исследования деформации стенки полосового домена под влиянием поля асимметрично локализованного эллиптического магнитного домена с антипараллельным направлением намагниченности. Приведено сравнение теоретических и экспериментальных значений величины максимального изгиба стенки полосового магнитного домена.

Ключевые слова: *доменная стенка, цмд, смешанная структура, полосовой домен, доменная структура, магнитная плёнка, магнитная неоднородность, магнитостатическая энергия, асимметричная локализация, моделирование доменной структуры*

Abstract
In this work, the results of theoretical calculations of changing of forms of stripped domain borders in the presence of non-symmetrically localized elliptical magnetic nonhomogeneity shifted relatively its central axis are presented. Full changes of functional of magnetostatic energy mediated by curvature of domains borders are found. Analytical decisions for functions which determine curves of domain walls due to effect of non-symmetrically localized elliptical magnetic nonhomogeneity shifted relatively its central axis are obtained. The results of experimental observation of deformation of domain border of stripped domain under the influence of the field of asymmetrically localized elliptical magnetic domain with antiparallel direction of magnetization are shown. The comparison of theoretical and experimental values of size of maximal curve of magnetic stripped domain wall is presented.

Keywords: *domain wall, cylindrical magnetic bubble, mixed structure, ,strip magnetic domain, domain structure, magnetic film, magnetic inhomogeneity, magnetostatic energy, asymmetrical location, domain structure simulation*

Изучение магнитных спиновых систем обусловлено фундаментальными научными интересами, связанными с выяснением закономерностей возникновения различных спиновых коллективных стационарных и нестационарных структур и возможности управления этими структурамии. Исследования магнитных спиновых систем стимулируется важными современными прикладными задачами, такими как разработки надежных, компактных и емких носителей магнитной информации, создание миниатюрных датчиков магнитного поля, эффективных элементов радиофизических устройств. Важной особенностью магнитных систем, определяющей многие закономерности ее поведения, является возникновение коллективного спинового упорядочения. В ферромагнитных системах возможно возникновение доменного упорядочения разного вида. На реализацию доменной структуры в равновесных состояниях в реальных условиях оказывает влияние наличие в ферромагнетике неоднородностей и дефектов [1–3] магнитного и немагнитного происхождения: примеси, пустоты, дефекты атомной структуры, форма поверхности образца и прочее.

Смешанная доменная структура, состоящая из полосового домена и эллиптического магнитного домена, представляет собой только одну из возможных сложных доменных структур [3–9]. В работе проведено исследование такого магнитного упорядочения.

Рассмотрим единичный изолированный полосовой домен при наличии внутри него асимметрично локализованного эллиптического магнитного домена. Начало системы координат помещено в центр эллиптической области (см. рис. 1), r_1 — большая, r_2 — малая полуось эллипса вытянутого вдоль полосового домена. Воздействие этой неоднородности исказит формы доменных границ и приведет к зависимости их от координаты x. Пусть функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ определяют изгибы левой и правой доменных стенок в результате влияния эллиптического магнитного домена. Рассмотрим случай относительно малых искривлений доменных границ, когда изменение магнитостатической энергии в основном обусловлено распределением вектора намагниченности в узких областях вблизи доменных стенок.

Тогда изменение магнитостатической энергии, рассматриваемое как функционал от двух неизвестных функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$, определяется выражением

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5, \tag{1}$$

$$W_1 = -4\sigma^2 \int_{-A}^{A} dx \int_{a+c}^{y_2(x)} dy \int_{-A}^{A} dx' \int_{y_2(x')}^{b_2} dy' \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}} \right) -$$

$$-4\sigma^2 \int_{-A}^{A} dx \int_{y_2(x)}^{b_2} dy \int_{-A}^{A} dx' \int_{-y_1(x')}^{-a+c} dy' \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}} \right) -$$

$$-4\sigma^2 \int_{-A}^{A} dx \int_{a+c}^{y_2(x)} dy \int_{-A}^{A} dx' \int_{-b_1}^{-y_1(x)} dy' \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}} \right) -$$

$$-4\sigma^2 \int_{-A}^{A} dx \int_{-b_1}^{-y_1(x)} dy \int_{-A}^{A} dx' \int_{-y_1(x')}^{-a+c} dy' \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}} \right)$$

— изменение магнитостатической энергии, обусловленное искривлением доменных границ в двух прямолинейных полосах, обрамляющих изогнутые доменные границы и параллельных оси x, а также изменение энергии взаимодействия магнитных зарядов между поверхностными зарядами выделенных полос, обусловленное искривлением доменных границ. Здесь b_1 и b_2 — максимальные значения функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$, σ — поверхностная плотность магнитостатических зарядов, равная нормальной составляющей вектора намагниченности M_n, A — параметр регуляризации.

$$W_2 = -2\sigma^2 \int_{-r_1}^{r_1} dx_1 \int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}} dx_2 \left[\int_{-A}^{A} dx \int_{a+c}^{y_2(x)} dy \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}} \right) - \right.$$

$$- \int_{-A}^{A} dx \int_{y_2(x)}^{b_2} dy \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}} \right) -$$

$$\left. + \int_{-A}^{A} dx \int_{-y_1(x)}^{-a+c} dy \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}} \right) \right]$$

— энергия взаимодействия магнитных зарядов эллиптического магнитного домена с наведенными за счет изгиба доменных границ поверхностными магнитными зарядами полосового домена.

$$W_3 = 4\sigma^2 \int_{-A}^{A} dx \int_{-a+c}^{a+c} dy \int_{-A}^{A} dx' \int_{a+c}^{y_2(x')} dy' \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}} \right) +$$

$$+4\sigma^2\int_{-A}^{A}dx\int_{-a+c}^{a+c}dy\int_{-A}^{A}dx'\int_{-y_1(x')}^{-a+c}dy'\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}}\right)-$$

$$-4\sigma^2\int_{-A}^{A}dx\int_{b_2}^{B_2}dy\int_{-A}^{A}dx'\int_{a+c}^{y_2(x')}dy'\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}}\right)-$$

$$-4\sigma^2\int_{-A}^{A}dx\int_{-B_1}^{-b_1}dy\int_{-A}^{A}dx'\int_{-y_1(x')}^{-a+c}dy'\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}}\right)-$$

$$-4\sigma^2\int_{-A}^{A}dx\int_{b_2}^{B_2}dy\int_{-A}^{A}dx'\int_{-y_1(x')}^{-a+c}dy'\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}}\right)-$$

$$-4\sigma^2\int_{-A}^{A}dx\int_{-B_1}^{-b_1}dy\int_{-A}^{A}dx'\int_{a+c}^{y_2(x')}dy'\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}}\right)$$

— изменение магнитостатической энергии взаимодействия верхней и нижней поверхностей неискривленного полосового домена, с прилегающими к ним прямолинейными полосками, обрамляющими изогнутые доменные границы и параллельные оси x, а также изменение энергии взаимодействия прямолинейных полубесконечных плоскостей, с полосками, обрамляющими изогнутые доменные границы полосового домена, где B_1, B_2 — параметры регуляризации.

$$W_4=2\sigma^2\int_{-r_1}^{r_1}dx_1\int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}dx_2\left[\int_{-A}^{A}dx\int_{b_2}^{B_2}dy\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}}\right)+\right.$$

$$+\int_{-A}^{A}dx\int_{-B_1}^{-b_1}dy\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}}\right)-$$

$$-\int_{-A}^{-R}dx\int_{-a+c}^{a+c}dy\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}}\right)-$$

$$-\int_{-r_1}^{r_1}dx\int_{-a+c}^{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}dy\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}}\right)-$$

$$-\int_{-r_1}^{r_1}dx\int_{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{a+c}dy\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}}\right)-$$

$$\left.-\int_{R}^{A}dx\int_{-a}^{a}dy\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}}\right)\right]$$

— энергия взаимодействия магнитных зарядов эллиптического магнитного домена с поверхностными зарядами верхней и нижней части не искривленного полосового домена и с полубесконечными плоскостями, ограничивающими изолированный полосовой домен в магнитной пленке.

$$W_5 = 2\sigma h H_z \int_{-A}^{A} dx \left(\int_{-y_1(x)}^{-a+c} dy + \int_{a+c}^{y_2(x)} dy \right) + \text{const}$$

— изменение магнитостатической энергии полосового домена во внешнем магнитном поле смещения, где H_z — магнитное поле параллельное оси z, const — члены, не зависящие от изгиба доменной границы.

Вычисляя вариационные производные функционала изменения магнитостатической энергии (1) и приравнивая их к нулю, получаем систему нелинейных функциональных интегральных уравнений для функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$, которые при относительно малых искривлениях доменных границ можно линеаризовать. Раскладывая функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ в пределах интегрирования в ряд относительно точек $-b_1$ и $(-a+c)$, $(a+c)$ и b_2, имеем систему уравнений

$$\int_{-A}^{A} dx' P_1(x') \left(y_1(x') + (-a+c) \right) + \int_{-A}^{A} dx' P_2(x') \left(y_2(x') - (a+c) \right) + \left(y_1(x') + (-a+c) \right) f =$$

$$= \int_{-r_1}^{r_1} dx_1 \int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}} dx_2 \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (a-c-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (a-c-x_2)^2 + h^2}} \right), \qquad (2)$$

$$\int_{-A}^{A} dx' P_3(x') \left(y_1(x') + (-a+c) \right) + \int_{-A}^{A} dx' P_4(x') \left(y_2(x') - (a+c) \right) + \left(y_2(x') - (a+c) \right) f =$$

$$= \int_{-r_1}^{r_1} dx_1 \int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}} dx_2 \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (a+c-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (a+c-x_2)^2 + h^2}} \right),$$

где $\psi_1 = b_1 - a + c$, $v_1 = b_1 + a + c$, $f = 4\ln\left[1 + \frac{h^2}{4a^2}\right]$, $P_1(x') = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \psi_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \psi_1^2 + h^2}}$,

$$P_2(x') = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \nu_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \nu_1^2 + h^2}}, \psi_2 = b_2 - (-a+c), v_2 = b_2 - (a+c), f = 4\ln\left[1 + \frac{h^2}{4a^2}\right],$$

$$P_3(x') = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \psi_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \psi_2^2 + h^2}}, P_4(x') = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \nu_2^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + \nu_2^2 + h^2}}.$$

Уравнения системы (2) являются линейными интегральными уравнениями типа свертки и могут быть решены методом преобразования Фурье. Проводя косинус-преобразование Фурье уравнений системы (2) получим

$$\left\{ K_0(y\psi_1) - K_0\left(y\sqrt{\psi_1^2 + h^2}\right) + f \right\} \left(\tilde{y}_1(x') + (-a+c) \right) + \left\{ K_0(y\nu_1) - K_0\left(y\sqrt{\nu_1^2 + h^2}\right) \right\} \left(\tilde{y}_2(x') - (a+c) \right) =$$

$$= \int_0^{\infty} dx' \int_{-r_1}^{r_1} dx_1 \int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}} dx_2 \left(\frac{1}{\sqrt{(x'-x_1)^2 + (a-c-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x_1)^2 + (a-c-x_2)^2 + h^2}} \right) \cos(x'y), \qquad (3)$$

$$\left\{ K_0(y\psi_2) - K_0\left(y\sqrt{\psi_2^2 + h^2}\right) \right\} \left(\tilde{y}_1(x') + (-a+c) \right) + \left\{ K_0(y\nu_2) - K_0\left(y\sqrt{\nu_2^2 + h^2}\right) + f \right\} \left(\tilde{y}_2(x') - (a+c) \right) =$$

$$= \int_0^{\infty} dx' \int_{-r_1}^{r_1} dx_1 \int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}} dx_2 \left(\frac{1}{\sqrt{(x'-x_1)^2 + (a+c-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x_1)^2 + (a+c-x_2)^2 + h^2}} \right) \cos(x'y),$$

где $\left(\tilde{y}_1(x) + (-a+c)\right)$ и $\left(\tilde{y}_2(x) - (a+c)\right)$ — фурье-образы функций $\left(y_1(x) + (-a+c)\right)$ и $\left(y_2(x) - (a+c)\right)$.

Разрешая систему алгебраических уравнений (3) и выполняя обратное преобразование Фурье, получим для искажений форм доменных границ, обусловленных воздействием эллиптического магнитного домена, следующие выражения:

$$y_1(x)=a-c+\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty\left[\frac{\left(A_2(y)+f\right)A(y)-A_1(y)B(y)}{\left(D_1(y)+f\right)\left(A_2(y)+f\right)-A_1(y)D_2(y)}\right]\cos(xy)dy,$$

$$y_2(x)=a+c+\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty\left[\frac{\left(D_1(y)+f\right)B(y)-D_2(y)A(y)}{\left(D_1(y)+f\right)\left(A_2(y)+f\right)-A_1(y)D_2(y)}\right]\cos(xy)dy, \qquad (4)$$

где $A(y)=\int_0^\infty dx'\int_{-r_1}^{r_1}dx_1\int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}dx_2\left(\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a-c-x_2\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a-c-x_2\right)^2+h^2}}\right)\cos\left(x'y\right),$

$$B(y)=\int_0^\infty dx'\int_{-r_1}^{r_1}dx_1\int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}dx_2\left(\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a+c-x_2\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a+c-x_2\right)^2+h^2}}\right)\cos\left(x'y\right),$$

$$A_1(y)=\left(K_0\left(y\left(b_1+a+c\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_1+a+c\right)^2+h^2}\right)\right),\ A_2(y)=\left(K_0\left(y\left(b_2-\left(a+c\right)\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_2-\left(a+c\right)\right)^2+h^2}\right)\right),$$

$$D_1(y)=\left(K_0\left(y\left(b_1+\left(-a+c\right)\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_1+\left(-a+c\right)\right)^2+h^2}\right)\right),$$

$$D_2(y)=\left(K_0\left(y\left(b_2-\left(-a+c\right)\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_2-\left(-a+c\right)\right)^2+h^2}\right)\right),$$

где b_1 и b_2 — максимальные значения функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$, описывающих формы искажений доменных границ полосового домена вследствие магнитостатического поля рассеяния эллиптического магнитного домена.

