ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

ISSN: 2225-4293

2015. Том 4. № 1

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ. 2015. Т. 4. № 1

Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

К 95-летию Якова Соломоновича Шифрина

23 апреля 2015 г. исполнилось 95 лет известному ученому в области радиофизики и прикладной электродинамики, Заслуженному деятелю науки и техники Украины, лауреату премии А.С. Попова Академии наук СССР, доктору технических наук, профессору **Якову Соломоновичу Шифрину**.

Я. С. Шифрин родился в г. Мстиславле (Белоруссия). В 1941 г. окончил Ленинградский государственный университет и с началом Великой Отечественной войны ушел ополченцем на защиту Ленинграда. Во время войны был откомандирован в Военную Краснознаменную академию связи им. С. М. Буденного, которую окончил с отличием в 1944 г., а затем снова воевал до победы.

В 1951 г. Я. С. Шифрин окончил адъюнктуру в Артиллерийской радиотехнической академии (АРТА) ПВО им. Л. А. Говорова и остался там работать преподавателем. Затем с 1957 по 1980 гг. являлся начальником кафедры антенн и распространения радиоволн. В настоящее время Я. С. Шифрин работает главным научным сотрудником в Харьковском национальном университете радиоэлектроники (ХНУРЭ).

Яков Соломонович внес фундаментальный вклад в ряд направлений современной радиофизики и радиоэлектроники. Он является основателем статистической теории антенн. Его монография «Вопросы статистической теории антенн» (М.: Сов. радио, 1970) была переведена на английский язык и опубликована в США («Statistical Antenna Theory», Boulder: Golem Press, 1971). В 1983 г. Президиум АН СССР присудил Якову Соломоновичу премию им. А. С. Попова. В 1998 г. Я. С. Шифрин был избран (первым среди специалистов по антеннам на постсоветском пространстве) действительным членом международного общества инженеров по электротехнике и электронике с формулировкой «За фундаментальный вклад в теорию и технологию антенн». В 2008 г. стал пожизненным членом этого общества.

Еще одним направлением фундаментальных исследований Я. С. Шифрина и его школы явились первые в СССР экспериментальные исследования дальнего тропосферного распространения радиоволн. Они выполнялись в течение длительного времени (1956–1962 гг.) на трассах различной протяженности, в разных диапазонах волн и в различное время года. Полученные результаты изложены в коллективной монографии «Дальнее тропосферное распространение ультракоротких волн» (М.: Сов. радио, 1965), получившей широкую известность и высокую оценку специалистов.

Много времени Яков Соломонович со своими учениками посвятил разработке теории антенн с нелинейными элементами (АНЭ). Актуальность этих исследований связана, во-первых, с внедрением в радиотехническую практику разных типов АНЭ: антенн-выпрямителей (ректенн), смесительных антенн, антенн-умножителей, антенн-генераторов; во-вторых, с проблемой электромагнитной совместимости. Результаты этих исследований нашли применение при построении ректенных систем, являющихся оконечными устройствами систем беспроводной передачи энергии.

Я. С. Шифрин и его ученики внесли большой вклад в проблему диагностики фазовых антенных решеток (ФАР). Ими предложено два новых метода бесфазовой диагностики ФАР, которые представляются наиболее перспективными из всех методов, описанных в литературе к настоящему времени. Важное практическое значение имеет разработанный экспериментальный метод определения матрицы взаимовлияния излучателей ФАР. Зная эту матрицу, можно уже на этапе разработки ФАР предусмотреть алгоритмическую компенсацию эффектов взаимовлияния излучателей, что существенно облегчит реализацию сканирования луча ФАР в широком секторе.

Более 50 лет Я. С. Шифрин вел активную преподавательскую работу в Военно-инженерной академии им. Л. А. Говорова (бывшей АРТА) и в ХНУРЭ. Им написано много высококачественных учебных пособий, среди которых выделяется книга «Антенны» (Харьков: изд-во ВИРТА им. Л. А. Говорова, 1976), которая служила и до сих пор является настольным учебником в ряде военных и гражданских вузов стран СНГ. Многие годы Я. С. Шифрин был членом различных методических и научных межведомственных советов по антеннам, распространению радиоволн, радиофизике. Является членом редколлегии ряда авторитетных научных журналов по радиоэлектронике в России и Украине.

Я. С. Шифрин — автор около 250 открытых научных работ, в том числе 16 монографий.

Под его руководством или при его существенной помощи были защищены свыше 20 докторских и более 50 кандидатских диссертаций.

Глубокого признания заслуживает научно-организационная деятельность Якова Соломоновича и помощь, которую он на протяжении многих лет оказывает ряду вузов стран СНГ. Это, в частности, нашло отражение в том, что он, будучи почетным профессором ХНУРЭ, был выбран также почетным профессором Севастопольского технического университета, Южного Федерального университета, Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева, а также почетным доктором Харьковского национального университета им. В. Н. Каразина.

Особо следует отметить большую многолетнюю работу, проводимую Я. С. Шифриным по организации и проведению международных антенных конференций (ICATT). К настоящему времени проведено уже девять таких конференций, которые стали преемниками известных «пистолькорсовских» антенных конференций, проходивших ранее в СССР на протяжении многих лет. В 2002 г. Яков Соломонович инициировал проведение новых конференций по сверхширокополосным и сверхкоротким импульсным сигналам. В 2014 г. была проведена седьмая подобная конференция. Труды этих конференций издаются на английском языке и распространяются по всему миру.

Научные и организационные заслуги Я. С. Шифрина высоко оценила Международная научная общественность. В 2014 г. Европейская микроволновая ассоциация присудила ему награду (именную медаль) «За выдающуюся профессиональную деятельность».

Редколлегия и редакция журнала поздравляют Якова Соломоновича со славным юбилеем, от всей души желают ему крепкого здоровья и больших творческих успехов!

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

Издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук

Журнал зарегистрирован 15 февраля 2000 г. Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовой информации

Свидетельство о регистрации ПИ № 77–1685

Физические Основы Приборостроения

2015. Том 4. № 1

ISSN: 2225–4293

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Пустовойт В.И., гл. редактор, академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Кравченко В.Ф., зам. гл. редактора, д.ф.–м.н., проф.
Белоцерковский О.М., академик РАН
Боголюбов А.Н., д.ф.–м.н., проф.
Боритко С.В., д.ф.–м.н., проф.
Виноградов Е.А., член-корр. РАН, д.ф.–м.н., проф.
Гуляев Ю.В., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Дмитриев А.С., д.ф.–м.н., проф.
Дианов Е.М., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Жижин Г.Н., д.ф.–м.н., проф.
Компанец О.Н., д.ф.–м.н., проф.
Кошкин В.И., д.ф.–м.н., проф.
Крохин О.Н., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Кутуза Б.Г., д.ф.–м.н., проф.
Лукин Д.С., д.ф.–м.н., проф.
Мазур М.М., д.т.н.
Морозов А.Н., д.ф.–м.н., проф.
Панас А.И., д.ф.–м.н., проф.
Пожар В.Э., д.ф.–м.н.
Садовничий В.А., академик РАН, д.ф.–м.н., проф.
Самохин А.Б., д.ф.–м.н., проф.
Сидняев Н.И., д.т.н., проф.
Синявский Г.П., д.ф.–м.н., проф.
Федоров И.Б., академик РАН, д.т.н., проф.
Филачев А.М., член-корр. РАН, д.т.н., проф.
Шатров А.Д., д.ф.–м.н., проф.
Холодов А.С., член корр. РАН, д.ф.–м.н., проф.

ЗАРУБЕЖНЫЕ ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

Буц В.А., д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Волосюк В.К., д.т.н., проф. (Украина)
Загородний А.Г., академик НАН Украины, д.ф.–м.н., профессор (Украина)
Клемм Р., проф. (Германия)
Кобаяши К., проф. (Япония)
Кураев А.А., д.ф.–м.н., проф. (Беларусь)
Луценко В.И., д.ф.–м.н., (Украина)
Миттра Р., проф. (США)
Перес-Меана Э., проф. (Мексика)
Пономарев В.И., д.т.н., проф. (Мексика)
Ра Д., проф. (Корея)
Сихвола А., (Финляндия)
Фисун А.И., д.ф.–м.н., проф. (Украина)
Хашимото М., проф. (Япония)
Шифрин Я.С., д.т.н., проф. (Украина)
Яковенко В.М., академик НАН Украины, д.ф.–м.н., проф. (Украина)

EDITORIAL BOARD

Pustovoit, V. I., Editor-in-Chief, Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Kravchenko, V. F., Deputy Editor-in-Chief, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Belotserkovskii, O.M., Academician of RAS
Bogolyubov, A.N., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Boritko, S. V., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Vinogradov, E. A., Corresponding Member of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Gulyaev, Yu.V., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Dmitriev, A.S., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Dianov, E. M., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Zhizhin, G. N., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Kompanets, O. N., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Koshkin, V. I., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Krohin, O. N., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Kutuza, B. U., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Lukin, D.S., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Mazur, M. M., Dr. Sci. (Techn.)
Morozov, A. N., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Panas, A.I., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Pozhar, V. E., Dr. Sci. (Phys.–Math.)
Sadovnichiy, V.A., Academician of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Samokhin, A.B., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Sidnayev, N.I., Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Synyavskiy, G.P., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Fedorov, I. B., Academician of RAS, Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Filachev, A. M., Corresponding Member of RAS, Dr. Sci. (Techn.), Prof.
Shatrov, A.D., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Holodov, A. S., Corresponding Member of RAS, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.

FOREIGN EDITORIAL BOARD MEMBERS

Buts, V. A., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof. (Ukraine)
Volosyuk, V. K., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Ukraine)
Zagorodny, A. G., Academician NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof. (Ukraine)
Klemm, R., Prof. (Germany)
Kobayashi, K., Prof. (Japan)
Kuraev, A. A., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof. (Belarus)
Lutsenko, V. I., Dr. Sci. (Phys.–Math.) (Ukraine)
Mittra, R., Prof. (USA)
Perez-Meana, H., Prof. (Mexico)
Ponomarev, V. I., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Mexico)
Ra, J-W., Prof. (Korea)
Sihvola, A. H., Prof. (Finland)
Fisun, A. I., Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof. (Ukraine)
Hashimoto, M., Prof. (Japan)
Shifrin, Ya. S., Dr. Sci. (Techn.), Prof. (Ukraine)
Yakovenko, V. M., Academician NAS of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof. (Ukraine)

© НТЦ УП РАН, 2015

Адрес редакции: 117342, Москва, ул. Бутлерова, д. 15
www.physbi.ru
www.jfop.ru

Зав. редакцией: **Чуриков Д. В.**
Телефон редакции: **8 (495) 334–83–50**
E-mail: **red-fop@mail.ru**
Skype: **physbi**

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

NEW MATHEMATICAL AND PHYSICAL METHODS

Г.В. Белокопытов, А.Н. Боголюбов, Ж.О. Домбровская, Ю.Е. Терехов
Расчет электродинамических характеристик метаплёнки. Экспериментально–аналитический подход
5
G.V. Belokopytov, A.N. Bogolubov, Zh.O. Dombrovskayaa, and Yu.E. Terekhov
Calculations of electrodynamic characteristics of the metafilms: a combination of experimental and analytical approaches

В.Ф. Кравченко, Е.В. Кривенко, С.А. Левченко, В.И. Луценко
Смарт грид технология — основа модернизации системы водоснабжения для будущего устойчивого развития общества
12
V.F. Kravchenko, O.V. Krivenko, S.A. Levchenko, and V.I. Lutsenko
Smart Grid Technology is The Basis of Modernization of Water Supply System for The Future Sustainable Development of Society

В.И. Тимонин, Н.Д. Тянникова
Проверка однородности двух цензурированных выборок из наработок изделий, основанная на сравнении оценок Каплана-Мейера их функций надежности
30
V.I. Timonin, N.D. Tyannikova
The homogeneity testing of two censored samples of times to failure based on a comparison of the Kaplan-Meier estimates of reliability functions

МЕТОДЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ И РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

METHODS OF RADAR AND RADIOMETRIC MEASUREMENTS

В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко, Ву Та Кыонг, В.В. Павликов
Алгоритм обработки сверхширокополосных пространственно–временных радиометрических сигналов для оптимального оценивания дальности до участка пространственно–протяженного объекта
42
V.K. Volosyuk, V.F. Kravchenko, Vu Ta Cuong, and V.V. Pavlikov
Algorithm of Ultra–Wideband Spatio–Temporal Radiometric Signal Processing for Optimal Distance Estimation to Area of Spatially-Extended Object

М.А. Вонсович, В.В. Печенин, Ю.В. Съедина, К.А. Щербина
Сравнительный анализ показателей качества работы схем узкополосной фильтрации непрерывного доплеровского сигнала
56
M.A. Vonsovich, V.V. Pechenin, Yu.V. Syedina, and K.A. Scherbina
Comparative Analysis of the Continuous–Wave Doppler Signal Narrow–Band Filter Circuits Performance

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

DEVICES AND METHODS OF REMOTE SENSING

В.К. Иванов, А.Я. Матвеев, В.Н. Цымбал, С.Е. Яцевич
Радиолокационный мониторинг проявлений эоловой транспортировки песка и пыли в пустынных районах
63
V.K. Ivanov, A. Ya. Matveev, V.N. Tsymbal, and S.E. Yatsevich
Radar monitoring of aeolian sand and dust transporting manifestations in desert areas

Правила оформления публикаций и рукописей
78
Guidelines for Articles and Manuscripts

Рубрики журнала
80
Journal Sections

Сдано в набор 27.02.2015. Подписано в печать 10.04.2015.
Формат бумаги 420x297. Печать цифровая. Печатных листов 20.
Тираж 120 экз. Цена договорная.
Отпечатано «ООО DC Print», г. Подольск, ул. Мраморная 3, оф. 57.