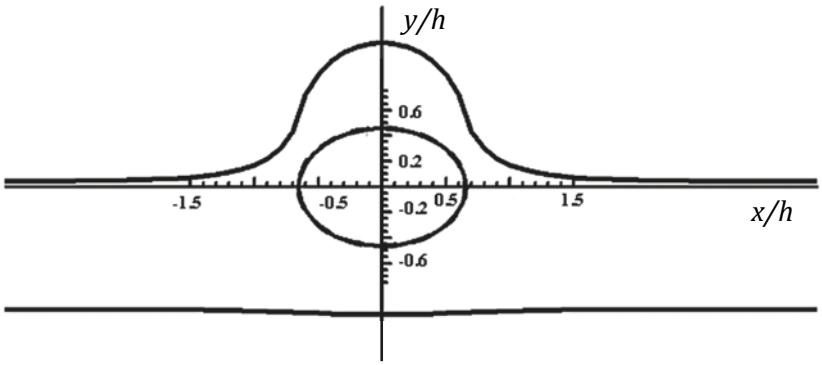


Рис. 1. *Форма изгиба границы при наличии эллиптического магнитного домена.*

Целью проведенного эксперимента было получение в висмут-содержащей монокристаллической пленке феррит-граната смешанной доменной структуры, состоящей из полосового домена с асимметрично расположенным включением эллиптической магнитной неоднородности.

Висмут-содержащие монокристаллические пленки феррит-гранатов, выращенные методом жидкофазной эпитаксии из переохлажденного раствора-расплава, являются перспективными материалами для различных магнитооптических устройств [3,10–15]. Монокристаллические пленки феррит-граната состава $(BiLu)_3(FeGa)_5O_{12}$ обладают наибольшим фарадеевским вращением [15] среди висмутсодержащих пленок феррит-гранатов, выращенных методом жидкофазной эпитаксии из переохлажденного раствора-расплава на подложках $Gd_3Ga_5O_{12}$.

Скорость доменных стенок в пленках с ориентацией (111) невелика [16]. Пленки феррит-граната состава $(BiLu)_3(FeGa)_5O_{12}$, выращенные на подложках с кристаллографической ориентацией (210), обладают более высокой скоростью доменных стенок [17,18]. На магнитные структуры пленок выше-

указанного состава и кристаллографической ориентации в статическом и динамическом состоянии возможно оказывать влияние внешними магнитными полями нормальными к поверхности пленки и планарными магнитными полями [19,20,22], что делает их удобным объектом для исследований, построения магнитных структур и применения в технических устройствах.

Для экспериментального получения и исследования магнитной структуры, состоящей из полосового домена с асимметрично локализованным эллиптическим магнитным доменом, имеющим антипараллельное направление намагниченности, была использована пленка феррит-граната состава $\left(\mathrm{BiLu}\right)_3\left(\mathrm{FeGa}\right)_5\mathrm{O}_{12}$ с ориентацией (210). Для построения заданной магнитной конфигурации был выбран образец, который характеризовался следующими параметрами: толщина пленки $h \cong 13$ мкм, угол наклона оси легкого намагничивания $\theta \cong 30^\circ$, намагниченность насыщения $4\pi M_s \cong 60$ Гс, безразмерный параметр затухания Гильберта $\alpha \cong 0.01$ (безразмерный параметр затухания определяли по ширине линии ферромагнитного резонанса), поле ромбической анизотропии $Hк \cong 1400$ Э.

Наблюдение за построением магнитной структуры осуществлялось на универсальной магнитооптической установке с помощью эффекта Фарадея. Для реализации заданного магнитного состояния применялся метод описанный в работе [5]. Также как и в работе [21] асимметричному расположению магнитной неоднородности способствовало наличие дефекта. При отсутствии дефекта магнитостатические поля приводят к симметричному расположению в полосовом домене цилиндрического магнитного домена из которого при импульсном воздействии получается эллиптический домен. При смещении эллиптической магнитной неоднородности с антипараллельным направлением намагниченности от центра полосового
домена изгиб границы полосового домена существенно больше, чем в случае его симметричного расположения [6]. При асимметричной локализации эллиптической магнитной неоднородности в полосовом домене возникает значительное искривление доменной стенки ближе расположенной к эллиптическому домену (рис. 2).

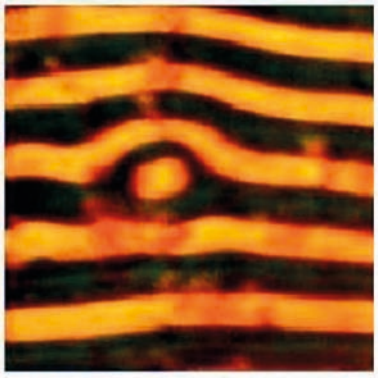


Рис. 2. *Наблюдаемая магнитная структура.*

Теоретический расчет величины максимального изгиба (см. рис. 1) доменной границы полосового домена по формуле (1) при параметрах, соответствующих экспериментальным данным ($w = 13$ мкм — ширина полосового домена, $h = 13$ мкм — толщина магнитной пленки, $r_1 = 8.5$ мкм — большая полуось эллипса, $r_2 = 6.5$ мкм — малая полуось эллипса, $c = 6$ мкм — параметр несимметричности), дает значение 15.2 мкм.

Максимальное значение величины изгиба доменной границы полосового домена, полученное в эксперименте для этих параметров, составило 15.5 мкм.

Результаты экспериментов позволяют сделать вывод, что рассмотренная теоретическая модель пригодна для описания изменения формы доменной стенки полосового домена с асимметричной локализацией эллиптической магнитной неоднородности.

Список литературы

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 1992. 664 с.
2. *Вонсовский С. В.* Магнетизм. М.: Наука, 1971.
3. *Эшенфельдер А.* Физика и техника цилиндрических магнитных доменов. М.: Мир, 1983.
4. *Akimov, M. L., Boltasova, Yu. V., and Polyakov, P. A.* The effect of a pointlike asymmetric laser-induced action on a magnetic film medium. Radiotekhnika i Elektronika // J. Comm. Tech. Electronics, 2001. Vol. 46. P. 469-474.
5. *Akimov, M. L., Polyakov, P. A., and Usmanov, N. N.* A mixed domain structure in ferrite-garnet films // J. Exp. Theor. Phys. 2002. Vol. 94. Iss. 2. P. 293-298.

6. *Akimov, M. L., Polyakov, P. A., Starokurov, Y. V., Usmanov, N.N., and Fedyunin, Y. N.* Equilibrium domain structure in vicinity of elliptical magnetic impurity in iron–garnet magnetic films // Physica B. 2010. Vol. 405. P. 2376–2379.
7. *Akimov, M. L., Polyakov, P. A.* Quasi-local behavior of the effect of the field of the magnetic inhomogeneity on stripe domain structures // Moscow University Physics Bulletin, 2004. Vol. 59. No. 2. P. 53-57.
8. *Akimov, M.L., Vagin, D.V., Polyakov, O.P., Polyakov, P.A., Rusakov, A.E., Rusakova, N.E., Usmanov, N.N., and Kasatkin, S.I.* Complex domain structure in a magnetic film with oblique anisotropy // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. 2007. Vol. 71. No. 11. P. 1556–1558.
9. *Akimov, M. L., Polyakov, P. A., Banishev, A. A., and Usmanov, N. N.* Detection of shape and sizes of magnetic impurity based on the shape of magnetic domain configuration // International Journal of Modern Physics B. 2016. Vol. 30. No. 12. P. 1650081–1–1650081–11.
10. *Бобек Э., Делла Торре Э.* Цилиндрические магнитные домены / Пер. сангл. под ред. М.А.Боярченеова, В.К.Раева. М.: Энергия, 1977. 192 с.
11. *Лисовский Ф.В.* Физика цилиндрических магнитных доменов. М.: Сов. радио, 1979. 192 с.
12. *Раев В.К., Ходенков Г.Е.* Цилиндрические магнитные домены в элементах вычислительной техники. М.: Энергия, 1981. 216 с.
13. *Балбашов А.М., Лисовский Ф.В., Раев В.К. и др.* Элементы и устройства на цилиндрических магнитных доменах: Справочник. Под ред. Н.Н. Евтихиева, Б.Н. Наумова. М.: Радио и связь, 1987. 488 с.
14. *Звездин А.К., Котов В.А.* Магнитооптика тонких пленок. М.: Наука, 1988. 192 с.
15. *Рандошкин В.В., Червоненкис А.Я.* Прикладная магнитооптика. М.: Энергоатомиздат, 1991. 320с.
16. *Бахтеузов В.Е., Ким Т.А., Рандошкин В.В. и др* // ЖТФ. 1985. Т. 55. № 6. С. 1227.
17. *Усманов Н.Н., Ильичева Е.Н., Шишков А.Г.* Исследование движения доменных границ в феррит-гранатовых пленках с ориентацией (210) // Вестник МГУ. 1995. Сер. 3. Физика, астрономия. Т. 36. №5. С. 74.
18. *Randoshkin, V.V., Saletsky, A.M., Usmanov, N.N., and Chopornyak, D.B.* On the Velocity of an End Domain Wall in (Bi,Lu)3(Fe,Ga)5O12 Single-Crystal Films (Bi,Lu) 3 (Fe,Ga) 5 O 12 with (210) orientation // Physics of the Solid State, 2002. Vol. 44. P. 899-901.
19. *Ильичева Е.Н., Клушина А.В., Усманов Н.Н. и др.* Магнитные фазовые превращения в эпитаксиальных феррит-гранатовых пленках с ориентацией (210) // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. Т.35. № 2. С. 59-64.
20. *Randoshkin, V.V., Saletsky, A.M., Usmanov, N.N., and Chopornyak, D.B.* Influence of an In-Plane Magnetic Field on Pulsed Magnetization Reversal of Single-Crystal Films (Bi,Lu)3 (Fe,Ga)5O12 with (210) orientation // Physics of the Solid State, 2004. Vol. 46. No. 3. P. 474-478.
21. *Акимов М.Л., Поляков П.А., Усманов Н.Н.* Изменение формы границ домена при наличии асимметрично локализованной магнитной неоднородности // Электромагнитные волны и электронные системы. 2016. Т. 21. № 2. С. 9-16.
22. *Randoshkin, V.V., Saletsky, A.M., and Usmanov, N.N.* Relaxation under Pulsed Magnetization Reversal of monocrystalline Films of (Bi,Lu)3(Fe,Ga)5O12 with orientation (210) // Physics of the Solid State. 2002. Vol. 44. No. 4. P. 744-746.

Поступила 13 января 2017 г.

LOCAL DEFORMATION OF DOMAIN BORDER SHAPE BY THE FIELD OF ASYMMETRICALLY LOCALIZED ELLIPTICAL DOMAIN

M.L. AKIMOV, P.A. POLYAKOV, AND N.N. USMANOV

doi: 10.25210/jfop-1701-098105

The study of spin ordering in a medium with the magnetic dipole interaction is a topical problem of modern gyromagnetic electrodynamic physics. In this work, let's consider individual stripped domain at the presence of elliptic magnetic domain inside ((here r_1 is the large axle and r_2 is the small axle of an ellipse, which is stretched along the stripe domain). Individual stripped domain has a width $w = 2a$ and is located along x axis in unlimited film with thickness parameter *h*. Axis *z* is directed perpendicularly to plane of the film, axis *y* is perpendicular to domain wall. The zero point of coordinate system is placed in the center of elliptical area. Magnetostatic field of dispersion of elliptic domain distorts the shape of stripped domain domain boundary shapes and make its width dependable on the x-coordinate. Then the change of magnetostatic energy can be defined as functional of two unknown function $y_1(x)$ and $y_2(x)$. By calculating the variational derivative of the functional of the magnetostatic energy variation and equating it to zero, we can obtain the system of nonlinear functional-integral equations for the $y_1(x)$ and $y_2(x)$ functions, which can be linearized if the deformation of the domain walls has a relatively small value. The obtained equations are linear convolution integral equations and can be solved with the Fourier transformation method. Solving the system of algebraical equations and carrying out inverse Fourier transform, one can obtain the following equations for deformations of the domain walls, caused by interaction of the asymmetrical cylindrical domain of elliptical shape, namely

$$y_1(x) = a - c + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \left[\frac{\left(A_2(y)+f\right)A(y) - A_1(y)B(y)}{\left\{D_1(y)+f\right\}\left\{A_2(y)+f\right\} - A_1(y)D_2(y)} \right] \cos(xy)dy\,, \qquad (1)$$

$$y_2(x)=a+c+\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\infty}\left[\frac{\left(D_1(y)+f\right)B(y)-D_2(y)A(y)}{\left\{D_1(y)+f\right\}\left\{A_2(y)+f\right\}-A_1(y)D_2(y)}\right]\cos(xy)dy,$$

where

$$A(y)=\int_0^{\infty}dx'\int_{-r_1}^{r_1}dx_1\int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}dx_2\left(\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a-c-x_2\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a-c-x_2\right)^2+h^2}}\right)\cos\left(x'y\right),$$

$$B(y)=\int_0^{\infty}dx'\int_{-r_1}^{r_1}dx_1\int_{-r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}^{r_2\sqrt{1-\frac{x_1^2}{r_1^2}}}dx_2\left(\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a+c-x_2\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{\left(x'-x_1\right)^2+\left(a+c-x_2\right)^2+h^2}}\right)\cos\left(x'y\right),$$

$$A_1(y)=\left(K_0\left(y\left(b_1+a+c\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_1+a+c\right)^2+h^2}\right)\right),$$

$$A_2(y)=\left(K_0\left(y\left(b_2-\left(a+c\right)\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_2-\left(a+c\right)\right)^2+h^2}\right)\right),$$

$$D_1(y)=\left(K_0\left(y\left(b_1+\left(-a+c\right)\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_1+\left(-a+c\right)\right)^2+h^2}\right)\right),$$

$$D_2(y)=\left(K_0\left(y\left(b_2-\left(-a+c\right)\right)\right)-K_0\left(y\sqrt{\left(b_2-\left(-a+c\right)\right)^2+h^2}\right)\right),$$

with b_1 and b_2 being the maximum values of the functions $y_1(x)$ and $y_2(x)$, which describe the shape of the deformations of the domain walls of the stripe domain due to magnetostatic scattering field of the asymmetrical cylindrical domain of elliptical shape.

The aim of present experiment was to obtain mixed domain structure consisting of stripped domain with asymmetrically located inclusions of elliptic magnetic inhomogeneity, in Bi-containing monocrystallic ferrit-garnet film with mixed domain structure. The experimental observation of a mixed domain structure was conducted in an iron–garnet magnetic film of composition $(BiLu)_3(FeGa)_5O_{12}$ with orientation (210). A traditional Faraday technique has been used for observation of the domain structure. At asymmetrical localized of elliptic magnetic inhomogeneity remarkable distortion occurs in domain wall located nearby elliptic domain. Theoretical calculation of the value of maximal curve (Fig. 1) of the stripped domain boundary was done according to (1) at parameters corresponding to experimental data (w = 13 μm is stripped domain width, h = 13 μm is magnetic film thickness, r_1 = 8.5 μm is large axle, r_2 =6.5 μm is small axis, c = 6 μm is parameter of asymmetry), and gives value 15.2 μm. The value of a maximum domain wall bend, experimentally obtained for these parameters, equals to 15.5 μm.

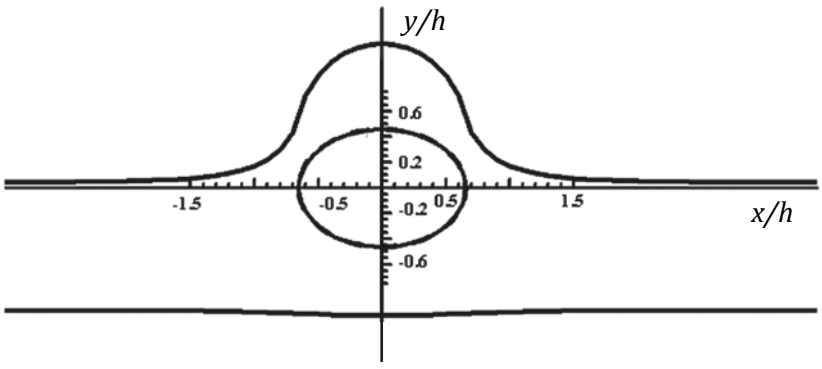


Fig. 1. *The shape of the domain wall in the presence of an elliptic magnetic domain.*

The results of experiments allow to conclude that considered theoretical model fits for description of changes in shape of stripped domain wall with asymmetrical localization of elliptic magnetic inhomogeneity.

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

УДК 517.9:536.4

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К АНАЛИЗУ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ И ГЕНЕРАЦИИ ВОЛН НЕЛИНЕЙНЫМИ СЛОИСТЫМИ И ПЕРИОДИЧЕСКИМИ СТРУКТУРАМИ

© Авторы, 2017
doi: 10.25210/jfop-1701-106117

Ангерман Л. — доктор наук, проф., заведующий кафедрой вычислительной математики, Технический университет Клаустал, Клаустал-Зеллерфелд, Германия.
E-mail: lutz.angermann@tu-clausthal.de

Яцик В. В. — к.ф.- м.н., с.н.с., отдел теории дифракции и дифракционной электроники, Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков, Украина.
E-mail: vasyl.yatsyk@gmail.com; yatsyk@ire.kharkov.ua

Яцик Н. В. — аспирант, кафедра электронных вычислительных машин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина. E-mail: nikolaiyatsyk@gmail.com

Аннотация
Предложена математическая модель резонансного рассеяния и генерации волн нелинейными, кубически поляризуемыми, как поперечно слоистыми, так и продольно периодическими структурами. Модель позволяет с общих позиций исследовать свойства нелинейных слоистых и периодических объектов при возбуждении их пакетами квазиоднородных и квазипериодических волн. В частности, она может быть использована при описании свойств лазерной плазмы и процессов спонтанного образования периодических структур. Приведены результаты вычислений демонстрирующие эффект перекачки энергии колебания с частоты рассеяния в энергию колебания на частоте генерации для нелинейных, абсолютно прозрачных (в линейном приближении) деканализирующих и канализируюших слоев.

Ключевые слова: *кубическая поляризуемость, резонансное рассеяние, генерация колебаний*

Abstract
A mathematical model of resonant scattering and wave generation by nonlinear, cubically polarizable, both transversely layered and longitudinally periodic structures is proposed. The model enables to study, from general positions, the properties of nonlinear layered and periodic objects being excited by packets of quasihomogeneous and quasiperiodic waves. In particular, it can be used to describe the properties of laser plasma and of the processes of spontaneous formation of periodic structures. The presented numerical results demonstrate the transfer effect from the wave energy at the scattering frequency to the wave energy at the generation frequency for nonlinear, decanalizing and canelizing layers that are absolutely transparent (in the linear approximation).

Keywords: *cubic polarizability, resonant scattering, generation of oscillations*

Введение

Интерес к исследованию свойств нелинейных объектов, как в оптике, так и в радиофизике не угасает на протяжении нескольких десятилетий. Об этом свидетельствуют возростающее колличество публикаций отображающих результаты новых теоретических и экспериментальных исследований, среди которых отметим следующие [1–9]. В большинстве работ анализируются рассеивающие свойства нелинейных сред и объектов. К ним могут быть отнесены исследования резонансных свойств рассеяния на нелинейных слоистых средах с нелинейностью типа Керра [10, 11]. В резонансной области анализ таких проблем сводится к решению нелинейных граничных задач. Следующий этап работ связан с исследоваием резонансных свойств рассеяния и генерации волн нелинейными слоистыми структурами [12–15]. Здесь возникает необходимость в решении в самосогласованном виде систем нелинейных граничных задач.

В работе предложен единый подход математического описания резонансных процессов рассеяния и генерации волн нелинейными кубически поляризуемыми, как поперечно слоистыми, так и продольно периодическими структурами. Приведенная математическая модель позволяет с общих позиций исследовать свойства нелинейных слоистых (поперечно слоистых) и периодических (продольно периодических) объектов. В частности, в зависимости от способа возбуждения нелинейный слоистый диэлектрический объект может рассматриваться как слоистая или периодическая структура с квазиоднородными или квазипериодическими рассеянными и генерируе-

мыми полями соответственно. Так, при квазиоднородном поле возбуждения нелинейного слоистого объекта (или нелинейного слоя) проявляются только свойства исследуемого нелинейного слоистого объекта. В тоже время, в поле квазипериодического возбуждения, эта же слоистая структура преобразуется в принципиально новый объект, обладающий дополнительным свойством продольной пеиодичности. Кроме этого, периодичность нелинейной структуры может быть обусловлена собственно выбором самого периодического нелинейного объекта. Например, периодичностью диэлектрической проницаемости, или расположением вблизи нелинейной слоистой структуры некоторого периодического объекта.

Здесь представлены результаты числовых исследований резонансных свойств рассеяния и генерации волн абсолютно прозрачными (в линейном приближении) деканализирующим и канализируюшим слоями. Отображена динамика энергетических и материальных характеристик нелинейных слоев в поле квазиоднородного возбуждения плоскими волнами различной амплитуды. Демонстрируется резонансный эффект перекачки энергии колебания с частоты рассеяния в энергию колебания на частоте генерации.

1. Постановка задачи

В самосогласованной постановке исследуется задача резонансного рассеяния и генерации колебаний нелинейной, немагнитной, изотропной, кубически поляризуемой, линейно E-поляризованной

$$\mathbf{E}=\left(E_1,0,0\right)^{\mathrm{T}},\quad \mathbf{H}=\left(0,H_2,H_3\right)^{\mathrm{T}}$$

слоистой диэлектрической структурой (см. рис. 1) с вектором кубической поляризуемости $P^{(NL)}=\left(P_1^{(NL)},0,0\right)^{\mathrm{T}}$, которая возбуждается пакетами плоских волн при гармонической временной зависимости вида $\exp\left(-in\omega t\right)$, $n\in N$ [10–15].

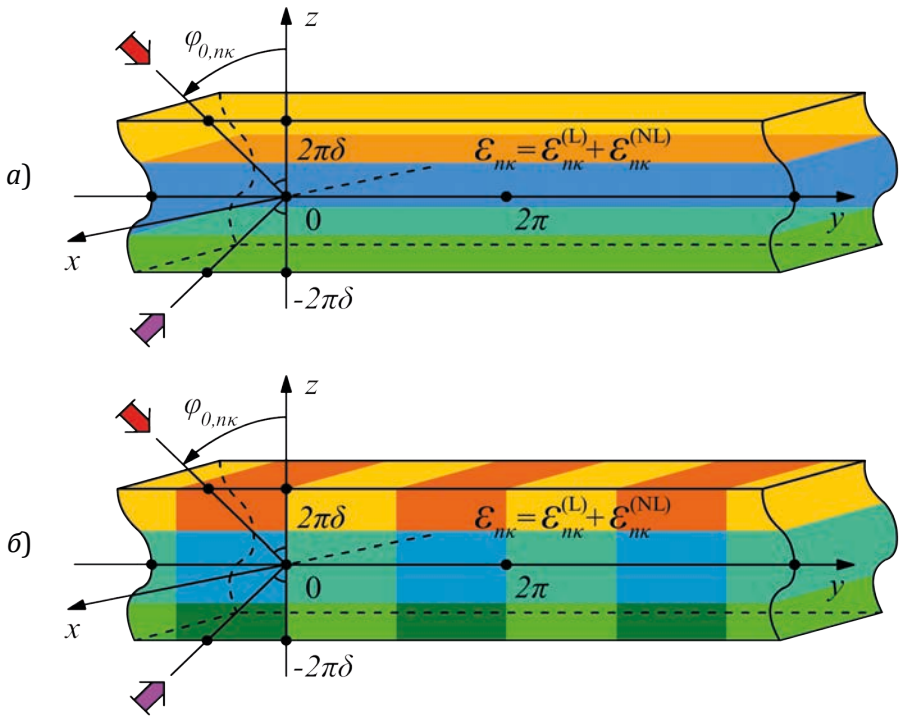


Рис. 1. *Нелинейный диэлектрический объект:* (*а*) *слоистый;* (*б*) *периодический.*

Анализируется возбуждение пакетами плоских волн, состоящими из сильных полей на частотах κ и слабых полей на частотах 2κ и 3κ. Влияние статического электрического поля не учитывается $\mathbf{E}\left(\mathbf{r},s\kappa\big|_{s=0}\right)=\mathbf{0}$. Сильные поля генерируют колебания на утроенной частоте. Слабые поля не приводят к генерации, но оказывают влияние на процессы рассеяния и генерации колебаний третьей гармоники [12–15]. Рассматривается двухстороннее возбуждение нелинейного слоистого (продольно однородного) рис. 1(а) или решетчатого (продольно периодического) рис. 1(б) объектов. В общем случае падающий пакет состоит из однородных и неоднородных плоских волн.

Такое возбуждение запишем в виде

$$\left\{\overline{E}_1^{\text{inc}}\left(n\kappa;y,z\right)\right\}_{n=1}^{3}\cup\left\{\underline{E}_1^{\text{inc}}\left(n\kappa;y,z\right)\right\}_{n=1}^{3}. \tag{1}$$

Здесь знаками "¯" (надчеркивания) и "_" (подчеркивания) отмечено возбуждение нелинейной структуры с верхнего и нижнего полупространства соответственно.