Все права защищены. Перепечатка материалов журнала невозможна без письменного разрешения редакции.

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

УДК 51.73

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАПЛЁНКИ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

© Авторы, 2015

Г. В. Белокопытов — к.ф.-м.н., доцент, кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. E-mail: gvb@phys.msu.ru

А. Н. Боголюбов — д.ф.-м.н., проф., кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. E-mail: bogan7@yandex.ru

Ж. О. Домбровская — аспирантка, кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. E-mail: dombzhanna@yandex.ru

Ю. Е. Терехов — аспирант, кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. E-mail: yury.terekhov@gmail.com

Аннотация

Рассмотрены прямая и обратная задачи определения характеристик метаплёнок (двумерных периодических массивов субволновых частиц). Разработан алгоритм, позволяющий для достаточно широкого класса структур рассчитать коэффициенты прохождения и отражения метаплёнки для различных углов падения и периодов решетки. В качестве иллюстрации приводятся два примера решения «частной» обратной задачи, в которой падающая, прошедшая и отраженная волны поляризованы одинаково.

Ключевые слова: *метаматериалы, метаплёнки, обратная задача*

Abstract

Direct and inverse problems of a definition of characteristics for metafilms (two-dimensional periodic arrays of subwave particles) are considered. The algorithm, which permits to calculate transmission and reflection coefficients of the metafilm in rather wide class of structures for various angles of incidence and lattice periods, is developed. Two examples of the solution of a «private» inverse problem, in which incident, transmitted and reflected waves are polarized equally, are given as an illustration.

Key words: *metamaterials, metafilms, inverse problem*

Введение

Одной из актуальных задач прикладной физики является создание материалов, обладающих уникальными электромагнитными свойствами, не встречающихся у обычных природных материалов. Эту задачу призваны решить метаматериалы [1–4]: периодические структуры субволновых резонансных частиц, помещенных в диэлектрическую матрицу или расположенных на подложке. Характерные размеры микрорезонаторов a и расстояния между ними d много меньше, чем рабочая длина падающей электромагнитной волны λ

$$a,\ d \ll \lambda.$$

Электродинамические характеристики таких структур можно изменять варьируя период расположения или геометрические параметры частиц.

Двумерные метаматериалы называются метаплёнками или метаповерхностями. Основными электродинамическими характеристиками метаплёнок являются комплексные коэффициенты прохождения T и отражения R, зависящие от параметров падающей волны (частоты ω и угла падения θ) и геометрии структуры. Эти коэффициенты определяются для случая, когда падающая волна является плоской и однородной.

Для практических приложений важно уметь решать задачу синтеза метаплёнок с заданными спектральными свойствами. Она состоит в определении параметров частиц (комплексной проводимости и геометрии) и их взаимного расположения по заданным амплитудным характеристикам $T(\omega)$ и $R(\omega)$. Для этого производится многократное решение прямой задачи с направленно изменяемыми параметрами [5].

В прошедшие годы для расчета характеристик метаплёнок был разработан ряд численных алгоритмов, основанных на методах конечных разностей и конечных элементов [6–8]. В большинстве известных численных алгоритмов с целью ускорения расчетов моделирование электромагнитного поля внутри каждой частицы и в её окрестности производится для ячейки, размеры которой равны периоду структуры. На границах ячеек ставятся периодические граничные условия. Вычисления проводятся для фиксированного угла падения θ возбуждающей волны и фиксированного периода решетки d. При изменении угла падения или периода структуры приходится производить моделирование электромагнитного поля заново.

Альтернативой численному моделированию является аналитический подход [9,10]. Такой подход обладает рядом преимуществ, в частности, он существенно менее трудоемкий и легко интегрируется с натурным экспериментом. Однако при аналитическом подходе θ и d тоже фиксированы. Таким образом, при использовании его в задаче синтеза затраты на время счета и вычислительные ресурсы огромны. Поэтому, построение алгоритма, позволяющего рассчитать спектры $T(\omega,\theta,d)$ и $R(\omega,\theta,d)$ для произвольных θ и d, является актуальной задачей.

В данной работе предлагается экспериментально-аналитический подход к решению обратных задач для метаплёнок. Он состоит в определении параметров поляризуемости частиц по спектрам $T(\omega)$ и $R(\omega)$ и применим в том случае, когда падающая, прошедшая и отраженная волны имеют одну поляризацию. Такую обратную задачу будем называть «частной». Данный подход иллюстрируется на примере двух типов метаплёнок. Одна из них состоит из сферических частиц, другая — из планарных П-образных резонаторов.

1. Двухэтапный алгоритм решения прямой задачи

Для численного расчета электродинамических характеристик метаплёнок пригодны методы, разработанные для объемных метаматериалов (обзор этих методов содержится в [11]). Однако они не учитывают неидентичность размеров резонаторов в экспериментальном образце, обусловленную особенностями технологии изготовления и влияющую на итоговый отклик метаплёнки. В связи с этим для метаплёнок более адекватным представляется аналитический подход (развитый в [9, 10]), в соответствии с которым электродинамическая задача определения характеристик метаплёнки разбивается на два этапа. На первом этапе производится определение коэффициентов поляризуемости одиночных субволновых частиц, а на втором осуществляется переход к поверхностной плотности поляризуемости. Зная её, на основании эффективных граничных условий для метаплёнки, можно получить линейные уравнения для коэффициентов T и R. Рассмотрим двухэтапный алгоритм решения прямой задачи более подробно.

1.1. Поляризуемость одиночных частиц

Специфика первого этапа состоит в том, что хотя размеры частиц много меньше длины падающей волны, распределение электромагнитного поля в самих частицах сильно неоднородно, что обусловлено резонансным возбуждением в них связанных колебаний электромагнитного поля и электронно-ионных подсистем (поляритонов). Существенную неоднородность полей необходимо учитывать при выборе узлов квадратурных формул, по которым вычисляются интегралы для объемных и поверхностных дипольных моментов, во избежание повторного суммирования одних и тех же зарядов и токов.

Совокупность коэффициентов поляризуемости образует матрицу $\|\alpha\|$ размером 6×6, которая описывает линейную связь между комплексными амплитудами $\vec{E}$ и $\vec{H}$ электрического и магнитного полей, действующих на частицу, и индуцированными этими полями электрическими

и магнитными дипольными моментами $\vec{p}$ и $\vec{m}$

$$\begin{pmatrix} \vec{p}/\varepsilon_0 \\ Z\vec{m} \end{pmatrix} = \|\alpha\| \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = \begin{Vmatrix} \overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{e}} & \overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{em}} \\ \overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{me}} & \overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{m}} \end{Vmatrix} \begin{pmatrix} \vec{E} \\ Z\vec{H} \end{pmatrix}.$$

Здесь $\overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{e}}$ и $\overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{m}}$ — тензоры электрической и магнитной поляризуемости [12, 13], $\overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{em}}$ и $\overleftrightarrow{\alpha}_{\mathrm{me}}$ — тензоры магнитоэлектрической поляризуемости, которые отражают возможность возникновения электрического момента под действием стороннего магнитного поля и индуцированного магнитного момента — под действием стороннего электрического поля.

Для определения компонент матрицы поляризуемости резонатора произвольной формы можно воспользоваться методом, предложенным в [14]. Он основывается на численном решении задачи рассеяния плоской волны на резонаторе с заданными геометрическими и материальными параметрами методом конечных элементов. По пространственному распределению электрического и магнитного полей вычисляются индуцированные в резонаторе дипольные моменты $\vec{p}$ и $\vec{m}$, содержащие объемные и поверхностные слагаемые

$$\vec{p} = \vec{p}^{\,\mathrm{V}} + \vec{p}^{\,\mathrm{S}}, \quad \vec{m} = \vec{m}^{\,\mathrm{V}} + \vec{m}^{\,\mathrm{S}},$$

где для декартовых компонент $\vec{p}$ и $\vec{m}$ имеют место [13] следующие выражения:

$$\begin{aligned} p_i^{\mathrm{V}} &= \varepsilon_0 \int_V r_i \frac{\partial E_j^{(1)}}{\partial r_j} dV, \quad p_i^{\mathrm{S}} = \varepsilon_0 \oint_S r_i n_j \left(E_j^{(2)} - E_j^{(1)} \right) dS, \\ m_i^{\mathrm{V}} &= \frac{i\omega\varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}_1}{2} \int_V \left[\sigma_{ijk} r_j E_k^{(1)} \right] dV, \quad m_i^{\mathrm{S}} = \frac{c_0}{2\omega Z} \oint_S \left[\sigma_{ijk} r_j \sigma_{kab} n_a \left(H_b^{(2)} - H_b^{(1)} \right) \right] dS. \end{aligned} \tag{1}$$

В (1) E_i и H_i — декартовы компоненты напряженностей электрического и магнитного полей, $i,j = \{x,y,z\}$, r_i и n_a — компоненты радиус-вектора и вектора внешней нормали к поверхности частицы, σ_{ijk} и σ_{kab} — компоненты тензоров Леви-Чивиты, $Z = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ — волновой импеданс вакуума, ε_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости, $\tilde{\varepsilon}_1$ — относительная комплексная диэлектрическая проницаемость материала частиц, c_0 — скорость света в вакууме.

В общем виде компоненты матрицы поляризуемости определяются по следующим формулам:

$$(\mathrm{a_e})_{ij} = \frac{p_i^+ + p_i^-}{E_{j0}} \frac{1}{2\varepsilon_0}, \quad (\mathrm{a_{em}})_{ij} = \frac{p_i^+ - p_i^-}{ZH_{j0}} \frac{1}{2\varepsilon_0}, \quad (\mathrm{a_{me}})_{ij} = \frac{m_i^+ + m_i^-}{E_{j0}} \frac{Z}{2}, \quad (\mathrm{a_m})_{ij} = \frac{m_i^+ - m_i^-}{H_{j0}} \frac{1}{2}, \tag{2}$$

где p_i^+ и p_i^- — электрические дипольные моменты прямой и обратной волн [15], аналогичные обозначения имеют место для магнитных дипольных моментов. Из (2) видно, что магнитоэлектрические компоненты могут становиться равными нулю, если у частицы имеются соответствующие плоскости симметрии.

Благодаря возможности нахождения каждой из компонент матрицы поляризуемости независимо от других, формулы (2) применимы не только, когда значения комплексных амплитуд дипольных моментов получены аналитически или численно, но и когда они измерены экспериментальным путем.

1.2. Сложение рассеянных волн

Если известны величины электрического $\vec{E}^{\,\mathrm{act}}(\vec{r})$ и магнитного $\vec{H}^{\,\mathrm{act}}(\vec{r})$ полей, действующие на частицы метаплёнки, то поверхностные плотности поляризации $\vec{P}$ и намагничивания $\vec{M}$ можно найти на основе средних значений поляризуемости и концентрации частиц n

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \left\langle \varepsilon_0 n \alpha_{\mathrm{e}} \right\rangle \vec{E}^{\,\mathrm{act}}(\vec{\mathrm{r}}) + \left\langle \varepsilon_0 Z n \alpha_{\mathrm{em}} \right\rangle \vec{H}^{\,\mathrm{act}}(\vec{\mathrm{r}}), \\ \vec{M} &= \left\langle n Z^{-1} \alpha_{\mathrm{me}} \right\rangle \vec{E}^{\,\mathrm{act}}(\vec{\mathrm{r}}) + \left\langle n \alpha_{\mathrm{m}} \right\rangle \vec{H}^{\,\mathrm{act}}(\vec{\mathrm{r}}), \end{aligned}$$

причем угловые скобки обозначают усреднение по поверхности метаплёнки. Переход к континуальной модели позволяет представить действующее на частицу поле как разность между средним арифметическим значением макроскопического поля над и под поверхностью пленки $\left(\vec{E}^{\,\mathrm{av}},\vec{H}^{\,\mathrm{av}}\right)$ и деполяризующим полем $\left(\vec{E}^{\,\mathrm{disk}},\vec{H}^{\,\mathrm{disk}}\right)$

$$\begin{aligned}\vec{E}^{\,\mathrm{act}}(\vec{\mathrm{r}})&=\left(\vec{E}^{\,\mathrm{av}}-\vec{E}^{\,\mathrm{disk}}\right)\Big|_{\mathrm{z}=0},\\ \vec{H}^{\,\mathrm{act}}(\vec{\mathrm{r}})&=\left(\vec{H}^{\,\mathrm{av}}-\vec{H}^{\,\mathrm{disk}}\right)\Big|_{\mathrm{z}=0}.\end{aligned}\qquad(3)$$

Деполяризующее поле равно по величине среднему полю малого диска, находящегося в месте расположения частицы и поляризованного с поверхностными плотностями $\vec{P}$ и $\vec{M}$. Соотношения (3) называются эффективными граничными условиями и являются обобщением формул статьи [16] на бианизотропный случай.