Поля возбуждения (1) на каждой из кратных частот $n\kappa$ квазиоднородны или квазипериодичны вдоль продольной координаты y. В случае квазипериодического возмущения каждая из гармоник на частоте $n\kappa$ представима серией пространственных гармоник. В свободном пространстве (вне нелинейного слоя) в силу принципа суперпозиции квазипериодические вдоль продольной координаты y поля возбуждения на частотах $n\kappa$ представимы в виде сумм состоящих из соответствующих квазиоднородных (вдоль y) составляющих

$$\begin{Bmatrix}\overline{E}_1^{\text{inc}}\left(n\kappa;y,z\right):\quad z>+2\pi\delta\\ \underline{E}_1^{\text{inc}}\left(n\kappa;y,z\right):\quad z<-2\pi\delta\end{Bmatrix}=$$

$$=\exp\left(i\Phi_{0,n\kappa}y\right)\sum\nolimits_p\begin{Bmatrix}\overline{U}_p^{\text{inc}}\left(n\kappa;z\right)\\ \underline{U}_p^{\text{inc}}\left(n\kappa;z\right)\end{Bmatrix}\exp\left(ipy\right)=\sum\nolimits_p\begin{Bmatrix}a_{p,n\kappa}^{\text{inc}}\\ b_{p,n\kappa}^{\text{inc}}\end{Bmatrix}\exp\left(i\left[\Phi_{p,n\kappa}y\mp\Gamma_{p,n\kappa}\left(z\mp2\pi\delta\right)\right]\right). \tag{2}$$

Здесь $\Gamma_{p,n\kappa}=\sqrt{\left(n\kappa\right)^2-\Phi_{p,n\kappa}{}^2}$ при $\operatorname{Im}\Gamma_{p,n\kappa}\geq0$, $\operatorname{Re}\Gamma_{p,n\kappa}\geq0$ и $\Phi_{p,n\kappa}=p+\Phi_{0,n\kappa}$ для $p\in\left[\overline{p}_{\min}\left(n\kappa\right),\overline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)\right]$ и $\left[\underline{p}_{\min}\left(n\kappa\right),\underline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)\right]\subset Z$, $n=1,2,3$ обозначены поперечные и продольные постоянные распространения полей.

Величины параметров

$$\left\{\left\{\Phi_{p,n\kappa}\right\}_{p=\overline{p}_{\min}\left(n\kappa\right)}^{\overline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)},\left\{\Phi_{p,n\kappa}\right\}_{p=\underline{p}_{\min}\left(n\kappa\right)}^{\underline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)}\right\}_{n=1}^{3}$$

и амплитуд

$$\left\{\left\{a_{p,n\kappa}^{\text{inc}}\right\}_{p=\overline{p}_{\min}\left(n\kappa\right)}^{\overline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)},\left\{b_{p,n\kappa}^{\text{inc}}\right\}_{p=\underline{p}_{\min}\left(n\kappa\right)}^{\underline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)}\right\}_{n=1}^{3}$$

выбраны так, что в зависимости от способа возбуждения нелинейного объекта, может рассматриваться нелинейная слоистая или периодическая структура. Соответственно с квазиоднородыми или квазипериодическими рассеянными и генерируемыми полями.

Отметим, в общем случае квазипериодическое падающее поле описывается представлениями (1) и (2). В случае квазиоднородного возмущения (1) в (2) на частотах $n\kappa$ возможно присутствие лишь слагаемых с номером $p=0$.

Поля (1), (2) характеризуют возмущения, отвечающие однородным и неоднородным плоским волнам [16], гармоники с номерами $p=0$ называются основными волнами.

Однородным волнам отвечают вещественные углы возбуждения нелинейной структуры. Действительно, пусть основные волны падают под углами, см. рис. 1,

$$\left\{\varphi_{0,n\kappa},\pi-\varphi_{0,n\kappa}:\left|\varphi_{0,n\kappa}\right|<\frac{\pi}{2}\right\}_{n=1}^{3}.$$

Здесь $\Phi_{0,n\kappa}=n\kappa\sin\left(\varphi_{0,n\kappa}\right)$. Для однородных волн

$$\operatorname{Im}\Gamma_{p,n\kappa}=0,\ \operatorname{Re}\Gamma_{p,n\kappa}\geq0\ \text{ и }\ n\kappa\geq\left|p+n\kappa\sin\left(\varphi_{0,n\kappa}\right)\right|\equiv\left|\Phi_{p,n\kappa}\right|.$$

Это позволяет представить продольные составляющие в виде

$$\Phi_{p,n\kappa}=p+\Phi_{0,n\kappa}=p+n\kappa\sin\left(\varphi_{0,n\kappa}\right)\equiv n\kappa\sin\left(\varphi_{p,n\kappa}\right).$$

Откуда

$$\left\{\left|\varphi_{p,n\kappa}\right|<\pi/2,\quad\varphi_{p,n\kappa}=\arcsin\left(p/n\kappa+\sin\left(\varphi_{0,n\kappa}\right)\right)\right\}_{n=1}^{3}$$

для

$$\left\{\left\{\varphi_{p,n\kappa}\right\}_{p\in\left[\overline{p}_{\min}\left(n\kappa\right),\overline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)\right]}\right\}_{n=1}^{3},\ \left\{\left\{\pi-\varphi_{p,n\kappa}\right\}_{p\in\left[\underline{p}_{\min}\left(n\kappa\right),\underline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)\right]}\right\}_{n=1}^{3}.$$

В направлении оси y фазовые скорости таких волн определяются соотношением $v_2=n\kappa c/\left|\Phi_{p,n\kappa}\right|$. Когда $\operatorname{Im}\Gamma_{p,n\kappa}=0$, $\operatorname{Re}\Gamma_{p,n\kappa}>0$ они больше скорости света $v_2>c$. Если $\operatorname{Im}\Gamma_{p,n\kappa}=0$, $\operatorname{Re}\Gamma_{p,n\kappa}=0$,

то гармоники с номером p распространяются вдоль оси y с фазовой скоростью равной скорости света $v_2 = c$. Значения частотных параметров $n\kappa = \left|p + n\kappa \sin\left(\varphi_{0,n\kappa}\right)\right| \equiv \left|\Phi_{p,n\kappa}\right|$, при которых выполняется условие $\Gamma_{p,n\kappa} = 0$, называются точками скольжения, или пороговыми точками.

Неоднородным волнам соответствуют значения параметров $\Phi_{p,n\kappa}$, при которых $\mathrm{Im}\,\Gamma_{p,n\kappa} > 0$, $\mathrm{Re}\,\Gamma_{p,n\kappa} = 0$, здесь $n\kappa < \left|p + n\kappa \sin\left(\varphi_{0,n\kappa}\right)\right| \equiv \left|\Phi_{p,n\kappa}\right|$. Неоднородные плоские волны описывают пространственные гармоники с мнимой $\Gamma_{p,n\kappa}$, их фазовые скорости в направлении оси y меньше скорости света ($v_2 < c$). Поле возбуждения таких волн экспоненциально нарастает при удалении от нелинейного объекта. При этом плоскости равных амплитуд и фаз параллельны и перпендикулярны плоскости исследуемой нелинейной структуры [16].

В рассматриваемом случае, принимая во внимание правило Клейнмана (то есть равенство всех компонент тензора восприимчивости $\chi^{(3)}_{1111}$ при кратных частотах [17]), диэлектрическая проницаемость нелинейной структуры (слоя/решетки) в полосе

$$\left\{\left\{y,z\right\} \in R^2 : y_0 \le y \le y_0 + 2\pi, \left|z\right| < \infty, \forall\, y_0 \in R\right\}$$

имеет вид

$$\varepsilon_{n\kappa} = \left\{1, \begin{matrix}\left|y\right| < \infty \\ \left|z\right| > 2\pi\delta\end{matrix} \text{ и } \varepsilon^{(\mathrm{L})}_{n\kappa} + \varepsilon^{(\mathrm{NL})}_{n\kappa}, \begin{matrix}\left|y\right| < \infty \\ \left|z\right| \le 2\pi\delta\end{matrix}\right\}: \ \varepsilon^{(\mathrm{L})}_{n\kappa}\left(y,z\right) = 1 + 4\pi\chi^{(1)}_{11}\left(n\kappa; y, z\right),$$

$$\varepsilon^{(\mathrm{NL})}_{n\kappa} = \alpha\left(y,z\right)\left[\sum_{m=1}^{3}\left|E_1\left(m\kappa; y, z\right)\right|^2 + \left\{\delta^1_n \frac{\left[E_1^{\,*}\left(\kappa; y, z\right)\right]^2}{E_1\left(\kappa; y, z\right)} + \delta^2_n \frac{E_1^{\,*}\left(2\kappa; y, z\right)}{E_1\left(2\kappa; y, z\right)} E_1\left(\kappa; y, z\right)\right\} E_1\left(3\kappa; y, z\right)\right], \quad (3)$$

$$n = 1, 2, 3.$$

Предполагается, что линейная составляющая диэлектрической проницаемости удовлетворяет соотношениям, см. [16],

$$\mathrm{Re}\left(\varepsilon^{(\mathrm{L})}_{n\kappa}\right) > 0, \quad \mathrm{Re}\left(n\kappa\right)\mathrm{Im}\left(\varepsilon^{(\mathrm{L})}_{n\kappa}\right) \ge 0, \quad n = 1, 2, 3.$$

Здесь $E_1\left(n\kappa; y, z\right)$ — частотный спектр комплексных амплитуд Фурье полных рассеянных/генерируемых полей на кратных частотах $n\kappa$, $n = 1, 2, 3$; $\alpha\left(y,z\right) \equiv 6\pi\chi^{(3)}_{1111}\left(y,z\right)$ — кусочно-гладкая функция; $\chi^{(1)}_{11}\left(n\kappa; y, z\right)$ — кусочно-гладкая функция; $\chi^{(1)}_{11}$ и $\chi^{(3)}_{1111}$ — компоненты тензора восприимчивости; R — вещественное пространство; "*" — символ комплексного сопряжения.

Параметры поля возбуждения (1), (2) на частотах $n\kappa$, $n = 1, 2, 3$ выбираются так, что в зависимости от процесса возбуждения нелинейного объекта нелинейная слоистая структура вдоль координаты y может быть продольно однородной,

$$\varepsilon_{n\kappa}\left(y, z, \alpha\left(y,z\right), \left\{E_1\left(m\kappa; y, z\right)\right\}_{m\in N}\right) = \varepsilon_{n\kappa}\left(z, \alpha\left(z\right), \left\{E_1\left(p, m\kappa; z\right)\right\}_{m\in N, p\in Z}\right): \ \varepsilon^{(\mathrm{L})}\left(y,z\right) = \varepsilon^{(\mathrm{L})}\left(z\right), \quad (4)$$

для квазиоднородного рассеянного/генерируемого поля

$$E_1\left(n\kappa; y, z\right) = E_1\left(p, n\kappa; y, z\right)\Big|_{p\equiv 0} = \exp\left(i\Phi_{0,n\kappa} y\right) U_0\left(n\kappa; z\right), \quad (5)$$

или продольно периодической

$$\begin{aligned}\varepsilon_{n\kappa}\left(y, z, \alpha\left(y,z\right), \left\{E_1\left(m\kappa; y, z\right)\right\}_{m\in N}\right) &= \varepsilon_{n\kappa}\left(z, \alpha\left(z\right), \left\{E_1\left(m\kappa; y + 2\pi, z\right)\right\}_{m\in N}\right) = \\ &= \varepsilon_{n\kappa}\left(z, \alpha\left(z\right), \left\{E_1\left(p, m\kappa; z\right)\right\}_{m\in N, p\in Z}\right): \ \varepsilon^{(\mathrm{L})}\left(y,z\right) = \varepsilon^{(\mathrm{L})}\left(z\right),\end{aligned} \quad (6)$$

и

$$\begin{aligned}&\varepsilon_{n\kappa}\left(\xi, z, \alpha\left(\xi,z\right), \left\{E_1\left(m\kappa; \xi, z\right)\right\}_{m\in N}\right)\Big|_{\xi=y} = \\ &= \varepsilon_{n\kappa}\left(\xi, z, \alpha\left(\xi,z\right), \left\{E_1\left(m\kappa; \xi, z\right)\right\}_{m\in N}\right)\Big|_{\xi=y+2\pi}: \ \varepsilon^{(\mathrm{L})}\left(\xi,z\right)\Big|_{\xi=y} = \varepsilon^{(\mathrm{L})}\left(\xi,z\right)\Big|_{\xi=y+2\pi},\end{aligned} \quad (7)$$

для квазипериодических рассеянных/генерируемых полей

$$E_1\left(n\kappa; y, z\right) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} E_1\left(p, n\kappa; y, z\right) = \exp\left(i\Phi_{0,n\kappa} y\right) \sum_{p=-\infty}^{\infty} U_p\left(n\kappa; z\right) \exp\left(ipy\right). \quad (8)$$

Условие фазового синхронизма

$$\Phi_{0,n\kappa} = n\Phi_{0,\kappa} \text{ (в частности, } \varphi_{0,n\kappa} = \varphi_{0,\kappa}), \quad n = 1,2,3 \tag{9}$$

является необходимым и достаточным условием продольной однородности слоя (4) для квазиоднородных полей (5), периодичности структуры (6), (7) для квазипериодических полей (8), рассеянных и генерируемых на кратных частотах $n\kappa$, $n = 1,2,3$.

Доказательство этого условия следует из непосредственной проверки требования (9). Такая проверка с учетом (3) сводится к следующей подстановке: (5) в (4) для однородных структур, см. [12]; (8) в (6) и (7) для периодических структур.

В зависимости от способа возбуждения нелинейная слоистая структура вдоль координаты y может быть как продольно однородной, так и периодичной. Причем, периодичность может быть индуцирована возбуждением нелинейной слоистой структуры, либо задана величинами показателей нелинейной диэлектрической проницаемости.