2. «Частная» обратная задача

Переход к поверхностной плотности поляризуемости приводит к линейным уравнениям для энергетических коэффициентов прохождения T и отражения R, решения которых можно представить в виде достаточно простых аналитических формул [10, 15]. Для ТЕ-поляризации падающего поля (компонента вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}$ перпендикулярна плоскости распространения волны) они рассчитываются по следующим формулам:

$$T=\frac{1+\left(\frac{k_0}{2}\right)^2\alpha_{\mathrm{ms}}^{xx}\left(\alpha_{\mathrm{es}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{ms}}^{zz}\sin^2\theta\right)}{1-\left(\frac{k_0}{2}\right)^2\alpha_{\mathrm{ms}}^{xx}\left(\alpha_{\mathrm{es}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{ms}}^{zz}\sin^2\theta\right)+i\frac{k_0}{2\cos\theta}\left(\alpha_{\mathrm{es}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{ms}}^{xx}\cos^2\theta+\alpha_{\mathrm{ms}}^{zz}\sin^2\theta\right)},$$

$$R=\frac{-i\frac{k_0}{2\cos\theta}\left(\alpha_{\mathrm{es}}^{yy}-\alpha_{\mathrm{ms}}^{xx}\cos^2\theta+\alpha_{\mathrm{ms}}^{zz}\sin^2\theta\right)}{1-\left(\frac{k_0}{2}\right)^2\alpha_{\mathrm{ms}}^{xx}\left(\alpha_{\mathrm{es}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{ms}}^{zz}\sin^2\theta\right)+i\frac{k_0}{2\cos\theta}\left(\alpha_{\mathrm{es}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{ms}}^{xx}\cos^2\theta+\alpha_{\mathrm{ms}}^{zz}\sin^2\theta\right)}.$$

Для ТМ–поляризации

$$T=\frac{1+\left(\frac{k_0}{2}\right)^2\alpha_{\mathrm{es}}^{xx}\left(\alpha_{\mathrm{ms}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{es}}^{zz}\sin^2\theta\right)}{1-\left(\frac{k_0}{2}\right)^2\alpha_{\mathrm{es}}^{xx}\left(\alpha_{\mathrm{ms}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{es}}^{zz}\sin^2\theta\right)+i\frac{k_0}{2\cos\theta}\left(\alpha_{\mathrm{ms}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{es}}^{xx}\cos^2\theta+\alpha_{\mathrm{es}}^{zz}\sin^2\theta\right)},$$

$$R=\frac{-i\frac{k_0}{2\cos\theta}\left(-\alpha_{\mathrm{ms}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{es}}^{xx}\cos^2\theta-\alpha_{\mathrm{es}}^{zz}\sin^2\theta\right)}{1-\left(\frac{k_0}{2}\right)^2\alpha_{\mathrm{es}}^{xx}\left(\alpha_{\mathrm{ms}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{es}}^{zz}\sin^2\theta\right)+i\frac{k_0}{2\cos\theta}\left(\alpha_{\mathrm{ms}}^{yy}+\alpha_{\mathrm{es}}^{xx}\cos^2\theta+\alpha_{\mathrm{es}}^{zz}\sin^2\theta\right)}.$$

Здесь $k_0=\omega/c_0$ — волновой вектор, α_{es} и α_{ms} — компоненты матрицы поверхностной плотности поляризуемости метаплёнки, которые являются некоторыми функциями поляризуемостей отдельных резонаторов α_{e} и α_{m} и периода их расположения d.

В частности, для метаплёнки, состоящей из сферических частиц, при нормальном падении возбуждающей волны (рис. 1а) эти уравнения приобретают простой вид

$$T=\frac{1+em}{1-em+e-m},\quad R=-\frac{e+m}{1-em+e-m}.\qquad(4)$$

Здесь использованы следующие обозначения: величины e и m пропорциональны

соответствующим поверхностным поляризуемостям

$$e = i\frac{k_0}{2}\alpha_{\text{es}}, \quad m = -i\frac{k_0}{2}\alpha_{\text{ms}},$$

где

$$\alpha_{\text{es}} = \frac{n\langle\alpha_{\text{e}}\rangle}{1-\dfrac{n\langle\alpha_{\text{e}}\rangle}{4r}}, \quad \alpha_{\text{ms}} = \frac{n\langle\alpha_{\text{m}}\rangle}{1-\dfrac{n\langle\alpha_{\text{m}}\rangle}{4r}}, \tag{5}$$

$r \approx 0.6956d$ — радиус области влияния [9].

Примечательно то, что формулы (4) допускают обращение [17, 18]. Решая систему уравнений относительно переменных e и m, получим

$$e = -\frac{T+R-1}{T+R+1}, \quad m = \frac{T-R-1}{T-R+1}. \tag{6}$$

С помощью (6) по формулам (5) легко найти поляризуемости отдельных частиц, усредненные по поверхности метаплёнки

$$\langle\alpha_{\text{e}}\rangle = \frac{4r(T+R-1)}{n(T+R-1)-2ik_0rn(T+R+1)},$$

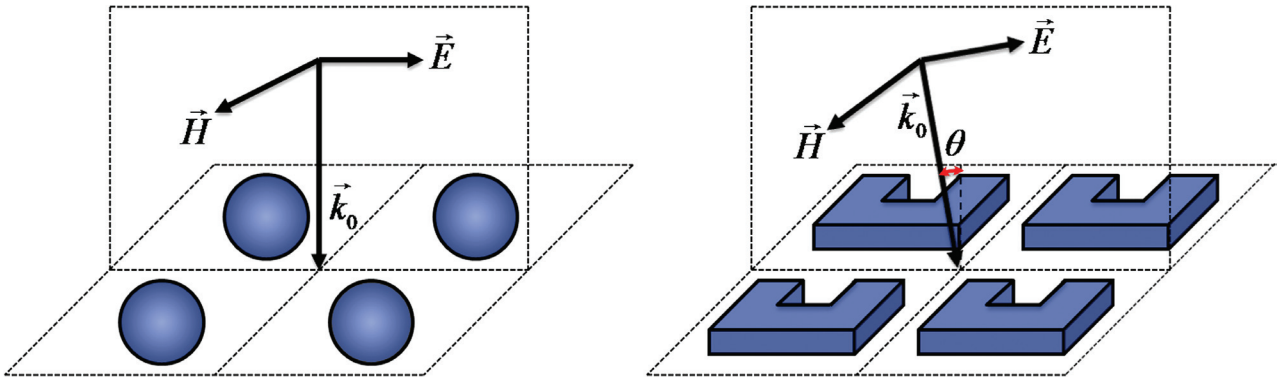
$$\langle\alpha_{\text{m}}\rangle = \frac{4r(T-R-1)}{n(T-R-1)-2ik_0rn(T-R+1)}.$$

Это решение «частной» обратной задачи для метаплёнки из сферических частиц. Подобные формулы для коэффициентов поляризуемости имеют место, когда падение является наклонным.

Система (6) также справедлива в случае наклонного падения плоской волны на решетку из П-образных резонаторов (рис. 1,б). Однако поскольку П-образные резонаторы несимметричны, в матрице поляризуемости $\|\alpha\|$ присутствуют ненулевые коэффициенты магнитоэлектрической поляризуемости, то есть она состоит из шести компонент. Переменные e и m переопределяются [19] следующим образом:

$$e = i\frac{k_0}{2\cos\theta}\left(\alpha_{\text{es}}^{xx} + \alpha_{\text{ms}}^{zz}\sin^2\theta - 2\alpha_{\text{ems}}^{xz}\sin\theta\right), \quad m = -i\frac{k_0}{2}\alpha_{\text{ms}}^{yy}\cos\theta. \tag{7}$$

Поскольку теперь неизвестных шесть, то для их определения необходимо знать коэффициенты T и R для трех значений угла падения θ. Определив соответствующие значения $e(\theta)$ и $m(\theta)$, можно легко найти коэффициенты матрицы поляризуемости, входящие в формулы (7).



а) *б)*

Рис. 1. *(а) метаплёнка, состоящая из сферических частиц, на которую нормально падает плоская волна, (б) бианизатропная метаплёнка, состоящая из П-образных резонаторов, на которую под углом падает плоская ТМ-поляризованная волна.*

Следует оговориться, что в случае, когда матрица поляризуемости имеет самый общий вид и происходит поворот плоскости поляризации волн, взаимодействующих с метаплёнкой, для нахождения компонент поляризуемости по известным спектрам $T(\omega,\theta)$ и $R(\omega,\theta)$ можно использовать систему уравнений, полученную в [20]. Эта система более громоздка, чем (5) и (6), так как требует больше пар T и R, однако тоже является линейной.

Таким образом, если для метаплёнки с некоторым фиксированным периодом известны спектры $T(\omega)$ и $R(\omega)$ для некоторого количества различных углов падения, достаточного для решения системы линейных уравнений, аналогичной той, что следует из (7), то, решая эту систему, можно раздельно найти компоненты матрицы поляризуемости $\|\alpha(\omega)\|$. Зная $\|\alpha(\omega)\|$, могут быть рассчитаны спектры $T(\omega,\theta,d)$ и $R(\omega,\theta,d)$ для произвольных углов падения θ и периода решетки d.

Заключение

Описанный выше алгоритм простого аналитического решения обратной задачи расчета электродинамических характеристик метаплёнки путем обращения зависимостей $T\left(\|\alpha\|\right)$ и $R\left(\|\alpha\|\right)$ открывает ряд перспектив. Прежде всего, он позволяет рассчитывать спектры $T(\omega)$ и $R(\omega)$ для метаплёнок, структура которых «неудобна» для численного моделирования. К их числу относятся метаплёнки, состоящие из частиц с достаточно сложной геометрической конфигурацией, например, из спиралей. Другим примером могут служить метаплёнки из составных металлических частиц.

В метаплёнках оптического диапазона элементы обычно имеют номинально простую геометрию, как правило, это планарные частицы с кусочно-линейной границей. Однако в процессе их изготовления путём оптической или электронной литографии конфигурация частиц неизбежно приобретает искажения, которые трудно учесть в расчётах, но которые могут привести к существенным изменениям характеристик метаплёнки. В таких случаях единственным надёжным источником данных о спектрах $T(\omega)$ и $R(\omega)$ является эксперимент. Данный алгоритм позволяет учитывать неидеальность формы частиц, обусловленную технологическим процессом изготовления.

Список литературы

1. *Pendry, J.B., Holden, A.J., Robbins, D.J. et al*. Magnetism From Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1999. Vol. 47. P. 2075–2084.
2. *Smith, D.R., Padilla, W.J., Vier, D.C. et al*. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity // Physical Review Letters. 2000. Vol. 84. P. 4184–4187.
3. *Gokkavas, M., Guven, K., Bulu, I. et al*. Experimental Demonstration of a Lefthanded Metamaterial Operating at 100 GHz // Physical Review B. 2006. Vol. 73. 193103.
4. *Enkrich, C., Wegener, M., Linden, S. et al*. Magnetic Metamaterials at Telecommunicative and Visible Frequencies // Physical Review Letters. 2005. Vol. 95. 203901.
5. *Свешников А. Г., Ильинский А. С.* Задачи проектирования в электродинамике // ДАН СССР. 1972. Вып. 204. С. 1077–1080.
6. *Rockstuhl, C., Zentgraf, T., Guo, H. et al*. Resonances of Split-Ring Resonator Metamaterials in the Near Infrared // Applied Physics B. 2006. No. 84. P. 219–227.
7. *Klein, M. W., Enkreich, C., Wegener, M. et al*. Single-Slit Split-Ring Resonators at Optical Frequencies: Limits of Size Scaling // Optics Express. 2006. Vol. 31. P. 1259–1261.
8. *Busch K., König M., Niegemann J.* Discontinuous Galerkin Methods in Nanophotonics// Laser Photonics Reviews. 2011. No. 5. P. 773.
9. *Kuester, E.F., Mohamed, M.A., Piket-Ma, M. And Holloway, C.L.* Averaged Transition Conditions for Electromagnetic Fields at a Metafilm // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2003. Vol. 51. P. 2641–2651.
10. *Holloway, C.L., Mohamed, M.A., Kuester, E.F., and Dienstfrey, A.* Reflection and Transmission Properties of a Metafilm: with an Application to a Controllable Surface Composed of Resonant Particles // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 2005. Vol. 47. P. 853–865.

11. *Busch, K., Von Freymann, G., Linden, S. et al*. Periodic Nanostructures for Photonics // Physics Reports. 2007. Vol. 444. P. 101–202.
12. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* «Электродинамика сплошных сред». Наука, М.: Главная редакция физ.-мат. литературы, 1992.
13. *Jackson, J.D.* Classical Electrodynamics. John Wiley & Sons, Inc. 1999.
14. *Терехов Ю. Е., Журавлев А. В., Белокопытов Г. В.* Матрица поляризуемости П-образных металлических нанорезонаторов // Вест. Моск. Ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2011. С. 47–51.
15. *Belokopytov, G.V., Zhuravlev, A.V., and Terekhov, Y.E.* Transmission of an Electromagnetic Wave Through a Bianisotropic Metafilm // Physics of Wave Phenomena. 2011. Vol. 19. P. 280–286.
16. *Idemen, M.* Universal Boundary Relations of the Electromagnetic Field // J. Phys. Soc. Japan. 1990. Vol. 59. No. 1. P. 71–80.
17. *Karamanos, T.D., Dimitriadis, A.I., and Kantartzis, N.V.* Polarizability Matrix Extraction of a Bianisotropic Metamaterial From the Scattering Parameters of Normally Incident Plane Waves // Advanced Electromagnetics. 2012. No. 1. P. 64–70.
18. *Белокопытов Г. В., Боголюбов А. Н., Домбровская Ж. О. и др.* Расчет электродинамических характеристик метапленки: экспериментально-аналитический подход // Труды VII Международной конференции «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации». Суздаль. 2014. С. 15–17.
19. *Dimitriadis, A.I., Sounas, D.L., Kantartzis, N.V. et al*. Surface Susceptibility Bianisotropic Matrix Model for Periodic Metasurfaces of Uniaxially Mono-Anisotropic Scatterers Under Oblique TE-Wave Incidence // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2012. Vol. 60. P. 5753–5767.
20. *Терехов Ю. Е.* Электромагнитный отклик метаплёнок: диссертация кандидата физико-математических наук: 01.04.03 [Место защиты: Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова]. Москва, 2014. 146с.