Рассматриваемые задачи могут быть описаны в пространстве $\{y,z\} \in R^2$, либо при анализе периодической структуры в полосе

$$Q_{y\in[0,2\pi],z\in(-\infty,\infty)} = \left\{\{y,z\} \in R^2 : 0 \le y \le 2\pi, |z| < \infty\right\}$$

задаваемой периодом нелинейной структуры, системой нелинейных граничных задач

$$\left[\nabla^2 + (n\kappa)^2 \varepsilon_{n\kappa}\left(y,z,\alpha(y,z),\left\{E_1(m\kappa;y,z)\right\}_{m=1}^{3}\right)\right] E_1(n\kappa;y,z) =$$

$$= -(n\kappa)^2 \alpha(y,z)\left[\delta_n^1 E_1^{\,2}(2\kappa;y,z) E_1^{\,*}(3\kappa;y,z) + \right. \tag{10}$$

$$\left. + \delta_n^3 \left\{E_1^{\,3}(\kappa;y,z)/3 + E_1^{\,2}(2\kappa;y,z) E_1^{\,*}(\kappa;y,z)\right\}\right], \quad n = 1,2,3$$

совместно со следующими обобщенными граничными условиями.

Условие 1. Пространственной интегрируемости плотности энергии [16]

$$\int_D \left(\varepsilon_{n\kappa}\varepsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}|^2\right) dydz < \infty, \quad \forall \text{ компакт } D \in \left\{(y,z) : -\infty < \{y,z\} < \infty\right\}, \quad n = 1,2,3.$$

Условие 2. Квазипериодичности поля по y

$$\begin{Bmatrix} E_1(n\kappa;2\pi,z) \\ \partial_2 E_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_1(n\kappa;0,z) \\ \partial_2 E_1(n\kappa;0,z) \end{Bmatrix} \exp\left(i2\pi\Phi_{0,n\kappa}\right), \quad n = 1,2,3.$$

Это условие непосредственно следует из условия пространственной квазипериодичности

$$\left\{\mathbf{E}(n\kappa;y+2\pi,z), \mathbf{H}(n\kappa;y+2\pi,z)\right\} = \left\{\mathbf{E}(n\kappa;y,z), \mathbf{H}(n\kappa;y,z)\right\} \exp\left(i2\pi\Phi_{0,n\kappa}\right) =$$

$$= \left\{\mathbf{E}(n\kappa;y,z), \mathbf{H}(n\kappa;y,z)\right\} \exp\left(i2\pi\Phi_{p,n\kappa}\right), \quad \forall p \in Z, \quad n = 1,2,3$$

в произвольной полосе

$$\left\{\{y,z\} \in R^2 : \; y_0 \le y \le y_0 + 2\pi, |z| < \infty, \forall\, y_0 \in R\right\}.$$

При этом искомая продольно квазипериодическая функция в полосе $Q_{y\in[0,2\pi],z\in(-\infty,\infty)}$, может быть представлена рядом Фурье, состоящим из квазиоднородных вдоль продольной координаты пространственных гармоник спектра. Верно следующее представление:

$$E_1(n\kappa;y,z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} E_1(p,n\kappa;y,z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} U_p(n\kappa;z) \exp\left(i\Phi_{p.n\kappa}\, y\right) =$$

$$= \exp\left(i\Phi_{0.n\kappa} y\right) \sum_{p=-\infty}^{\infty} U_p(n\kappa;z) \exp(ipy), \quad n = 1,2,3.$$

Условие 3. Фазового синхронизма волн (вывод аналогичен приведенному в [12])

$$\Phi_{0,n\kappa} = n\Phi_{0,\kappa}, \text{ в частности, } \varphi_{0,n\kappa} = \varphi_{0,\kappa}, \; n = 1,2,3.$$

Условие 4. Непрерывности E_{tg} и H_{tg} на границах слоистой/периодической структуры $\varepsilon_{n\kappa}$

$$E_{\text{tg}}(n\kappa;y,z) \text{ и } H_{\text{tg}}(n\kappa;y,z) \in C\left(\left[-\infty,+\infty\right]\times\left[-\infty,+\infty\right]\right), \; n = 1,2,3.$$

Условие 5. Излучения для рассеянных и генерируемых полей

$$E_1^{\text{scat/gen}}\left(n\kappa;y,z\right)=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\begin{Bmatrix}a_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\\ b_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\end{Bmatrix}\exp\left[i\left(\Phi_{p,n\kappa}y\pm\Gamma_{p,n\kappa}\left(z\mp2\pi\delta\right)\right)\right],\quad z\gtrless\pm2\pi\delta,$$

$$\text{для}\quad \operatorname{Im}\Gamma_{p,n\kappa}\equiv0\quad\text{и}\quad \operatorname{Re}\Gamma_{p,n\kappa}>0,\quad n=1,2,3.$$

Здесь $\nabla^2=\partial_2{}^2+\partial_3{}^2$, $\partial_2=\partial/\partial y$, $\partial_3=\partial/\partial z$, δ_n^k — символ Кронекера, $E_{\text{tg}}\left(n\kappa;y,z\right)$ и $H_{\text{tg}}\left(n\kappa;y,z\right)$ — тангенциальные компоненты векторов полных электромагнитных полей **E** и **H**.

Искомые комплексные амплитуды Фурье полных рассеянных и генерируемых полей задачи (10) при условиях 1–5 на кратных частотах $\left\{n\kappa\right\}_{n=1}^{3}$ имеют вид

$$E_1\left(n\kappa;y,z\right)=\exp\left(i\Phi_{0,n\kappa}y\right)\sum_{p=-\infty}^{\infty}U_p\left(n\kappa;z\right)\exp\left(ipy\right)=\sum_{p=-\infty}^{\infty}U_p\left(n\kappa;z\right)\exp\left(i\Phi_{p,n\kappa}y\right)=$$

$$=\begin{cases}\displaystyle\sum_{p=\bar{p}_{\min}\left(n\kappa\right)}^{\bar{p}_{\max}\left(n\kappa\right)}a_{p,n\kappa}^{\text{inc}}\exp\left(i\left(\Phi_{p,n\kappa}y-\Gamma_{p,n\kappa}\left(z-2\pi\delta\right)\right)\right)+\sum_{p=-\infty}^{\infty}a_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\exp\left(i\left(\Phi_{p,n\kappa}y+\Gamma_{p,n\kappa}\left(z-2\pi\delta\right)\right)\right),\quad z>2\pi\delta\\ \displaystyle\sum_{p=-\infty}^{\infty}U_p\left(n\kappa;z\right)\exp\left(i\Phi_{p,n\kappa}y\right),\quad \left|z\right|\le2\pi\delta,\\ \displaystyle\sum_{p=\underline{p}_{\min}\left(n\kappa\right)}^{\underline{p}_{\max}\left(n\kappa\right)}b_{p,n\kappa}^{\text{inc}}\exp\left(i\left(\Phi_{p,n\kappa}y+\Gamma_{p,n\kappa}\left(z+2\pi\delta\right)\right)\right)+\sum_{p=-\infty}^{\infty}b_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\exp\left(i\left(\Phi_{p,n\kappa}y-\Gamma_{p,n\kappa}\left(z+2\pi\delta\right)\right)\right),\quad z<-2\pi\delta.\end{cases}\tag{11}$$

Рассматриваемая задача сводится к следующей системе двумерных нелинейных интегральных уравнений с неизвестными функциями $E_1\left(n\kappa;y,z\right)\in L_2\left(\left[0,2\pi\right]\times\left[-2\pi\delta,2\pi\delta\right]\right)$:

$$E_1\left(n\kappa;y,z\right)+\left(n\kappa\right)^2\int_{-2\pi\delta}^{2\pi\delta}\int_{0}^{2\pi}G_0\left(n\kappa;y,z,y_0,z_0\right)\times$$

$$\times\left[1-\varepsilon_{n\kappa}\left(y_0,z_0,\alpha\left(y_0,z_0\right),\left\{E_1\left(m\kappa;y_0,z_0\right)\right\}_{m=1}^{3}\right)\right]E_1\left(n\kappa;y_0,z_0\right)dy_0dz_0=$$

$$=\left(n\kappa\right)^2\int_{-2\pi\delta}^{2\pi\delta}\int_{0}^{2\pi}G_0\left(n\kappa;y,z,y_0,z_0\right)\alpha\left(y_0,z_0\right)\left[\delta_n^1E_1{}^2\left(2\kappa;y_0,z_0\right)E_1{}^*\left(3\kappa;y_0,z_0\right)+\right.\tag{12}$$

$$\left.+\delta_n^3\left\{E_1{}^3\left(\kappa;y_0,z_0\right)/3+E_1{}^2\left(2\kappa;y_0,z_0\right)E_1{}^*\left(\kappa;y_0,z_0\right)\right\}\right]dy_0dz_0+$$

$$+\overline{E_1}^{\text{inc}}\left(n\kappa;y,z\right)+\underline{E_1}^{\text{inc}}\left(n\kappa;y,z\right),\quad n=1,2,3.$$

Здесь

$$G_0\left(n\kappa;y,z;y_0,z_0\right)=\frac{i}{4\pi}\sum_{g=-\infty}^{\infty}\exp\left[i\left(\Phi_{g,n\kappa}\left(y-y_0\right)+\Gamma_{g,n\kappa}\left|z-z_0\right|\right)\right]\Big/\Gamma_{g,n\kappa}=$$

$$=\frac{i}{4\pi}\exp\left[i\Phi_{0,n\kappa}\left(y-y_0\right)\right]\sum_{g=-\infty}^{\infty}\exp\left[i\left(g\left(y-y_0\right)+\Gamma_{g,n\kappa}\left|z-z_0\right|\right)\right]\Big/\Gamma_{g,n\kappa},\quad n=1,2,3\tag{13}$$

— канонические функции Грина для невозмущенной квазипериодической задачи (10) ($\varepsilon_{n\kappa}\equiv1$, $n=1,2,3$) при условиях 1–5 [16]. При сравнении с каноническими функциями Грина квазиоднородной задачи [12] видно, что в случае квазипериодической задачи в (10) при условиях 1–5 и (11) следует положить $p\equiv0$, а в представлении (13) принять $g\equiv0$.

Подставляя в (12) выражения (2), (11), (13) с учетом разложений

$$\alpha\left(y,z\right)=\sum_{s=-\infty}^{\infty}\alpha_s\left(z\right)\exp\left(isy\right),\quad \varepsilon_{n\kappa}^{(\text{L})}\left(y,z\right)=\sum_{l=-\infty}^{\infty}\varepsilon_l^{(\text{L})}\left(n\kappa;z\right)\exp\left(ily\right),$$

система двумерных нелинейных интегральных уравнений (12) сводится к системе одномерных нелинейных интегральных уравнений Гаммерштейна второго рода с неизвестными функциями $U_p\left(n\kappa;z\right)\in L_2\left(-2\pi\delta,2\pi\delta\right)$, $p=0,\pm1,\pm2,\ldots$, $n=1,2,3$. Из этой системы одномерных нелинейных интегральных уравнений с использованием пересчетных формул

$$U_p\left(n\kappa;2\pi\delta\right)=a_{p,n\kappa}^{\text{inc}}+a_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}},\ U_p\left(n\kappa;-2\pi\delta\right)=b_{p,n\kappa}^{\text{inc}}+b_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}},\ p=0,\pm1,\pm2,\ldots,\ n=1,2,3$$

находятся комплексные амплитуды

$$\left\{a_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}},\quad b_{p,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\right\}_{\substack{p=0,\pm1,\pm2,\dots\\ n=1,2,3}}$$

рассеянных/генерируемых полей (11).

Параметры поля возбуждения (1), (2) на частотах $n\kappa$, $n=1,2,3$ выбираются так, чтобы в зависимости от процесса возбуждения нелинейного слоистого объекта рис. 1(а) индуцированная полем возбуждения нелинейная структура вдоль координаты y была продольно однородной или продольно периодической. Это позволяет с единых позиций исследовать соответственно квазиоднородные, см. (5), или квазипериодические, см. (8), рассеянные/генерируемые поля (11). Периодичность нелинейной структуры в задаче (10) при условиях 1–5 может быть задана (см. рис. 1(б)) соответствующим выбором параметров нелинейной диэлектрической проницаемости (3).

Развитый подход может быть применен при изучении энергетических свойств резонансного рассеивания и генерации волн слоистыми и периодическими средами, исследовании эффектов спонтанного формирования периодических структур, приближенном описании свойств лазерной плазмы, использован при создании новых электродинамических устройств.

2. Абсолютно прозрачные слоистые структуры и эффект перекачки энергии

Представлены результаты численных исследований, демонстрирующие резонансный эффект перекачки энергии колебания с частоты рассеяния в энергию колебания на частоте генерации для нелинейных, абсолютно прозрачных (в линейном приближении) деканализирующих и канализируюших слоев.

Выбраны следующие параметры нелинейного слоя и возбуждения: $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}=1$, $\delta=0.5$, $\kappa=1$ и $\alpha=-0.01$ при $\varphi_{0,\kappa}=0^0$ (для деканализирующего слоя), $\alpha=+0.01$ при $\varphi_{0,\kappa}=45^\circ$ (для канализирующего слоя), с амплитудами падающих плоских волн $a_{\kappa}^{\text{inc}}\neq 0$ и $a_{2\kappa}^{\text{inc}}=a_{3\kappa}^{\text{inc}}=b_{\kappa}^{\text{inc}}=b_{2\kappa}^{\text{inc}}=b_{3\kappa}^{\text{inc}}=0$.

Рассматривается падение плоской волны с амплитудой $a_{\kappa}^{\text{inc}}\neq 0$ на нелинейный слой (см. рис. 1(а)). При таком способе возбуждения структура остается продольно однородной. Выполняется условие фазового синхронизма (9) и продольной однородности нелинейного слоя (4) для квазиоднородных полей (5). В этом случае, также как в [12–15], применение квадратурных формул позволяет свести систему нелинейных интегральных уравнений (12) к системе комплексных нелинейных алгебраических уравнений второго рода

$$\left[\mathbf{I}_0-\mathbf{B}_{0,n\kappa}\left(\mathbf{U}_{0,\kappa},\mathbf{U}_{0,2\kappa},\mathbf{U}_{0,3\kappa}\right)\right]\mathbf{U}_{0,n\kappa}=\delta_n^1\mathbf{C}_{0,\kappa}\left(\mathbf{U}_{0,2\kappa},\mathbf{U}_{0,3\kappa}\right)+\delta_n^3\mathbf{C}_{0,3\kappa}\left(\mathbf{U}_{0,\kappa},\mathbf{U}_{0,2\kappa}\right)+\overline{\mathbf{U}}_{0,n\kappa}^{\text{inc}}+\underline{\mathbf{U}}_{0,n\kappa}^{\text{inc}},\quad n=1,2,3, \qquad (14)$$

где $\mathbf{U}_{0,n\kappa}=\left\{U_0\left(n\kappa;z_l\right)\right\}_{l=1}^{N}$ — векторы неизвестных искомых решений,

$$\{\{z_l\}_{l=1}^{N}: z_1=-2\pi\delta<\dots<z_l<\dots<z_N=2\pi\delta\}$$

— дискретный набор узлов интерполяции, $\mathbf{I}_0=\{\delta_l^m\}_{l,m=1}^{N}$ — единичная матрица, $\mathbf{B}_{0,n\kappa}\left(\mathbf{U}_{0,\kappa},\mathbf{U}_{0,2\kappa},\mathbf{U}_{0,3\kappa}\right)$ — нелинейные матрицы, $\mathbf{C}_{0,\kappa}\left(\mathbf{U}_{0,2\kappa},\mathbf{U}_{0,3\kappa}\right)$, $\mathbf{C}_{0,3\kappa}\left(\mathbf{U}_{0,\kappa},\mathbf{U}_{0,2\kappa}\right)$ — векторы правых частей определенные выбором квадратурной формулы,

$$\overline{\mathbf{U}}_{0,n\kappa}^{\text{inc}}=\left\{a_{0,n\kappa}^{\text{inc}}\exp\left[-i\Gamma_{0,n\kappa}\left(z_l-2\pi\delta\right)\right]\right\}_{l=1}^{N}\ \text{и}\ \underline{\mathbf{U}}_{0,n\kappa}^{\text{inc}}=\left\{b_{0,n\kappa}^{\text{inc}}\exp\left[+i\Gamma_{0,n\kappa}\left(z_l+2\pi\delta\right)\right]\right\}_{l=1}^{N}$$

— векторы определяемые полями падающего волнового пакета. Решение систнмы (14) может быть получено на основе блочно-итерационного метода, на каждом шаге которого решается система линеаризованных алгебраических уравнений.

Здесь при описании энергетических характеристик нелинейного слоя можем ограничиться анализом следующих величин:

$$R_{0,n\kappa}^{+}=\left|a_{0,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\right|^2\Big/\sum_{s=1}^{3}\left(\left|a_{0,s\kappa}^{\text{inc}}\right|^2+\left|b_{0,s\kappa}^{\text{inc}}\right|^2\right),\quad z>2\pi\delta,$$

$$R_{0,n\kappa}^{-}=\left|b_{0,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\right|^2\Big/\sum_{s=1}^{3}\left(\left|a_{0,s\kappa}^{\text{inc}}\right|^2+\left|b_{0,s\kappa}^{\text{inc}}\right|^2\right),\quad z<-2\pi\delta,$$

$$n=1,2,3$$

— коэффициенты рассеяния/генерации (или излучения) волн относительно полной интен-

сивности пакета возбуждения;

$$W_{0,n\kappa} = \left|a_{0,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\right|^2 + \left|b_{0,n\kappa}^{\text{scat/gen}}\right|^2,\ n = 1,2,3$$

— полная энергия рассеянных/генерируемых полей на частотах $n\kappa$;

$$W_{\{3:1\}} = W_{0,3\kappa} / W_{0,\kappa}$$

— доля энергии генерируемая в третью гармонику по сравнению с энергией, рассеянной первой гармоникой;

$$W_{\{3:123\}} = W_{0,3\kappa} \Big/ \sum_{n=1}^{3} W_{0,n\kappa}$$

— доля энергии генерируемая в третью гармонику относительно полной рассеянной энергией.

2.1. Абсолютно прозрачный деканализирующий слой

Энергетические и материальные параметры нелинейного абсолютно прозрачного в линейном приближении деканализирующего слоя приведены на рис. 2–4.

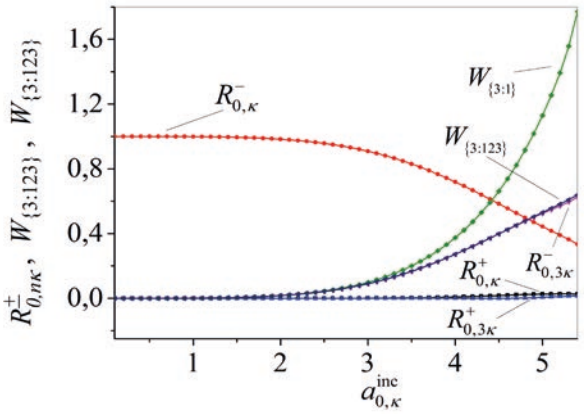
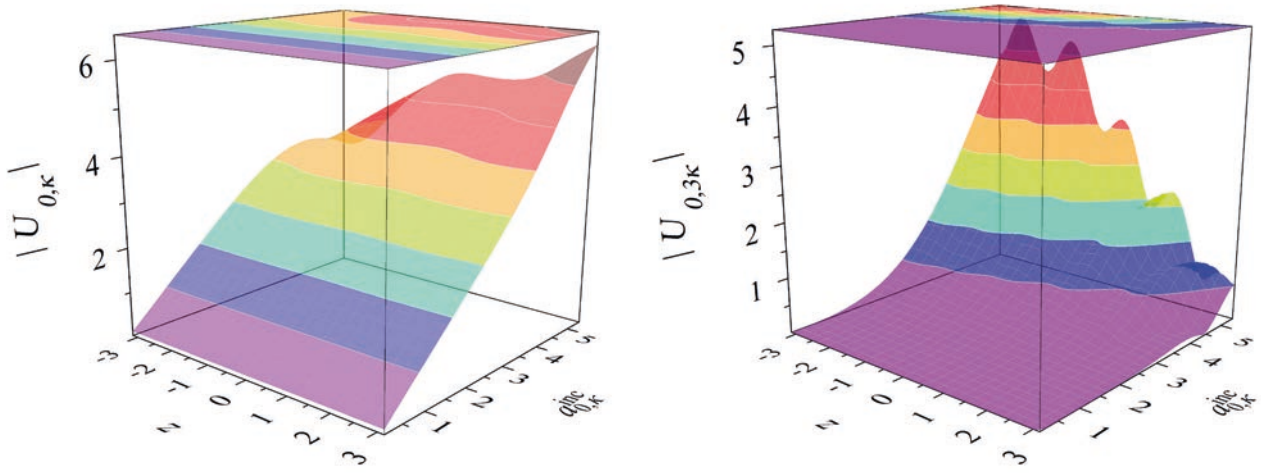


Рис. 2. *Энергетические характеристики деканализирующего слоя с параметрами:* $\varepsilon^{(\text{L})}_{n\kappa} = 1$, $\delta = 0.5$, $\alpha = -0.01$ *для* $\kappa = 1$, $\varphi_{0,\kappa} = 0^0$.

На рис. 2 приведены энергетические характеристики рассеянных и генерируемых колебаний, типичные для нелинейного, деканализирующего ($\alpha < 0$), абсолютно прозрачного (в линейном приближении) слоя. Здесь $W_{\{3:1\}} = 1.77202$ и $W_{\{3:123\}} = 0.63925$ при $a^{\text{inc}}_{0,\kappa} = 5.4$. То есть, $W_{\{3:1\}} > 177\%$ (доля энергии генерируемой в третью гармонику более чем в 1.77 раз превосходит энергию рассеянную первой гармоникой) и $W_{\{3:123\}} > 63\%$ (более 63% полной рассеянной энергии генерируется в третью гармонику).



а) б)

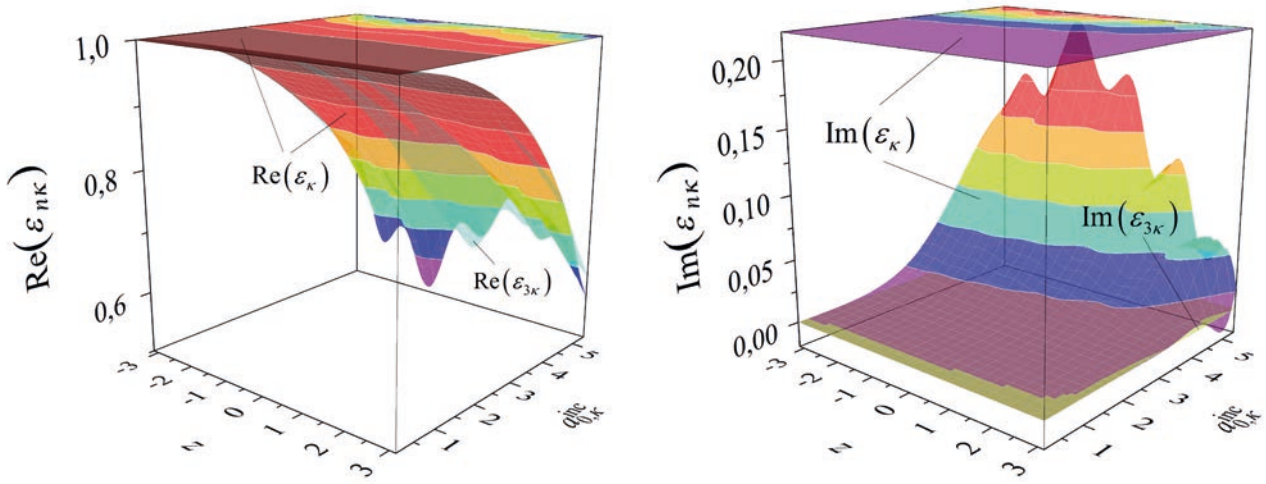
Рис. 3. *Амплитудные характеристики полей* (*а*) *рассеяния и* (*б*) *генерации в деканализирующем слое с параметрами:* $\varepsilon^{(\text{L})}_{n\kappa} = 1$, $\delta = 0.5$, $\alpha = -0.01$ *для* $\kappa = 1$, $\varphi_{0,\kappa} = 0^0$.

Динамика рассеянных и генерируемых полей с увеличением $a_{0,\kappa}^{\text{inc}}$ сопровождается изменением типа колебаний

$$\mathrm{H}_{0,0,2}\left(a_{0,\kappa}^{\text{inc}} \in [0.1, 5.3]\right) \rightarrow \mathrm{H}_{0,0,1}\left(a_{0,\kappa}^{\text{inc}} = 5.4\right),$$

см. рис. 3 (а) и

$$\mathrm{H}_{0,0,5}\left(a_{0,\kappa}^{\text{inc}} \in [3.0, 3.7]\right) \rightarrow \mathrm{H}_{0,0,6}\left(a_{0,\kappa}^{\text{inc}} \in [3.8, 4.0]\right) \rightarrow \mathrm{H}_{0,0,5}\left(a_{0,\kappa}^{\text{inc}} \in [4.5, 5.4]\right),$$ см. рис. 3(б).



а) *б*)

Рис. 4. *Диэлектрические проницаемости деканализирующего слоя с параметрами:* $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})} = 1$, $\delta = 0.5$, $\alpha = -0.01$ *для* $\kappa = 1$, $\varphi_{0,\kappa} = 0^0$.

Специфические свойства динамики диэлектрической проницаемости (3) изображены на рис. 4. В случае абсолютно прозрачного в линейном приближении $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})} = 1$, деканализирующего, нелинейного слоя величина $\mathrm{Re}(\varepsilon_{n\kappa}) < \mathrm{Re}(\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}) = 1$, $n = 1, 3$, см. (3) при $\alpha < 0$ и рис. 4(а). Вариация $\mathrm{Im}(\varepsilon_{\kappa})$, на рис. 4(б), характеризует затраты энергии на частоте возбуждения κ, которые ушли на генерацию поля третьей гармоники (см. $U_{0,3\kappa}$ на рис. 3(б)). Поле $U_{0,3\kappa}$ на утроенной частоте 3κ предполагается слабым, поэтому $\mathrm{Im}(\varepsilon_{3\kappa}) \equiv 0$, см. (3) и рис. 4(б). Аналогичные эффекты ранее были отмечены в [12–15].