Поступила 2 декабря 2014 г.

CALCULATIONS OF ELECTRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE METAFILMS: A COMBINATION OF EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL APPROACHES

G. V. BELOKOPYTOV, A. N. BOGOLYUBOV,
ZH.O. DOMBROVSKAYA, AND YU.E. TEREKHOV

Currently the design of 2D metamaterials (metafilms) is among the most actual problems of applied optics. Many works using numerical algorithms are dedicated to calculation of their electrodynamic characteristics (i.e. to the solution of the direct problem). As an alternative one can use analytical approach in which transmission and reflection coefficients of a metafilm are computed via known surface susceptibility matrix of subwave particles. This approach is much less labor-consuming and can easily be integrated with natural experiment.

In this work, the algorithm based on such analytical approach is constructed. It allows to design metafilms with given spectral properties for arbitrary angle of incidence and for arbitrary period of structure. Implication of analytical formulae for determination of polarizability matrix components for particles via transmittance and reflectance spectra allows increasing sufficiently the productivity of numerical calculations. The algorithm can be easily generalized for the case of more complicated geometry of particles (for instance, bianisotropic U-shaped resonators).

УДК 621.372.413

СМАРТ ГРИД ТЕХНОЛОГИЯ — ОСНОВА МОДЕРНИЗАЦИИ СИСТЕМЫ ВОДОСНАБЖЕНИЯ ДЛЯ БУДУЩЕГО УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ ОБЩЕСТВА

© Авторы, 2015

В. Ф. Кравченко — заслуженный деятель науки РФ, гл.н.с., д.ф.–м.н., проф., Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Москва. E-mail: kvf-ok@mail.ru

Е. В. Кривенко — к.ф.-м.н., н.с., Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины Харьков. E-mail: talvi@ukr.net

С. А. Левченко — д.ф.-т.н, проф., зав. лаб., Институт тепло и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси, Минск. E-mail: sergei.levchenko@gmail.com

В. И. Луценко — д.ф-м.н, с.н.с, Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины. E-mail: lutsenko@ire.kharkov.ua

Аннотация

Рассмотрена возможность использования технологий интеллектуальной сети для организации системы водоснабжения, которая обеспечит будущее устойчивое развитие общества, математические модели её описания, а также проанализированы возможные варианты построения датчиков качества воды в оптическом и микроволоновом диапазонах.

Ключевые слова: *смарт-грид технология, математическая модель, уравнение диффузии, атомарная функция, датчик качества, капиллярно-волноводный резонанс поглощения*

Abstract

The possibility of using of intellectual network technologies for the organization of water supply system which will provide future sustainable development of society, mathematical models of its description is considered, and also analyzed the possible options of creation of sensors of water quality control in the optical and microwave ranges.

Key words: *smart grid technology, mathematical model, the diffusion equation, the atomic function, quality sensor, capillary-waveguide resonance absorption*

Введение

Одной из ключевых проблем 21-го века является обеспечение человечества водой необходимого количества и качества. Количество доступной воды определяется также её качеством. Загрязненная вода не может использоваться для питья, купания, в промышленности или сельском хозяйстве. Чем больше загрязнена вода, тем больше стоимость её очистки для дальнейшего использования. Плохое качество воды вредит здоровью человека и сказывается на эксплуатации экосистем. Экономический ущерб от некачественной воды в странах Ближнего Востока и Северной Африки составляет от 0.5 до 2.5 % ВВП. Стратегия сотрудничества и профилактики, которую называют Планом безопасности водных ресурсов (Water Safety Planning), продемонстрировала экономию средств и повышение качества воды. В ней необходимо участие основных заинтересованных сторон, включая землепользователей или домовладельцев, сбрасывающих промышленные, сельскохозяйственные и бытовые отходы в водосборные бассейны; различных директивных органов, контролирующих осуществление и соблюдение природоохранного законодательства, а также специалистов, отвечающих за доставку воды потребителям.

В этой связи значительный интерес представляют новые Smart Grid, которые смогут взять на себя функции мониторинга здоровья пользователей, управления качеством воды, а также транспортной и энергетической инфраструктурой городов [1]. Их разработка напрямую связана с разработкой методов измерения и созданием интеллектуальных датчиков контроля качества посту-

пающей к потребителю воды [2–5], сочетающих ряд качеств:

- низкую стоимость и простоту эксплуатации;
- надежность получаемой потребителем информации, от которой зависит его безопасность;
- возможность непрерывного контроля в реальном времени качества поступающей потребителю воды;
- возможность подачи воды потребителю с заданным качеством и стоимостью.

В перспективе Smart Grid технологии управления водными ресурсами позволят оптимизировать обеспечение потребителей водой с заданным качеством при минимизации расходов на её подготовку и утилизацию. Ключевым звеном для создания таких технологий является разработка сенсоров контроля качества воды, обеспечивающих контроль непрерывно в реальном времени и обладающих достаточно низкой стоимостью, а также разработка общих принципов построения Smart Grid систем водоснабжения.

Smart Grid технология

Необходимость использования Smart Grid технологий при обеспечении водой населения и объектов промышленности обусловлена желанием минимизировать расходы на подготовку и транспорт воды необходимого качества к потребителю. Основная идея состоит в использовании общей инфраструктуры для транспорта, как технической, так и питьевой воды при временном разделении этих потоков и доводки до требуемого качества воды уже для каждого индивидуального потребителя. Использование для транспортировки как технической так и питьевой воды общей инфраструктуры позволяет снизить затраты на обеспечение потребителя водой.

Предлагаемая Smart Grid концепция водоснабжения вписывается в активно реализуемую сейчас концепцию «умного дома».

Использование Smart Grid технологий для минимизации затрат на обеспечение потребителей водой. Сейчас, в большинстве случаев, для подачи воды потребителю используется единая система водоснабжения. Дополнительные системы водоснабжения технической водой в ряде случаев используются для потребителей, с большими объемами её использования, при компактном их расположении, например в горно-металлургических процессах: до 10 м^3 воды на тонну руды или угля, в обогатительном переделе, 20…50 м^3 воды на тонну получаемого чугуна, 150 м^3 воды на тонну стали. Такая вода, по содержанию примесей (твёрдых взвесей, эмульсий и растворённых веществ) пригодна для использования в технологических процессах, но непригодна для питья. Получается она, как правило, в результате неполной очистки промышленных и бытовых стоков, из солёных морских или других природных и шахтных вод, из систем водооборота на обогатительных, металлургических и других производствах. Только в Украине и России при добыче угля и сланцев из шахт и разрезов ежегодно откачивают 2 млрд. м^3 подземных вод. Основные трудности использования технической воды связаны с необходимостью прокладки и эксплуатации двух параллельных водопроводных систем: для бытовой и технической воды. При этом водопровод для такой технической воды требует значительно более частого ремонта из-за забивания труб осадками, твёрдыми взвесями и т.п. (замена труб, насосов и др. устройств)

В большинстве случаев для потребителей используется единая система водоснабжения. При этом качество воды для нее доводится до уровня питьевой. Пусть удельные расходы на подготовку питьевой воды на центральной станции C_0, технической C_{-1}. Если объем потребляемой питьевой воды составляет $V_0 = \alpha_0 V$, а технической $V_{-1} = \alpha_{-1} V = (1-\alpha_0)V$, то минимальные затраты на обеспечения потребителей водой составят

$$З_{\min} = \left(C_0\alpha_0 + C_{-1}(1-\alpha_0)\right)V \ . \qquad (1)$$

Они затрачиваются при поставке потребителю необходимого количества питьевой и технической воды. В большинстве случаев сейчас потребителям доставляется питьевая вода, которая ими расходуется не только по прямому назначению, но и для технических и бытовых нужд. Затраты при этом составляют

$$З = C_0\alpha_0 V \ . \qquad (2)$$

Затраты оптимальнеого водоснабжения по потношению к существующей схеме составляют

$$\Delta = \frac{З_{\min}}{З} = \frac{\left(C_0\alpha_0 + C_{-1}(1-\alpha_0)\right)}{C_0} = \left(\alpha_0 + \beta_1(1-\alpha_0)\right), \quad (3а)$$

где $\beta_1 = C_{-1}/C_0$ — относительные затраты на приготовление технической воды по сравнению с бытовой (питьевой), а $\alpha_0 = V_0/V$ — определяет часть питьевой воды в общем объеме потребления. Относительное снижение затрат при этом

$$\Delta_0 = \Delta - 1 = -(1-\beta_1)(1-\alpha_0). \quad (3б)$$

Ежесуточное потребление питьевой воды на человека должно составлять по санитарным нормам не менее 2 л, а с учетом потребностей на бытовые нужды (приготовление пищи и мытье посуды) по-видимому около 5…10 л. Это количество составляет примерно $\alpha_0 \approx 5\ldots10$ %, от объема необходимой технической воды, а отношение стоимостей подготовки технической и питьевой воды $\beta_1 \approx 0.25\ldots0.5$. При оптимальном способе обеспечения потребителя водой затраты составляют (3) примерно 28…55% от стоимости подготовки воды стандартным способом. То есть изменение способа подачи воды может дать экономию от 45 до 72 % средств. Можно потребителю доставлять только техническую воду. И уже он будет доводить её до необходимой кондиции с удельными затратами средств C_1. Причем эти расходы $C_1 = C_0\gamma_1$, где $\gamma_1 \geq 2\ldots3$, т.е. расходы при индивидуальной подготовке воды потребителем обычно более чем в 2… 3 раза выше, чем при её подготовке централизованным способом. Если потребителю подавать техническую воду, а он будет из нее готовить необходимое количество питьевой воды, то затраты составят

$$З_{\max} = \left((C_1 + C_{-1})\alpha_0 + C_{-1}(1-\alpha_0)\right)V. \quad (4)$$

Как видно из (2), (4) затраты при этом будут выше на приготовление питьевой воды, но поскольку для технических нужд будет использоваться техническая вода, которая приготовлена централизованным способом, то общие затраты могут быть при этом даже меньше, чем при стандартном способе на Δ_1

$$\Delta_1 = (З_{\max} - З_0)/З_0 = \left(\gamma_1\alpha_0 + \beta_1(1-\alpha_0)\right) - 1, \quad (5)$$

т.е. примерно на 25...67 %.

Следует отметить, что при возрастании γ_1 затрат потребителя на подготовку питьевой воды из технической, как видно из соотношения (5), могут возникать ситуации, когда общие затраты будут выше, чем при стандартном способе поставки потребителю только питьевой воды, в том числе и для технических нужд. Это означает, что при использовании общего водовода для подачи технической и питьевой воды экономические затраты могут снизиться на –45…–70% при согласовании режимов подачи с режимами потребления технической и питьевой воды. В тоже время, если использовать подачу только технической воды и готовить из нее питьевую индивидуально каждым потребителем, затраты могут снизиться примерно от 25 до 67 %. Задачей внедряемой Smart Grid технологии подготовки воды и является минимизация экономических затрат на подготовку воды нужного качества потребителю.

Если $i \in (0,1)$ обозначить фазовые состояния подаваемой потребителю воды, причем $i = 0$ будет соответствовать подаче питьевой воды, $i = 1$ технической, а под $j \in (0,1)$ понимать те фазовые состояния воды, потребность в которых имеет потребитель, то все возможные ситуации будут описываться графом переходов, приведенным на рис. 1

При этом возможны следующие ситуации: H_{00} — централизовано подается питьевая вода, когда потребителю тоже необходима питьевая вода, H_{01} — подается питьевая вода, а потребителю в это время необходима техническая вода, H_{11} — подается техническая вода и потребителю необходима в это время техническая вода и H_{10} — подается техническая вода в то время, когда потребителю необходима питьевая вода.

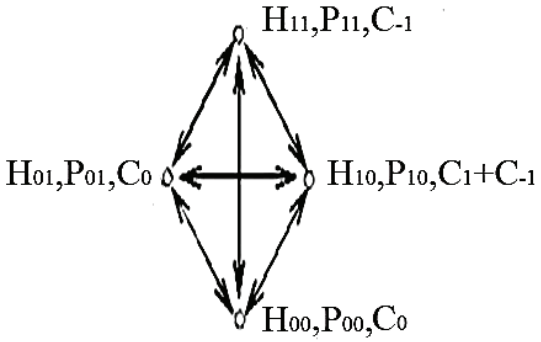


Рис. 1. *Граф схема состояний системы при обеспечении потребителя водой.*

Пусть каждая из ситуаций H_{ij} имеет вероятность p_{ij}. При этом возможны ситуации, когда совпадают потребности в питьевой или технической воде с режимами их подачи (H_{11}, H_{00}), так и, когда они не совпадают (H_{10}, H_{01}). При несовпадении потребностей с режимом подачи возникают дополнительные затраты: в H_{10} состоянии C_1 — на индивидуальную подготовку из технической воды — питьевой и в H_{01} состоянии C_0 — за счет использования питьевой воды в качестве технической. Уравнение для затрат на подготовку воды потребителю в общем случае приобретает вид

$$\begin{aligned} З(P) &= \left(C_0 p_{00} + (C_1 + C_{-1}) p_{10} + C_{-1} p_{11} + C_0 p_{01}\right) V = \\ &= \left(C_0 (p_{00} + p_{01}) + C_1 p_{10} + C_{-1} (p_{11} + p_{10})\right) V . \end{aligned} \tag{6}$$

Если вероятности p_{ij} определить через условные вероятности P_{ij} наступления j события, при условии, что имело место i событие и безусловные вероятности, которые при $i = 0$ равны $p_0 = \alpha_0$, а при $i = 1$ соответственно $p_1 = 1 - \alpha_0$, то, учитывая, что $p_{ij} = p_i P_{ij}$, а $p_{00} + p_{01} = p_0 = \alpha_0$, $p_{10} + p_{11} = p_1 = 1 - \alpha_0$ выражение (6) приобретает вид

$$З(P) = \left(C_0 \alpha_0 + C_1 p_{10} + C_{-1} (1 - \alpha_0)\right) V = З_{\min} + C_1 p_{10} V = З_{\min} + C_1 (1 - \alpha_0) P_{10} V . \tag{7}$$

Видно, что затраты на подготовку воды при этом превышают минимально возможные на стоимость индивидуальной подготовки из технической воды питьевой.

Изменение затрат по сравнению со стандартным способом подготовки воды составит

$$\Delta(P) = \frac{З(P) - З_0}{З_0} = \frac{З_{\min} + C_1 (1 - \alpha_0) P_{10} V - З_0}{З_0} = -(1 - \beta_1)(1 - \alpha_0) + \gamma_1 (1 - \alpha_0) P_{10} . \tag{8}$$

При $\Delta(P_{10} = 0) = -(1 - \beta_1)(1 - \alpha_0)$ совпадает с выражением (3б), а при $\Delta(\max P_{10} = \alpha_0) = -(1 - \beta_1)(1 - \alpha_0) + \gamma_1 \alpha_0 (1 - \alpha_0)$.

Процесс, описываемый графом переходов (см. рис. 1), в общем случае, относится к классу полумарковских случайных процессов и его математическое описание может основываться на подходах, изложенных в [6–8].

Обобщенная модель Smart Grid системы обеспечения потребителя водой. Упрощенная структурная схема такой системы подачи воды потребителю приведена на рис. 2.

Из природных резервуаров (водоемов, рек и т.п.) вода попадает на станцию очистки, где с использованием различных процедур доводится сначала до качества технической, а при необходимости и питьевой воды. На выходе станции очистки в водопроводную систему в различные интервалы времени суток поступает либо техническая, либо питьевая вода. Они отличаются качеством и соответственно затратами средств на их подготовку. Управляет этим процессом центральный процессор, на который по обратной связи поступает информация от процессоров индивидуальных потребителей о времени использования ими питьевой и технической воды и их расходе. Это позволяет оптимизировать режимы их подачи по центральному водоводу.

В процессе транспортировки по водоводу вода подвергается загрязнениям. Они могут быть связаны, как с подсасыванием загрязнений извне водовода за счет его дефектов, так и внутренними загрязнениями, возникающих, например, при переходе от транспорта технической воды к питьевой воде. Упрощенные структурные схемы системы подготовки и хранения воды, а также её фильтрации у потребителя приведены на рис. 3, 4.

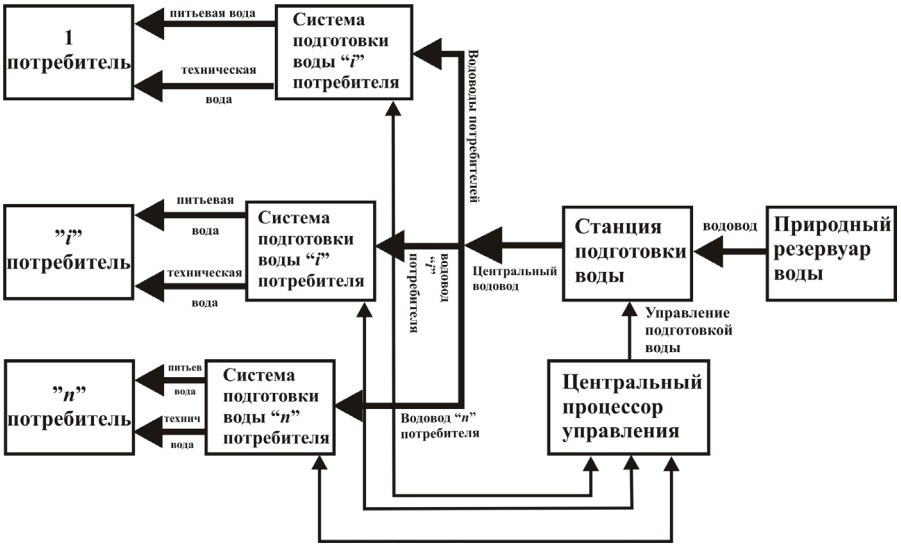


Рис. 2. *Упрощенная структурная схема Smart Grid системы обеспечения потребителя водой.*

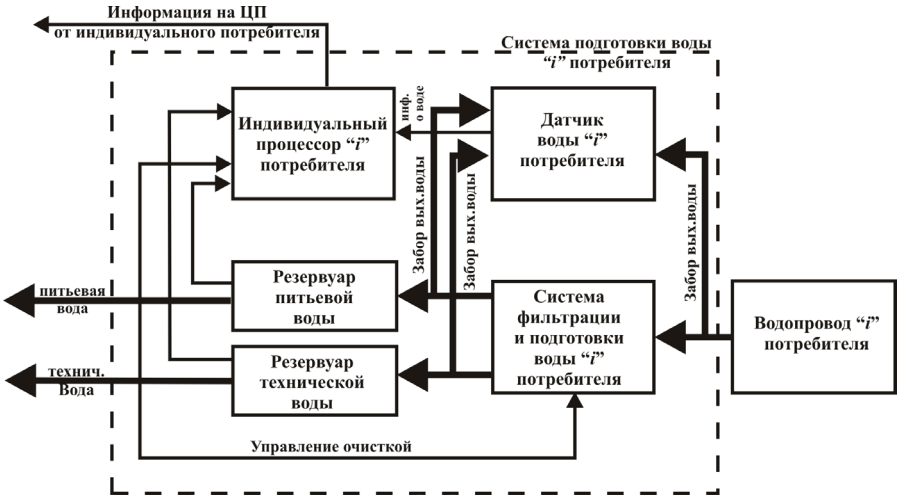


Рис. 3. *Упрощенная структура системы контроля, подготовки и хранения воды у потребителя.*

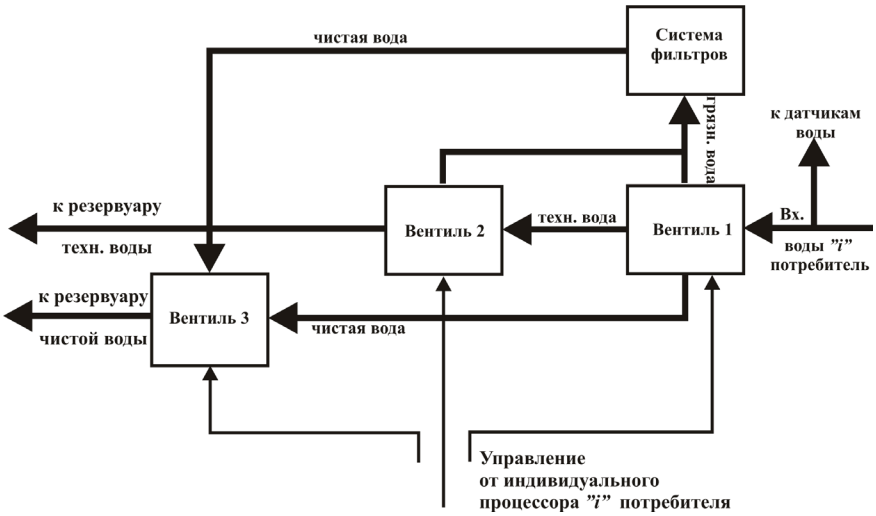


Рис. 4. *Упрощенная структура системы фильтрации воды у потребителя.*

Вода, поступив к индивидуальному потребителю, контролируется датчиками контроля качества и используется для заполнения его буферных резервуаров технической и питьевой водой (см. рис. 3). В случае необходимости пополенения резервуара питьевой воды, при наличии в центральном водоводе технической, подключается фильтр очистки воды индивидуального потребителя. Управляет этим процессор индивидуального потребителя. Датчики воды контролируют качество воды, как на входе системы, так и на её выходах для технической и питьевой воды. Буферные резервуары обеспечивают подачу потребителю воды требуемого качества не зависимо от того, какой тип воды в это время подается по центральному водоводу. В процессе транспортировки воды к индивидуальному системы потребителю возможно ухудшение её качеств за счет загрязнения, например, остатками технической воды после начала подачи питьевой.

Математическая модель смарт — грид системы водоснабжения. Питьевая вода от технической отличается качеством Q_i, которое является многокритериальной характеристикой, зависящей, в частности, от наличия в воде физических и химических примесей. Качество, по-видимому, необходимо оценивать относительно некоторого выбранного эталона, в виде которого не может выступать дистиллированная вода, традиционно получаемая в процессе опреснения. Существует обширное количество исследований, в которых доказано наличие значимой статистической связи между качеством питьевой воды и количеством долгожителей в регионе. Исследователи обратили внимание, что в некоторых случаях, для источников природной воды этих регионов характерно небольшое содержание ионов кальция (Дагестан, Пакистан). Однако пока еще рано говорить об установлении функциональной связи между качеством воды и её химико-физическим и структурным составом. Поэтому, в первом приближении для упрощения можно полагать качество воды величиной обратной концентрации вредных примесей $Q \approx c^{-1}$. Затраты на подготовку воды $C = f(\mathrm{c})$ пропорциональны концентрации примесей, а это означает, что они нелинейным образом будут зависеть от требуемого качества воды. При смене режима подачи с питьевой воды на техническую происходит изменение концентрации примесей с c_0 до c_1. Аналогичным образом при переходе от технической воды к питьевой наблюдается обратное изменение концентрации примесей от c_1 до c_0. Если длина водовода до i потребителя l_i, а скорость распространения потока V_i то через время $t_i = l_i / V_i$ этот перепад концентрации дойдет до потребителя. Вследствие явления диффузии происходит размывание концентрации, которое описывается уравнением диффузии (теплопереноса) [9].

Нестационарное уравнение диффузии классифицируется как параболическое дифференциальное уравнение. Оно описывает распространение растворяемого вещества вследствие диффузии или перераспределение температуры тела в результате теплопроводности.

В случае одномерного диффузионного процесса с коэффициентом диффузии (теплопроводности) D уравнение имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}c(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}D\frac{\partial}{\partial x}c(x,t) + f(x,t), \tag{9}$$

которое при постоянном D следующее:

$$\frac{\partial}{\partial t}c(x,t) = D\frac{\partial^2}{\partial x^2}c(x,t) + f(x,t), \tag{10}$$

где $c(x, t)$ — концентрация диффундирующего вещества, а $f(x, t)$ — функция, описывающая источники вещества (тепла).

В одномерном случае фундаментальное решение однородного уравнения (при начальном условии, выражаемом дельта-функцией $c(x, 0) = \delta(x)$ и граничном условии $c(\infty, t) = 0$) [9] имеет вид

$$c(x,t) = \sqrt{\frac{1}{4\pi Dt}}\exp -\left(\frac{x^2}{4Dt}\right). \tag{11}$$

В этом случае $c(x, t)$ можно интерпретировать как плотность вероятности того, что одна частица, находившаяся в начальный момент времени в исходном пункте, через время t перейдёт

в пункт с координатой x. Тогда средний квадрат пройденного пути

$$\sigma_c^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 c(x,t)dx = 2Dt \ . \tag{12}$$

В случае произвольного начального распределения $c\ (x, 0)$ общее решение уравнения диффузии представляется в интегральном виде как свёртка

$$c(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(x_1,0)\sqrt{\frac{1}{4\pi Dt}}\exp-\left(\frac{(x-x_1)^2}{4Dt}\right)dx_1 . \tag{13}$$

В случае, если происходит переход от режима подачи питьевой воды к технической, то $c(x_1,0) = c_0 + (c_1 - c_0)1(x_1)$, где $1(x_1)$ функция единичного скачка выражение (4) приобретает вид

$$c(x,t) = c_1 - (c_1 - c_0)\Phi\left(-\frac{x}{\sqrt{2Dt}}\right). \tag{14}$$

Из соотношений (13, 14) следует, что с увеличением времени с момента начала импульса происходит увеличение дисперсии флуктуаций концентрации $\sigma_c^2 = 2Dt$ пропорционально коэффициенту диффузии D , а также $\lim\limits_{x\to\infty} c(x,t) = c_1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} c(x,t) = c_0$, $\lim\limits_{x\to 0} c(x,t) = \frac{1}{2}(c_1 + c_0)$.