2.2. Абсолютно прозрачный канализирующий слой

Энергетические и материальные параметры нелинейного абсолютно прозрачного в линейном приближении канализирующего слоя приведены на рис. 5–7.

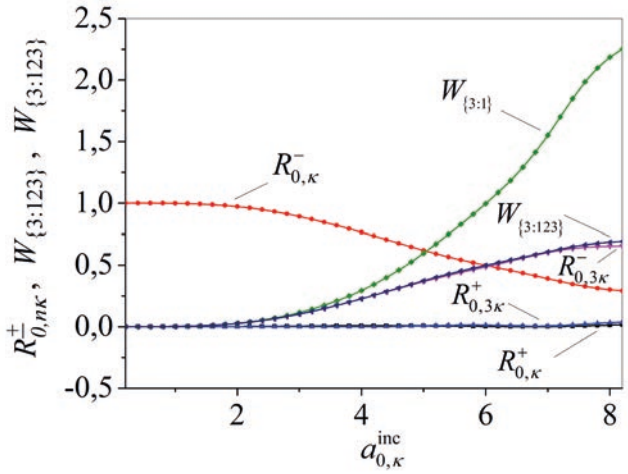
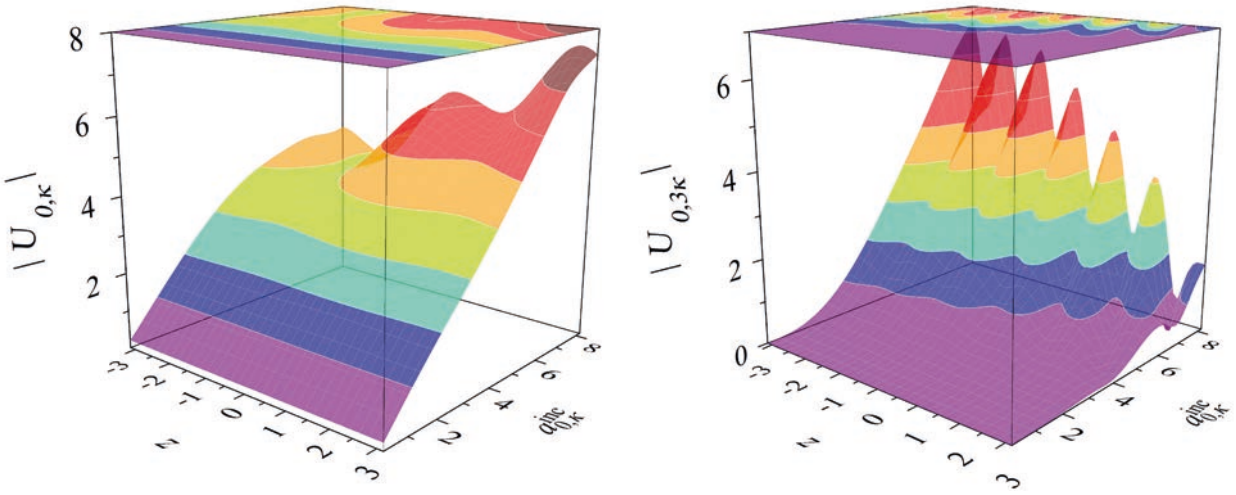


Рис. 5. *Энергетические характеристики канализирующего слоя с параметрами:* $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})} = 1$, $\delta = 0.5$, $\alpha = +0.01$ *для* $\kappa = 1$, $\varphi_{0,\kappa} = 45^0$.

На рис. 5 приведены типичные характеристики рассеянных и генерируемых колебаний нелинейным, абсолютно прозрачным (в линейном приближении, с $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}(y,z)=1$) слоем.
Здесь

$$W_{\{3:1\}}=2.251321 \text{ и } W_{\{3:123\}}=0.692433 \text{ при } a_{0,\kappa}^{\mathrm{inc}}=8.2.$$

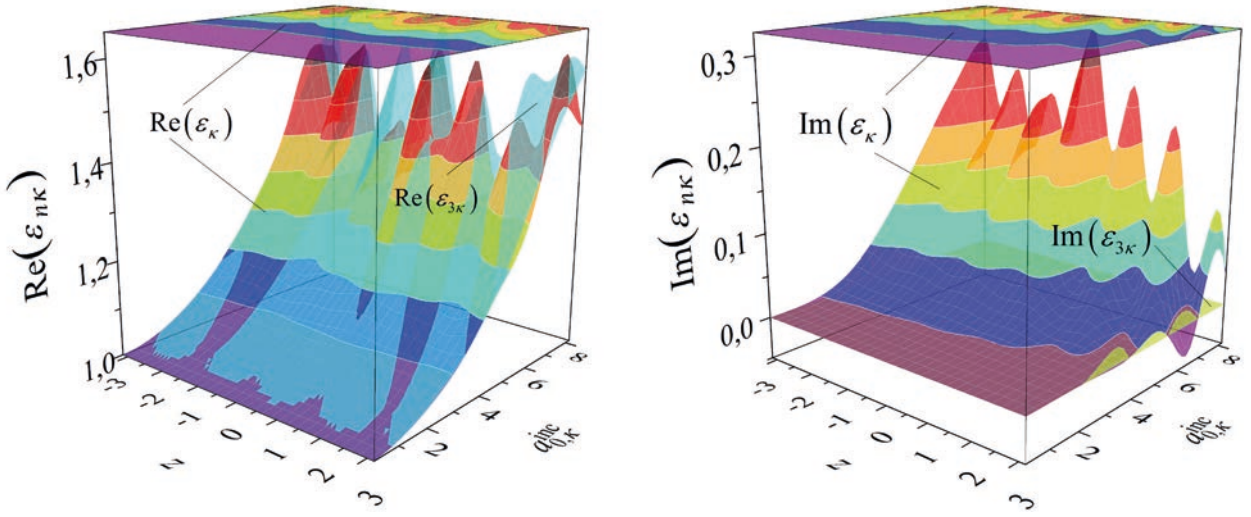
Таким образом, $W_{\{3:1\}}>225\%$ (доля энергии генерируемой в третью гармонику более чем в 2.25 раз превосходит энергию рассеянную первой гармоникой) и $W_{\{3:123\}}>69\%$ (более 69% полной рассеянной энергии генерируется в третью гармонику).



а) *б*)

Рис. 6. *Амплитудные характеристики полей* (*а*) *рассеяния и* (*б*) *генерации в канализирующем слое с параметрами:* $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}=1$, $\delta=0.5$, $\alpha=+0.01$ *для* $\kappa=1$, $\varphi_{0,\kappa}=45^0$.

Динамика рассеянных и генерируемых полей с ростом $a_{0,\kappa}^{\mathrm{inc}}$ сопровождается изменением типов колебаний $\mathrm{H}_{0,0,2}\left(a_{0,\kappa}^{\mathrm{inc}}\in[0.2,2.4]\right) \rightarrow \mathrm{H}_{0,0,3}\left(a_{0,\kappa}^{\mathrm{inc}}\in(2.4,8.2]\right)$, см. рис. 6(а), и $\mathrm{H}_{0,0,5}\left(a_{0,\kappa}^{\mathrm{inc}}=2.6\right) \rightarrow \mathrm{H}_{0,0,6}\left(a_{0,\kappa}^{\mathrm{inc}}=4.2\right) \rightarrow \mathrm{H}_{0,0,7}\left(a_{0,\kappa}^{\mathrm{inc}}=8\right)$, см. рис. 6(б).



а) *б*)

Рис. 7. *Диэлектрические проницаемости канализирующего слоя с параметрами:* $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}=1$, $\delta=0.5$, $\alpha=+0.01$ *для* $\kappa=1$, $\varphi_{0,\kappa}=45^0$.

Особенности динамики диэлектрической проницаемости (3) нелинейной слоистой среды отображены на рис. 7. В случае абсолютно прозрачного в линейном приближении $\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}=1$, канализирующего, нелинейного слоя величина $\mathrm{Re}(\varepsilon_{n\kappa})>\mathrm{Re}\left(\varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}\right)=1$, $n=1,3$, см. (3) при $\alpha>0$ и рис. 7(а).

Вариация $\mathrm{Im}(\varepsilon_{\kappa})$, на рис. 7(б), характеризует затраты энергии на частоте возбуждения κ ушедшие на генерацию поля третьей гармоники (см. $U_{0,3\kappa}$ на рис. 6(б)). Поле $U_{0,3\kappa}$ на утроенной частоте 3κ предполагается слабым, поэтому $\mathrm{Im}(\varepsilon_{3\kappa})\equiv 0$, см. (3) и рис. 7(б). Подобные закономерности отмечены в [12–15].

Результаты вычисления энергетических и материальных характеристик рассеяния и генерации волн нелинейными кубически поляризуемыми слоями получены при решении системы одномерных нелинейных интегральных уравнений Гаммерштейна второго рода. Применение квадратурной формулы Симпсона сводит их к системе нелинейных алгебраических уравнений (14). Численный анализ (14) проведен на основе самосогласованного блочно-итерационного алгоритма [12–15]. В исследуемом диапазоне параметров задач рассматривались системы уравнений 101-го порядка. Относительная ошибка вычислений не превосходила величины 10^{-7}. В рассматриваемых случаях $\mathrm{Im}\ \varepsilon_{n\kappa}^{(\mathrm{L})}(y,z)\equiv 0$ (не поглощающей среды), соотношение энергетического баланса $\sum_{n=1}^{3}\left(R_{0,n\kappa}^{+}+R_{0,n\kappa}^{-}\right)=1$ проверено численно. Абсолютная ошибка $\left|1-\sum_{n=1}^{3}\left(R_{0,n\kappa}^{+}+R_{0,n\kappa}^{-}\right)\right|$ не превосходила 10^{-8}.

Заключение

Предложен единый подход анализа резонансных процессов рассеяния и генерации колебаний поперечно слоистыми и продольно периодическими средами. Развитая математическая модель позволяет с общих позиций исследовать свойства нелинейных слоистых и периодических объектов. В частности, она может быть использована при исследовании эффектов спонтанного формирования периодических структур. В самосогласованном виде решены задачи резонансного рассеяния и генерации волн изотропными нелинейными кубически поляризуемыми слоями при воздействии плоской электромагнитной волны. Обнаружены эффекты перекачки более 60% энергии падающего поля в генерируемое поле для нелинейных, абсолютно прозрачных (в линейном приближении) деканализирующих и канализирующих слоев. Развитая математическая модель и полученные результаты представляют интерес при приближенном описании свойств лазерной плазмы.

Список литературы

1. *Шеен И. Р.* Принципы нелинейной оптики. М: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.
2. *Gibbs, H. M.* Optical Bistability: Controlling Light with Light. New York: Academic Press, 1985.
3. *Kivshar, Y. S., Agrawal, G. P.* Optical Solitons. From Fibers to Photonic Crystals. New York: Academic Press, 2003.
4. *Siegel, P. H.* Terahertz Technology // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2002. Vol. 50. No. 3. P. 910–928.
5. *Reimann, K.* Table-Top Sources of Ultrashort THz Pulses // Rep. Prog. Phys. 2007. Vol. 70. P. 1597–1632.
6. *Gavrilenko, V. I.* Optics of Nanomaterials. Singapore: Pan Stanford Publishing, 2011.
7. *Dumin, O. M., Tretyakov, O. A., Akhmedov, R. D., and Dumina, O. O.* Evolutionary Approach for the Problem of Electromagnetic Field Propagation Through Nonlinear Medium // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. 2014. Вип. 24. № 1115. С. 23–28.
8. *Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., and Tuz, V. R.* Optical Bistability in a Grating with Slits Filled Nonlinear Media // Progress in Electromagnetics Research M. 2014. Vol. 35. P. 133–139. doi: 10.2528/PIERM14012606
9. *Валовик Д. В., Смирнов Ю. Г.* Распространение электромагнитных волн в нелинейных слоистых средах. Пенза: Изд-во ПензГУ, 2010.
10. *Кравченко В. Ф., Яцик В. В.* Эффекты резонансного рассеяния волн слоистой диэлектрической структурой с нелинейностью типа Керра // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т. 12. № 12. С. 17–40.
11. *Shestopalov, Y. V., Yatsyk, V. V.* Diffraction of Electromagnetic Waves by a Layer Filled with a Kerr-Type Nonlinear Medium // Journal of Nonlinear Mathematical Physics. 2010. Vol. 17. No. 3. P. 311–335. doi: 10.1142/S1402925110000921
12. *Angermann, L., Yatsyk, V. V.* Generation and Resonance Scattering of Waves on Cubically Polarisable Layered Structures // Numerical Simulations — Applications, Examples and Theory / Edited by Lutz Angermann. Rijeka: InTech, 2011. Chapter 8. P. 175–212. doi: 10.5772/13226
13. *Ангерман Л.,* Яцик В. В. Влияние слабых полей кратных частот на процесс резонансного рассеяния и генерации колебаний нелинейными слоистыми структурами // Физические основы приборостроения. 2013. Т. 2. № 1. С. 48–71.
14. *Ангерман Л., Кравченко В. Ф., Пустовойт В. И., Яцик В. В.* Резонансное рассеяние и генерация колебаний канализирующими нелинейными слоистыми средами // ДАН, 2013. Т. 453. № 5. С. 496–500. (English Translation: *Angermann, L., Kravchenko, V. F., Pustovoit, V. I., and Yatsyk, V. V.* Resonance Scattering and Generation of Oscillations by Channeling

Nonlinear Layered Media // Doklady Physics. 2013. Vol. 58. No. 12. P. 535–539). doi: 10.1134/S1028335813120045
15. *Angermann, L., Yatsyk, V. V.* The Multifunctional Process of Resonance Scattering and Generation of Oscillations by Nonlinear Layered Structures // Cogent Physics. 2016. Vol. 3. No. 1. P. 1–19. doi: 10.1080/23311940.2016.1158342
16. *Шестопалов В. П., Сиренко Ю. К.* Динамическая теория решеток. Киев: Наук. думка, 1989.
17. *Kleinman, D. A.* Nonlinear Dielectric Polarization in Optical Media // Phys. Rev. 1962. Vol. 126. P. 1977–1979.