Если возмущение концентрации перемещается по трубопроводу со скоростью V_i , то через время t оно будет находиться на расстоянии $m_x = tV_i$

$$c(x,t) = c_1 - (c_1 - c_0)\Phi\left(-\frac{(x - tV_i)}{\sqrt{2Dt}}\right). \tag{15}$$

В системе координат, связанной с движением неоднородности со скоростью V_i , распределение концентрации (14) будет

$$c(x = tV_i, t) = c_1 - (c_1 - c_0)\Phi\left(-\frac{\sqrt{t}V_i}{\sqrt{2D}}\right). \tag{16}$$

Из соотношения (6) следует, что $\lim\limits_{t\to\infty} c(x,t) = c_1$, $\lim\limits_{t\to 0} c(x,t) = \frac{1}{2}(c_1 + c_0)$.

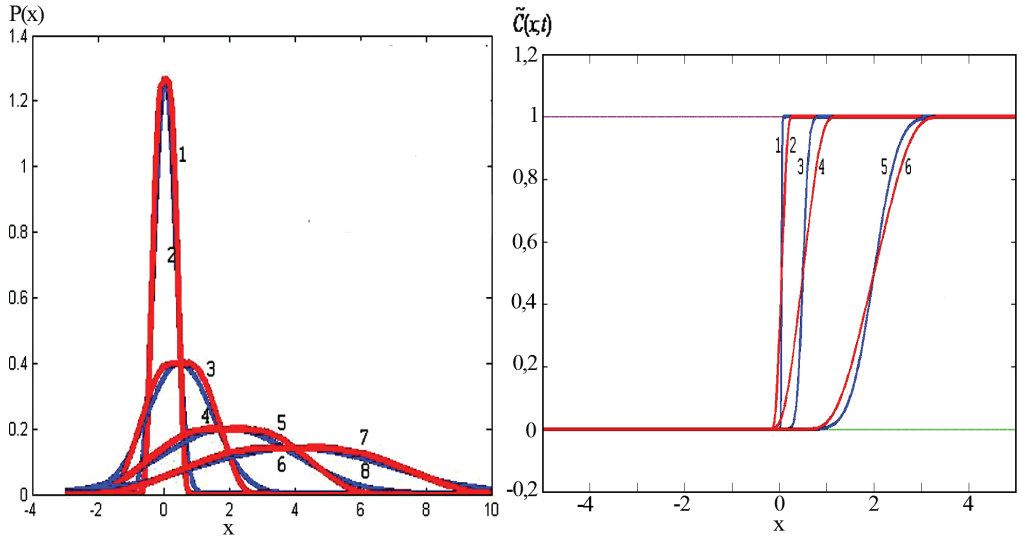
Соотношения (15), (16) позволяют проследить изменение концентрации примесей в воде, как по сечению трубопровода, так и во времени. В качестве примера на рис. 5 показано, как выглядит нормированное распределение концентраций $\hat{c}(x,t) = c(x,t)/c_1$ при $c_0/c_1 \approx 0$ в различных сечениях в разные моменты времени при переходе от подачи питьевой воды к технической.

Следует отметить, что при для получения соотношений при переходе от подачи технической воды к питьевой необходимо в выражениях (13), (14) поменять $c_1 \to c_0$, а $c_0 \to c_1$.

Как видно из приведенных соотношений, изменение концентрации по пространственным координатам и во времени подчиняется нормальному закону распределения. Однако для такого закона распределения существует положительная, отличная от нуля вероятность существования неограниченно больших положительных и отрицательных отклонений концентрации относительно медианного значения. Вместе с тем реально они ограничены по величине. Для того, чтобы учесть финитность реальных величин можно использовать для описания распределения не гауссову плотность, а плотность распределения, полученную на основе финитных атомарных функций Кравченко-Рвачева [10–14].

Базовая финитная атомарная функция $up(\xi)$ [9] является решением дифференциального уравнения

$$up'(\xi) = 2up(2\xi + 1) - 2up(2\xi - 1). \tag{17}$$



а) *б*)

Рис. 5. *Распределение плотности* (*а*) *и концентрации* (*б*) *в различные временные сечения по длине при переходе от питьевой воды к технической: «2», «4», «6», «8» при использовании Гауссовой функции; «1», «3», «5», «7» при использовании финитных атомарных функций Кравченко. Здесь* D =0.1; V_0 =1; σ =1, *для «1», «2»* $t = 0.05$; *«3», «4»* $t = 0.5$; *«5», «6»* $t = 2$; *«7», «8»* $t = 4$.

Такую плотность распределения имеет случайная величина

$$\xi = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \xi_k 2^{-k} , \tag{18}$$

где $\xi_k \in (-1,1)$ равномерно распределенная на интервале от –1 до +1 случайная величина. Более общий вид случайной величины и порождающего плотность её распределения дифференциальное уравнение [13] можно записать так

$$\xi = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \xi_k a^{-k} , \; h_a{}'(\xi) = \frac{a^2}{2}(h_a(a\xi+1) - 2h_a(a\xi-1)) \tag{19}$$

Уравнение (19) означает, что скорость изменения значений функции $h_a{}'(\xi)$ в момент времени ξ определяется значениями функции $h_a(\xi)$ сжатой по времени в a раз в симметрично отстоящие относительно ξ моменты времени $\xi \pm 1/a$.

В операторной форме уравнение (19) запишется так

$$h_a(p) = a^2 h_a\left(\frac{p}{a}\right)\frac{sh(p)}{p}. \tag{20}$$

Для иллюстрации на рис. 6 показано поведение плотности распределения и интегральной функции распределения при их описании нормальной гауссовой плотностью и атомарной функцией $up(\xi)$. Видно, что в отличие от гауссовой плотности распределение, описываемое финитной атомарной функцией, имеет более высокий уровень значений в энергитической области и существенно меньше, чем у стандартного распределения на хвостах. Функции $up(\xi)$, $h_a(\xi)$ относятся к классу атомарных функций. Атомарные функции [12] — это финитные решения функционально-дифференциальных уравнений вида

$$L(y(x)) = \lambda \sum_{k=1}^{M} C_k y(ax - b_k) , \tag{21}$$

где $a \geq 1$, L — линейный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами.

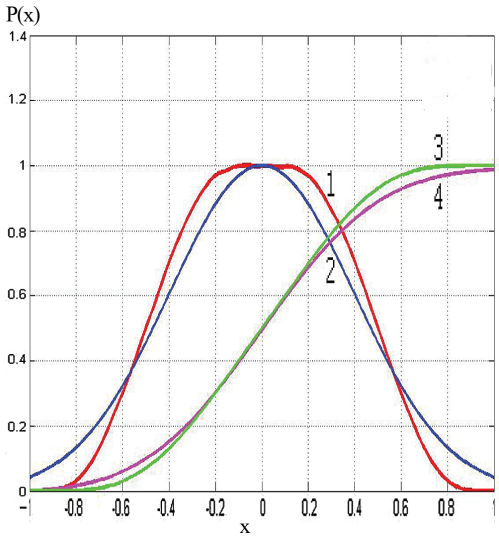


Рис. 6. *Плотности* 1,2 *и интегральные функции* 3, 4 *распределения: гауссовой величины* 2, 4 *с* $\sigma = 1/\sqrt{2\pi}$ *и для величины с распределением Кравченко-Рвачева* 1, 3.

Уравнения (17)–(20) являются его частным случаем. Атомарное распределение Кравченко–Рвачева (плотность вероятности $p_x(x)$ случайной величины (СВ) x) и его первые моменты [13] определяются соотношениями

$$p_x(x) = \frac{1}{b} h_a\left(\frac{x-m}{b}\right),\ m_x = m, \sigma = \frac{b}{3}. \tag{22}$$

Уравнение (21) в операторной форме запишется в виде

$$L(p)y(p) = \lambda\, y\left(\frac{p}{a}\right)\sum_{k=1}^{M} C_k \exp\left(b_k p\right). \tag{23}$$

Атомарные функции $up(\xi)$ можно использовать для аппроксимации гауссовых функций (11)–(16), которые являются решением уравнения диффузии (теплопереноса) (9–10). Для этого в уравнениях (11)–(16) необходимо гауссовы плотности заменить на плотности, описываемые атомарной функцией Кравченко

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp-\left(\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma^2}\right) \to up\left(\frac{x-m_x}{b}\right). \tag{24}$$

$$\Phi\left(\frac{(x-m_x)}{\sigma}\right) = \int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp-\left(\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma^2}\right)dx \to \Phi up\left(\frac{(x-m_x)}{b}\right) = \int_{-\infty}^{x}\frac{1}{b}up\left(\frac{(x-m_x)^2}{b}\right)dx\ , \tag{25}$$

где $m_x = V_0 t,\ \ b = \sqrt{2\pi}\sigma$.

При этом, как видно из соотношения (22) $b \approx \sigma$, т.е. при аппроксимации гауссова распределения и распределением, задаваемым атомарной функцией Кравченко среднеквадратичные значения их примерно одинаковы.

На рис. 5 показаны эти аппроксимации для разных временных сечений. Видно, что в отличие от стандартного закона в этом случае в энергитической области наблюдаются несколько большие значения, в то время как на хвостах они меньше.

Датчики качества воды для смарт-грид технологий. Создание датчиков, сочетающих приемлемую стоимость с достаточно высокой точностью определения параметров воды. Несмотря на обилие методов и средств контроля качества воды они не удовлетворяют перечисленным требованиям. Актуальна разработка датчиков, обеспечивающих непрерывный оперативный контроль в сочетании с высокими метрологическими характеристиками и низкой стоимостью, которые позволят обеспечить массовость их применения индивидуальными потребителями. Для их разработки могут использоваться радиофизические принципы.

Рис. 7. *Общий вид многоволнового измерителя прозрачности воды:* 1 *– измерительная кювета;* 2 *– блок для кюветы с излучателями и приемником;* 3 *– индикаторное устройство.*

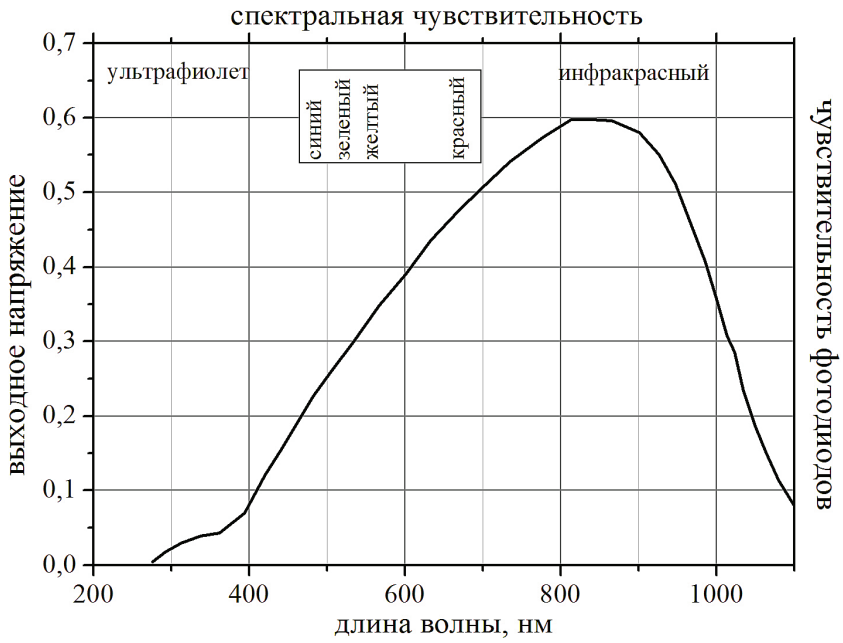


Рис. 8. *Спектральная чувствительность приемника.*

Контроль прозрачности или мутности воды может основываться на регистрации в оптическом диапазоне коэффициентов прохождения и рассеяния света контролируемым образцом воды на нескольких длинах волн. Поскольку помутнение воды, обычно сопровождается и изменением её цвета (от голубоватого к желтому), то в сенсорах необходимо использовать несколько длин волн.

На рис. 7 показан макет измерителя прозрачности воды на 5 длинах волн оптического (650 нм — красный, 550 нм — зеленый, 450 нм — синий) и инфракрасного (850 и 940 нм) диапазонов. В нем используется 5 излучателей, работающих в разных диапазонах длин волн и один широкополосный приемник. Измерение затухания на различных длинах волн осуществляется одноканальным приемником, последовательно во времени. Для повышения помехозащищенности от внешних источников освещения используется низкочастотная модуляция источника излучения и узкополосный синхронный прием прошедшего через образец излучения. Общий вид многоволнового датчика приведен на рис. 7, а спектральная чувствительность используемого в нем широкополосного приемника показана на рис. 8.

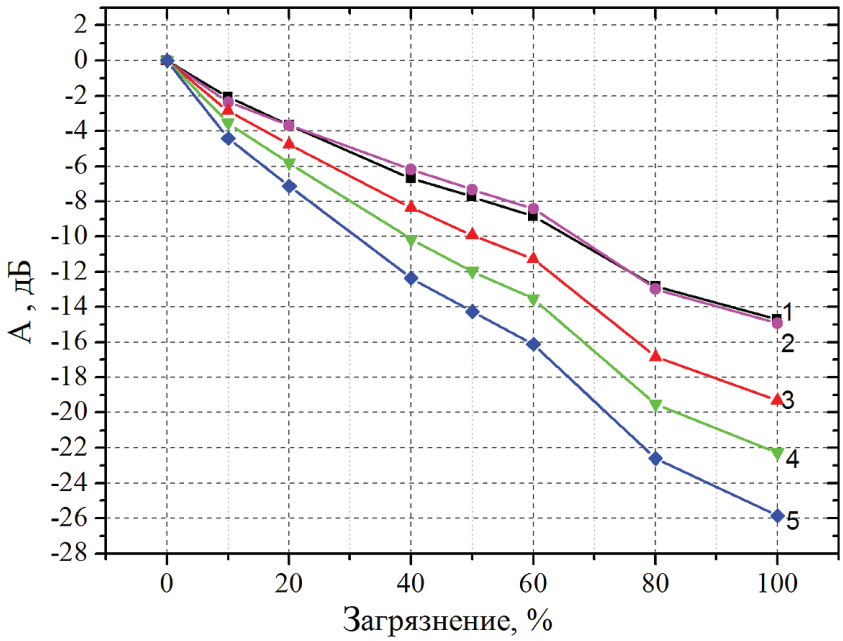
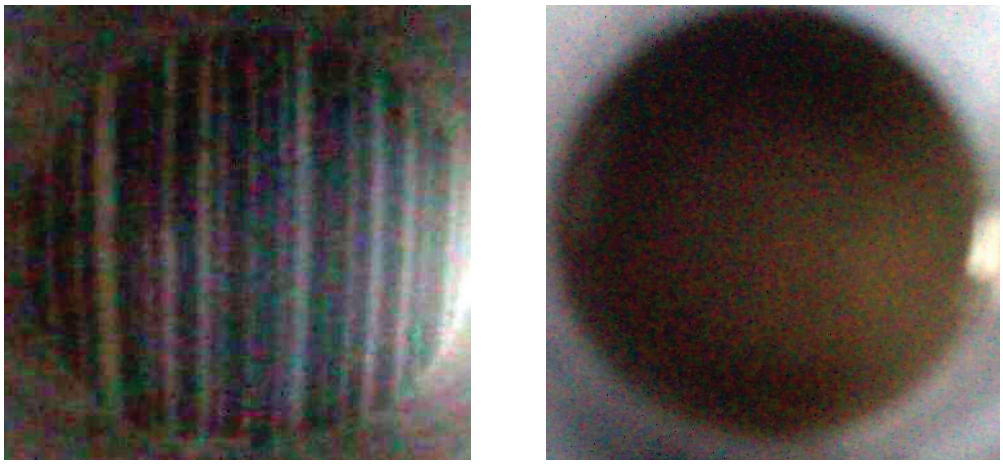


Рис. 9. *Затухание от степени загрязнения воды (коричневого цвета) для разных длин волн оптического и ИК диапазонов:* 1 – 940 *нм,* 2 – 850 *нм,* 3 – *красный,* 4 – *зеленый,* 5 – *синий.*

В нем реализован динамический диапазон измерений ослаблений светового потока до 30 дБ, что позволяет контролировать прозрачность (мутность) воды в широких пределах. Использование многоволнового режима позволяет повысить точность измерений и проводить дифференциацию размеров загрязняющих частиц. Результаты оценки оптической прозрачности воды приведены на рис. 9–12.



а) *б*)

Рис. 10. *Оптическая прозрачность воды коричневого цвета.* Загрязнение 50% (а), 100% (б).

Зависимость затухания оптического сигнала от степени загрязненности воды грунтом приведена на рис. 9, а на рис. 10 показано изменение при этом её прозрачности. Для контроля степени прозрачности использовалась стандартная методика оценки разрешающей способности, применяемая в телевидении. Следует отметить, что в достаточно большом диапазоне загрязнений (от 0 до 80%) затухание от степени загрязнения удовлетворительно описывается линейной зависимостью.

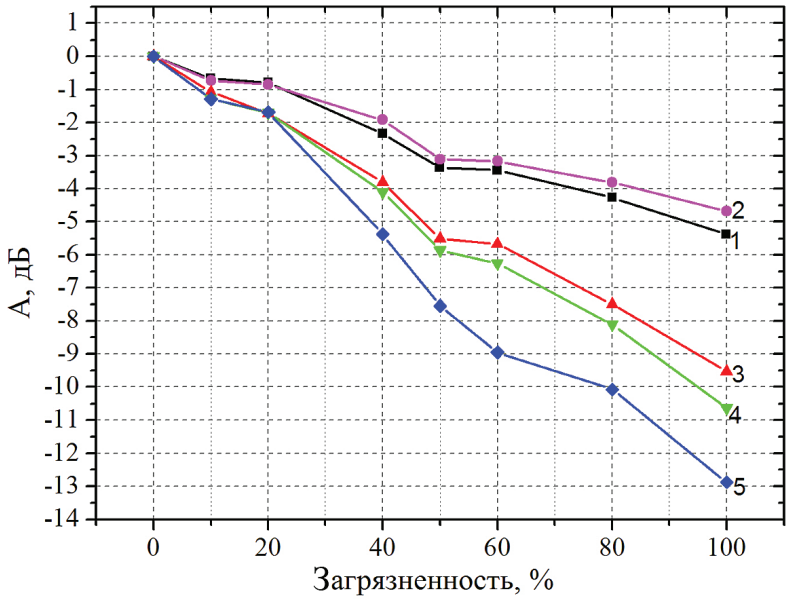


Рис. 11. *Затухание от степени загрязнения воды (зеленого цвета) для разных длин волн оптического и ИК диапазонов:* 1 – 940 *нм,* 2 – 850 *нм,* 3 – *красный,* 4 – *зеленый,* 5 – *синий.*

На рис. 11, 12 приведены аналогичные характеристики воды в период цветения водоема. Цвет воды при этом был зеленый. И для такого цвета воды можно выделить участок квазилинейного изменения затухания от концентрации загрязняющих веществ.

а) *б*)

Рис. 12. *Оптическая прозрачность воды зеленого цвета.* Чистая вода (а), загрязнение 100% (б).

Наличие загрязняющих примесей в воде сказывается на её диэлектрических свойствах. Для их выявления могут использоваться методы СВЧ и КВЧ диэлектрометрии. Так использование высокочувствительного метода капиллярно-волноводного резонанса, впервые предложенного Е. В. Беляковым [15, 16], позволяет обнаруживать наличие в воде микропримесей с концентрациями до 0.1 %, и, как показали последние исследования, обеспечивает возможность идентификации воды источников различного природного происхождения [3,4].

Рис. 13. *Измерительный стенд для определения характеристик жидкостей методом капиллярно-волноводного резонанса:* 1 – *капиллярно-волноводный резонатор,* 2 – *общий вид рабочей установки на основе панорамного КСВ метра Р* 2–69.

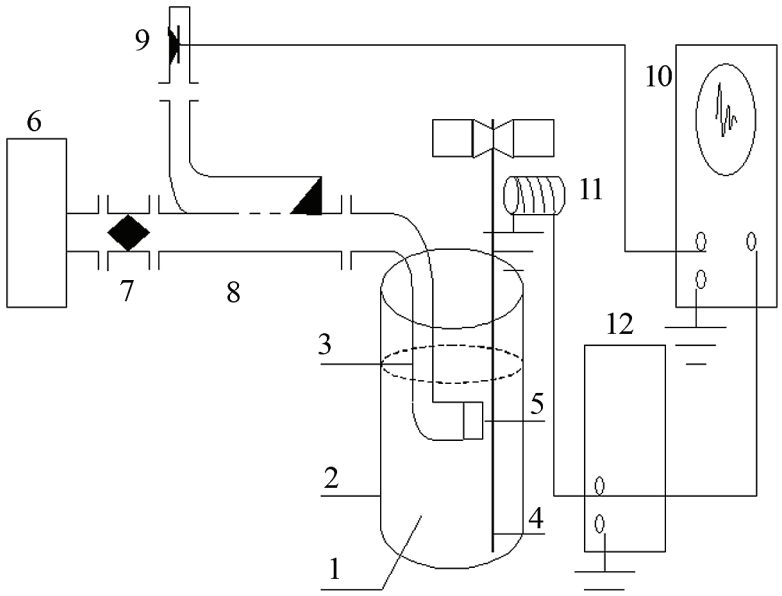


Рис. 14. *Структура стенда для определения диэлектрических свойств жидкостей методом колеблющейся струны:* 1 – *кювета с жидкостью* 2, 3 – *излучатель с радиопрозрачной заглушкой* 5, 4 – *колеблющаяся струна,* 6 – *генератор,* 7 – *вентиль,* 9 – *приемный СВЧ диод,* 10 – *индикатор,* 11 – *электромагнит,* 12 – *генератор возбуждения.*

Для исследования изменений затухания и резонансной частоты в зависимости от концентрации раствора необходимы измерительные комплексы, обладающие высокой разрешающей способностью по частоте и большим динамическим диапазоном измеряемых поглощений. Был создан капиллярно-волноводный резонатор на основе прямоугольного волновода сечением 3.6×1.8 мм^2 и диэлектрического капилляра из фторопласта с внешним диаметром $2r_e$ =1.5 мм и внутренним $2r_i$ =1.1 мм, проходящего через широкие стенки волновода. Он работает в миллиметровом диапазоне длин волн ($\lambda \approx 5$ мм). Из-за резонансов, возникающих в многослойном капил-

ляре, внутри которого находится исследуемая жидкость, система оказывается достаточно чувствительной к микропримесям. Общий вид измерительной установки показан на рис. 13, а возможности метода иллюстрируют, приведенные на рис. 15, 16 зависимости частоты резонанса поглощения от концентрации спирта в водном растворе (рис. 15, в, 16, а) и влияние её на добротность резонанса поглощения рис. 16, б.

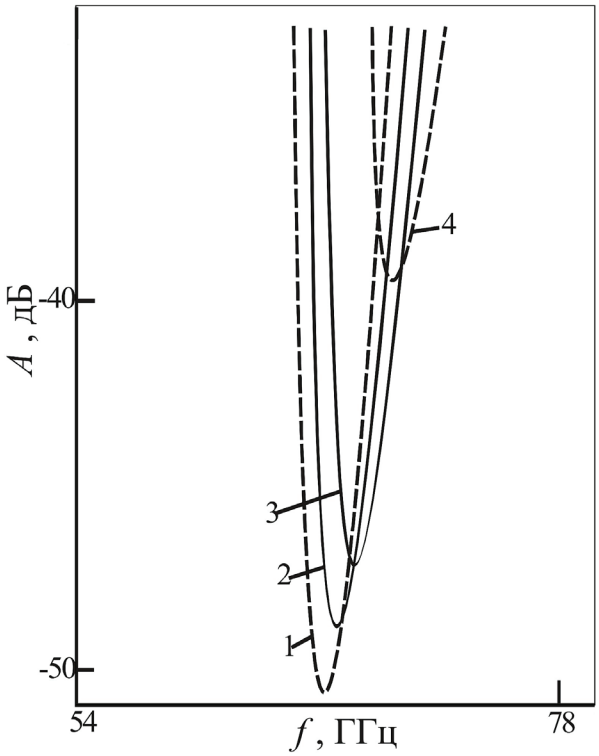
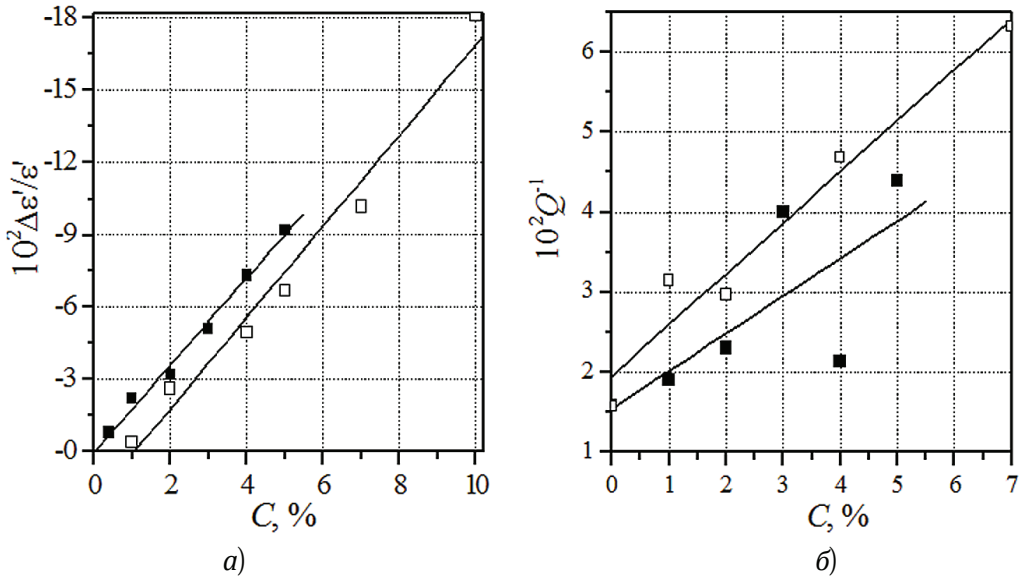


Рис. 15. *Характеристики резонансного поглощения водных растворов спирта:* 1 *– дистиллят;* 2 *– дистиллят +* 1% C_2H_5OH; 3 *– дистиллят +* 2% C_2H_5OH; 4 *– дистиллят +* 4% C_2H_5OH.