Поступила 7 февраля 2017 г.

ABOUT ONE APPROACH TO THE ANALYSIS OF RESONANT SCATTERING AND WAVE GENERATION BY NONLINEAR LAYERED AND PERIODIC STRUCTURES

L. ANGERMANN, V.V. YATSYK, AND M.V. YATSYK

doi: 10.25210/jfop-1701-106117

Nonlinear dielectrics with controllable permittivity have been intensively studied in the past decades and have now found wide applications in many areas of optics and electronics. To the best knowledge of the authors, in most of the existing scientific papers about nonlinear media and objects only the scattering properties are investigated. These include studies that analyze resonant scattering properties of nonlinear layered media with the well-known Kerr nonlinearity. In the resonance region, the analysis of such problems reduces to the solution of nonlinear boundary value problems. The next stage of research involves the investigation of the resonant properties of scattering and generation of waves by nonlinear layered structures. This leads to the need of solving systems of nonlinear boundary-value problems in a self-consistent way.

This paper presents a mathematical model as well as computational results of the dynamics of resonant scattering and wave generation for the situation in which a dielectric object, consisting of nonlinear, cubically polarizable, both transversely layered and longitudinally periodic, absolutely transparent (in the linear approximation), decanalizing and canalizing media, is excited by packets of quasihomogeneous and quasiperiodic waves. The model enables to study the properties of such an object from a general point of view.

The computational results are obtained within the developed framework of self-consistent solution of the systems of nonlinear boundary value problems. Calculations near the resonance frequencies of scattering and generation demonstrate the transfer effect from the wave energy at the scattering frequency to the wave energy at the generation frequency for nonlinear, decanalizing and canelizing layers that are absolutely transparent (in the linear approximation). The results obtained can be used to study the properties of laser plasma and to describe the processes of spontaneous formation of periodic structures.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ, НАПРАВЛЯЕМЫХ В РЕДАКЦИЮ ЖУРНАЛА «ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

1. К публикации принимаются оригинальные работы, не предназначенные для публикации в других изданиях.
2. Необходимы следующие материалы:
   - сопроводительное письмо,
   - акт экспертизы,
   - соответствующий индекс универсальной десятичной классификации (УДК) литературы,
   - название на русском и английском языках,
   - фамилии и инициалы авторов на русском и английском языках (фамилии следуют в алфавитном порядке),
   - аннотацию на русском и английском языках,
   - ключевые слова на русском и английском языках,
   - краткое содержание статьи (реферат) на русском и английском языках объёмом 1–2 с,
   - текст статьи вместе с рисунками и таблицами,
   - список литературы в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008,
   - краткие сведения об авторах, включающие контактный телефон, фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень (звание), место работы, служебные и домашние адреса авторов с обязательным указанием почтового индекса и номеров телефонов, адрес электронной почты (на отдельной странице на русском и английском языках).
3. Статья представляется в виде файлов формата **MS Word 97-2003** (***.doc**) и одного экземпляра распечатки с полуторным межстрочным интервалом. Файлы могут быть записаны на оптический (CD, DVD) носитель, а также высланы по электронной почте редакции. Статья должна иметь сквозную нумерацию.
4. При наборе текста используются стандартный True Type шрифт — Times New Roman. Устанавливаемый размер бумаги — А4 (210×297 мм).
5. Формульные выражения, а также отдельные символы выполняются исключительно в редакторе формул **MathType**.
6. Иллюстрации выполняют в виде **графических файлов** (цветных/черно-белых) в **растровом** (*.tiff **с сжатием без потери качества** (LZW) или *.png) или **векторном** формате. Разрешение изображений дложно быть не хуже **300 dpi** и шириной не менее 8 см (абсолютные размеры изображения **не менее 1000×1000 точек**). Все иллюстрации сопровождаются подрисуночными подписями (не повторяющими фразы-ссылки на рисунки в тексте), включающими в себя номер, название и при необходимости условные обозначения.
   Рисунки должны соответствовать следующими требованиями:
   - буквенные и цифровые обозначения на рисунках по **начертанию** и **размеру** должны соответствовать обозначениям в тексте статьи,
   - текстовая информация и условные обозначения выносятся из рисунка в текст статьи или подрисуночные подписи,
   - для оформления рисунков **не допускается применять средства рисования Word**, а также таблицы. Режим обтекания только «в тексте» с выравниванием по центру.

   Иллюстрации должны быть включены в текст и обязательно представлены отдельными графическими файлами.
7. Термины, определения и единицы физических величин должны соответствовать действующим ГОСТ.
8. В формулах латинские буквы следует набирать курсивом, а цифры, греческие строчные и прописные символы прямо. Векторы и матрицы следует набирать прямыми жирным шрифтом; «exp(·)» в значении экспоненты набирать прямым светлым шрифтом. В индексах сокращения от русских и английских слов следует набирать прямым шрифтом.
9. Формулы нумеруются в круглых скобках (например, (2)), литературные ссылки в прямых — [2], подстрочные замечания оформляются сноской.
10. На последней странице рукописи должны быть подписи всех авторов.
11. Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.
12. Рукописи, в которых не соблюдены данные требования, возвращаются авторам без рассмотрения.
13. Редакция оставляет за собой право использовать наиболее интересные статьи в периодических тематических сборниках библиотек журнала. Предоставление редакции рукописи является подтверждением согласия автора на указанное выше использование его произведения.
14. Авторы статей несут ответственность за полноту и достоверность цитируемой в них литературы, а также за публикацию заимствованного материала без ссылки на источник.
15. За достоверность сведений, изложенных в публикациях, редакция и издатель ответственности не несут.
16. За публикацию материалов, содержащих закрытые сведения, авторы несут персональную ответственность на основании действующих законодательных актов.
17. Итоговое решение об одобрении или отклонении представленного в редакцию материала принимается редакционной коллегией и является окончательным.

E-mail: info@jfop.ru, http://www.jfop.ru

РУБРИКИ ЖУРНАЛА

Обзоры
Reviews

Математическое моделирование физических процессов
Mathematical Modeling of Physical Processes

Приборы и методы быстропротекающих физических процессов
Devices and Methods of Fast-Proceeding Physical Processes

Приборы и методы оценки погрешности физических величин
Devices and Methods of an Assessment of an Error of Physical Values

Приборы и методы физики и техники СВЧ диапазона
Microwave Range Devices and Methods of Physics and Techniques

Приборы и методы измерений в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах
Devices and Methods of Measurements in Millimeter and Submillimeter Ranges

Лазерная физика и техника
Laser Physics and Technique

Приборы и методы дистанционного зондирования
Devices and Methods of Remote Sensing

Радиолокационные средства и системы
Radars and Systems

Физические основы приборов и устройств метрологии
Physical Bases of Metrology Instruments and Devices

Проблемы оптического приборостроения на основе метаматериалов
Problems of Optical Instrumentation on the Basis of Metamaterials

Проблемы обработки сигналов и изображений в акустооптике и радиофизике
Problems of Signal and Image Processing in Acousto-Optics and Radiophysics

Проблемы атомной науки и техники
Problems of Atomic Science and Technology

Информационно-измерительные системы
Information-Measuring System

Методы радиолокационных и радиометрических измерений
Methods of Radar and Radiometric Measurements

Физические основы космического приборостроения
Physical Bases of Space Instrumentation

Физические основы приборостроения для биологии и медицины
Physical Bases of Instrumentation for Biology and Medicine

Методы высокоточных измерений и воспроизведения физических величин
Methods of High-Precision Measurements and Reproduction of Physical Values

Приборы и методы экспериментальной физики
The devices and methods of experimental physics

Физические основы приборов и устройств
Physical Bases of Instruments and Devices

Приборы и устройства
Instruments and Devices

Оптические материалы и технологии
Optical Materials and Technologies

Спектральные методы и устройства
Spectral Methods and Devices

Акустооптические и оптоакустические методы и устройства
Acousto-optic and Opto-Acoustic Methods and Devices

Физика плазмы в приборостроении
Plasma Physics in Instrumentation

Физика и техника плазмы
Physics and Technique of Plasma

Новые математические и физические методы
New Mathematical and Physical Methods

R-функции, атомарные функции, вейвлеты, фракталы и хаос в физике и технике
R-functions, Atomic Functions, Wavelets, Fractals, and Chaos in Physics and Engineering

Электродинамика искусственных сред и структур
Electrodynamics of Artificial Materials and Structures

Электродинамика низко и высокотемпературных сверхпроводящих структур
Electrodynamics of Low- and High-Temperature Superconducting Structures

Новости науки
Science News

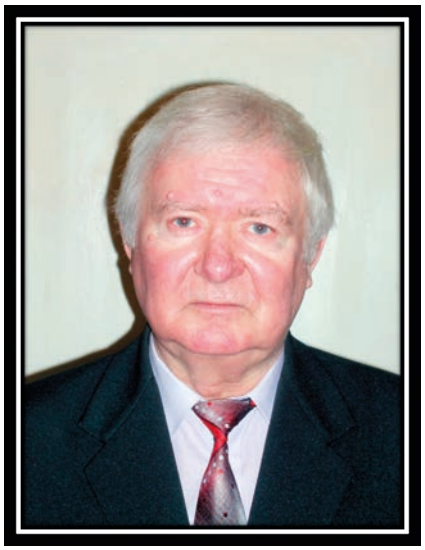
Краткие сообщения
Brief Communications

Памятные даты
Memorable Dates

Наши юбиляры
Our Hero of the Day

В помощь экспериментатору
To Help the Experimenter

Информация
Information



2 мая 2017 года на 74-м году жизни скоропостижно скончался замечательный, светлой души человек, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Фрязинского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, заведующий отделом 13 **Шатров Александр Дмитриевич**. Он являлся выдающимся ученым, специалистом в области волноведущих структур и дифракции электромагнитных волн от СВЧ до оптики. Неоценим его вклад как преподавателя МФТИ.

Александр Дмитриевич родился 5 октября 1943 года в селе Владимировка Хворостянского района Куйбышевской области, в семье учителей. После окончания войны семья переехала в г. Алушту, где он окончил школу. В 1961 году Александр Дмитриевич поступил в Московский физико-технический институт. После окончания института и аспирантуры МФТИ в 1970 году был направлен на работу в Институт радиотехники и электроники Академии наук СССР. В 1971 году А.Д. Шатров под руководством профессора Б.З. Каценеленбаума защитил кандидатскую диссертацию, посвященную дискретным представлениям полей в открытых волноводах. Развитый в диссертации подход позволил, в частности, провести расчеты низкочастотных полей в подводных акустических волноводах. За время работы в институте А.Д. Шатров последовательно прошел путь от младшего до главного научного сотрудника.

Круг научных интересов Александра Дмитриевича был очень широким. Начиная с 1972 года, он внес определяющий вклад в разработку лучевой теории многомодовых световодов, включая теорию статистически нерегулярных, а также фотоннокристаллических световодов. По результатам этих исследований им защищена в 1981 году докторская диссертация. Позже стал заниматься теорией конструктивного синтеза резонаторных антенн. Здесь им были получены два Патента РФ. С 1991 года А.Д. Шатров в сотрудничестве с коллегами исследовал киральные электродинамические структуры на основе многозаходных проволочных спиралей. По результатам этого цикла исследований награжден Дипломом лауреата Премии за 2000 год Международной академической издательской компании «Наука/Интерпериодика» за лучшую публикацию в издаваемых ею журналах. Последние годы А.Д. Шатров активно развивал электродинамическую теорию объектов из метаматериалов. На основании этих исследований предсказано существование в таких объектах высокодобротных низкочастотных резонансов ближних полей.

Тонкую физическую интуицию и блестящую математическую подготовку Александра Дмитриевича отмечал его учитель Борис Захарович Каценеленбаум, отзываясь о нем, как о талантливейшем исследователе, который с первых шагов работы отличался самостоятельностью и глубиной проникновения при решении любых научных проблем.

Следует отметить доброжелательность и отзывчивость Александра Дмитриевича. С ним всегда было приятно работать и просто общаться.

Научные результаты исследований А.Д. Шатрова опубликованы в четырех монографиях и более чем в 150 статьях.

Александр Дмитриевич плодотворно совмещал научную работу с преподавательской деятельностью в МФТИ и МГУЛ, трое из его аспирантов защитили кандидатские диссертации. Он являлся членом диссертационного Ученого совета ИРЭ им. В.А. Котельникова.

Редакция журнала, коллеги и друзья выражают искренние соболезнования его родным и близким. Светлая память об Александре Дмитриевиче Шатрове навсегда сохранится в наших сердцах!

◊

ISSN 2225-4293
17001 >
9 772225 429003

http://jfop.ru
http://dx.doi.org/10.25210/jfop-1701