а) *б)*

Рис. 16. *Зависимости изменений диэлектрической проницаемости* (*а*) *и обратной добротности резонанса поглощения* (*б*) *от концентрации раствора С.*

Видно, что добавки к воде спирта в концентрациях в единицы процента уверенно регистрируются этим методом. Предельная чувствительность метода по концентрации составляет примерно 0.2%. Для воды и водных растворов наблюдалось резонансное поглощение на часто-

тах 63–66 ГГц. Для примера на рис. 17 приведены частотные зависимости ослабления сигнала для нескольких образцов воды. Наибольшая глубина провала резонансной кривой поглощения электромагнитной энергии наблюдалась для дистиллята двойной перегонки и составляла ~ 43 дБ (кривая 1), для дистиллята однократной перегонки она уменьшилась до 41 дБ (кривая 2), а для артезианской воды составила 37 дБ (кривая 3).

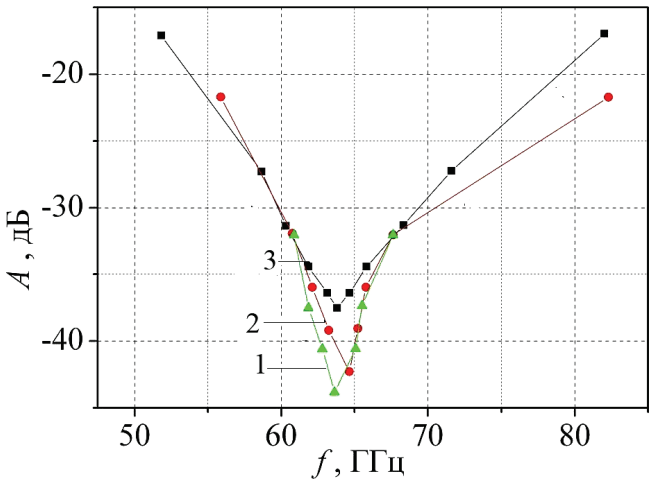


Рис. 17. *Характеристики резонансного поглощения различных типов воды:*
1 – *бидистиллят;* 2 – *дистиллят;* 3 – *вода* 721.

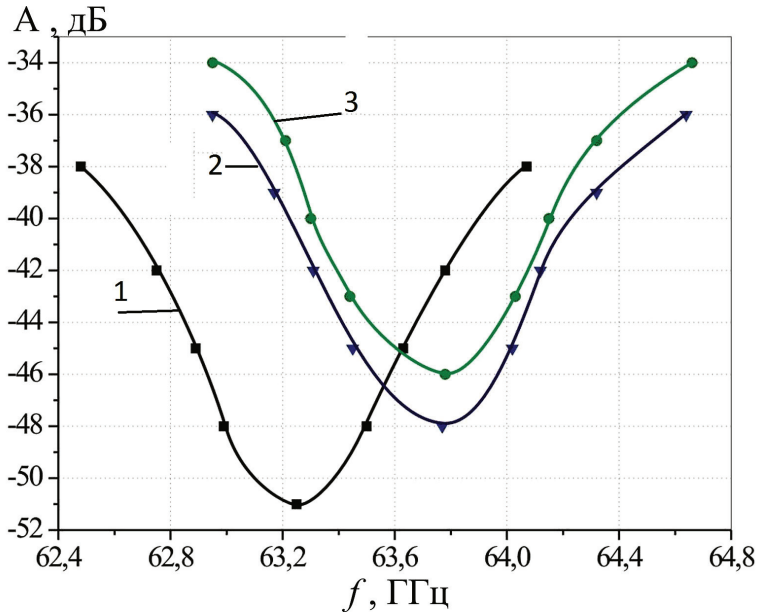


Рис. 18. *Характеристики резонансного поглощения разных типов воды:*
1 – *дистиллят;* 2 – *талый снег;* 3 – *водопроводная вода.*

Кривые резонанса поглощения для различных типов воды: дистиллята, талой и водопроводной воды приведены на рис. 18. Видно, что для дистиллята характерно наиболее глубокое резонансное поглощение. Таким образом: частота резонанса, его глубина и добротность могут служить признаками для оценки степени чистоты питьевой воды. Еще один из высокочувствительных методов, который может использоваться для прямого измерения постоянной составляющей показателя преломления n жидкости предложен в работе [2]. Это метод колеблющейся в жидкости струны. Он предполагает использование образцов жидкости, размеры которых превышают или сравнимы с длиной волны λ в свободном пространстве, на которой проводятся исследования. При этом непосредственно измеряется длина волны в жидкости на выбранной частоте *f*, а следовательно, и реальная часть коэффициента преломления $n = \lambda_0/\lambda$ (λ_0 — длина волны в свободном пространстве на частоте *f*).

Схематически устройство, позволяющее реализовать такую методику измерения коэффициента преломления [2, 4], показано на рис. 14.

На рис. 19 приведены частоты капиллярно-волноводного резонанса и длина волны для различных источников измеренные этими двумя методами.

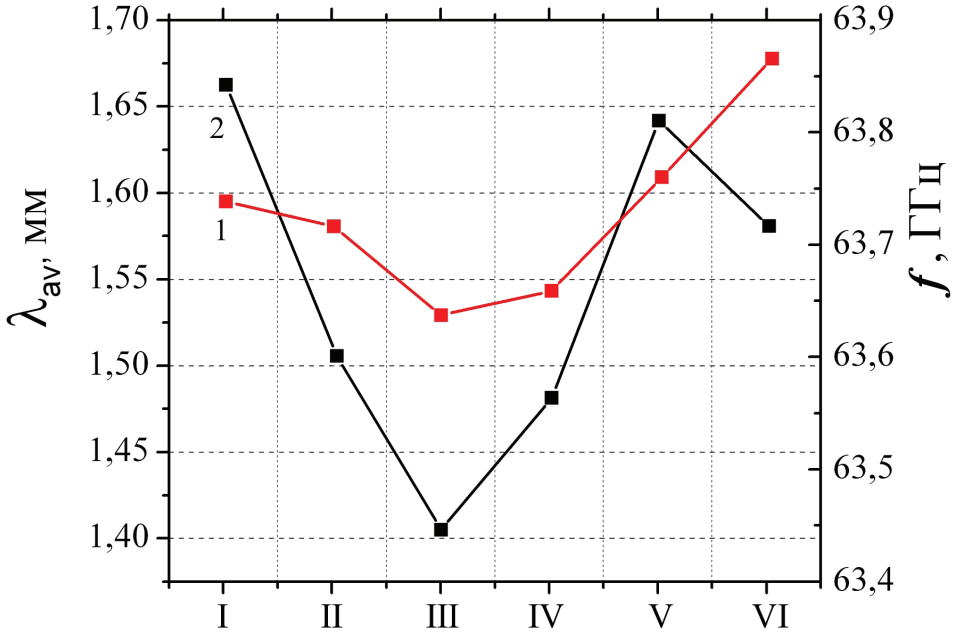


Рис. 19. *Длина волны в воде* 1 *и частота резонанса поглощения* 2*:*
I. Шатиловская (*Харьков*-1), *II. Шестаково* (*Кременная*), *III. Роганская* (721),
IV. Рай-Еленовская, V. дистиллят, VI. водопроводная вода.

Видно, что по этим параметрам можно различать воду из различных природных источников, а это означает, что эти методы могут быть положены в основу создания достаточно дешевых и точных сенсоров оценки качества воды.

Дополнительно к измерениям на СВЧ и в оптическом диапазоне могут проводиться и измерения проводимости воды на постоянном токе, которые являются наиболее дешевыми и простыми. Комплексное использование измерений на постоянном токе, на многих частотах оптического и микроволнового диапазонов позволит решить задачу создания сенсоров контроля воды обладающих высокой чувствительностью к загрязнениям и низкой стоимостью, что позволит их массовое производство и применение.

Авторами в данной работе предпринята попытка предложить использование принципов Smart Grid технологий для минимизации экономических затрат по обеспечению потребителей водой требуемого качества.

Заключение

Применение принципов временного разделения при подаче в водовод технической и питьевой воды в сочетании со Smart Grid технологиями контроля и доводки до необходимого качества воды до отдельных потребителей могут позволить существенно снизить затраты и служить основой для будущего устойчивого развития общества.

Математическая модель Smart Grid системы водоснабжения может строиться с использованием нестационарного уравнения диффузии. Для учета конечности изменения концентрационных зависимостей вместо гауссовых плотностей распределения могут использоваться финитные атомарные функции Кравченко–Рвачева.

Достаточно дешевые и точные сенсоры оценки качества воды могут быть созданы на базе многочастотных оптических (видимого и инфракрасного диапазонов) и микроволновых (сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн) датчиков.

Список литературы

1. *Кривенко Е. В.* Использование смарт грид технологий как основы модернизации системы водоснабжения для будущего устойчивого развития общества / Е.В. Кривенко, С.А. Левченко, В.И. Луценко // Сборник тезисов конференции Наука и технология как основы модернизации для будущего устойчивого развития, 18–21 сентября, Минск, 2014. С. 57–61.
2. *Голубничая Г. В.* Метод непосредственного измерения коэффициента преломления жидкостей в миллиметровом диапазоне / Г.В. Голубничая, А.Я. Кириченко // 18 Международная конференция «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии», 8–12 сентября, Севастополь, 2008: матер. конф. Севастополь. 2008. С. 743–744.
3. *Голубничая Г. В.* Идентификация питьевой воды природных источников с использованием их коэффициента преломления в миллиметровом диапазоне / Г. В. Голубничая, А. Я. Кириченко, Е. В. Кривенко, В. И. Луценко// Труды 21-й Международной конференции «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии», 12–16 сентября. Севастополь. 2011. С. 1011–1012.
4. Использование двух экспресс методов идентификации воды природных источников в миллиметровом диапазоне волн. / Голубничая Г. В., Кириченко А. Я., Кривенко Е. В., Луценко В. И. // Радиофизика и электроника: НАН Украины Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова. Харьков. 2014. Т. 5 (19). № 2. С. 94–99.
5. *Golubnichaya, G. V.* The Refraction Factor in a Millimeter Wave Band For Identification of Potable Water From Natural Sources Authors / G.V. Golubnichaya, A.Ya. Kirichenko, E.V. Krivenko, V.I. Lutsenko // The 42nd European Microwave Conference, 2012, EuMA, 29 Oct — 1 Nov 2012, Amsterdam. Proceedings: Amsterdam. 2012. P. 1324–1327
6. *Кравченко В. Ф.* Анализ нестационарных сигналов и полей с использованием вложенных полумарковских процессов / В.Ф. Кравченко, В.И. Луценко, С.А. Масалов, В.И. Пустовойт // Доклады Академии наук. 2013. Т. 453. № 2. С. 151–154.
7. *Kravchenko, V. F.* Statistical Model of The Refractive Index of The Troposphere / V.F. Kravchenko, V.I. Lutsenko, I.V. Lutsenko, D.O. Popov // Universal Journal Physics' and Applied (UJPA). 2014. Vol. 2. No. 4. P. 206–212.
8. *Kravchenko, V. F.* Description And Analysis of Non-Stationary Signals by Nested Semi-Markov Processes / V.F. Kravchenko, V.I. Lutsenko, I.V. Lutsenko, D.O. Popov // Journal of Measurement Science And Instrumentation. 2014. Vol. 5. No. 3. Sept. 2014. No. 19. P. 25–32.
9. *Тихонов А. Н.* Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский // Издание четвертое, исправленное. Учебное пособие для университетов. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1972. 735 с.
10. *Рвачев В. Л.* Про одну фінітну функцію / В.Л.Рвачев, В.О. Рвачев // Доповіді академії наук УРСР. Серія А. 1971. Вип. 7. С. 705–707.
11. *Кравченко В. Ф., Кравченко О. В., Пустовойт В. И., Чуриков Д. В.* Атомарные функции в современных проблемах радиофизики. Обзор // Физические основы приборостроения. Специальный выпуск. Ноябрь. 2011. С. 3–48.
12. *Kravchenko, V.F., Churikov, D.V.* Kravchenko Probability Weight Functions in Problems of Radar Signals Correlation Processing. Journal of Measurement Science And Instrumentation. 2013. Vol. 4. No. 3. P. 231–237.
13. *Кравченко В. Ф.* Атомарные функции в теории вероятностей и случайных процессов / В. Ф. Кравченко О. В. Кравченко А. Р. Сафин // Успехи современной радиоэлектроники. 2009. № 5. С. 23–37.
14. Новый класс вероятностных весовых функций в цифровой обработке сигналов и изображений /В.Ф. Кравченко, О. В. Кравченко, А. Р. Сафин, Д.В. Чуриков // Электромагнитные волны и электронные системы. 2009. Т. 14. № 9. С. 31–44.
15. *Беляков Е. В.* СВЧ-установка миллиметрового диапазона длин волн для исследования и контроля концентрации водных растворов / Е.В Беляков, А.М. Храпко // Электронная техника, сер. Электроника СВЧ. 1986. Вып. 10. № 394. С. 34–36.
16. *Беляков Е. В.* Резонансный КВЧ-диэлькометр для поглощающих жидкостей / Е.В. Беляков // Электронная техника, сер. Электроника СВЧ. 1987. Вып. 7. № 101. С. 51–53.

Поступила 4 ноября 2014 г.

SMART GRID TECHNOLOGY IS THE BASIS OF MODERNIZATION OF WATER SUPPLY SYSTEM FOR THE FUTURE SUSTAINABLE DEVELOPMENT OF SOCIETY

V. F. KRAVCHENKO, O. V. KRIVENKO, S. A. LEVCHENKO, AND V. I. LUTSENKO

Ensuring of humanity the water of necessary quantity and quality is one of the key problems of 21st century. Lack of a water resources which available to humanity for the life are stimulate the steps to the optimizing the mechanism of preparation, transportation, consumption and disposal of water. In this context considerable interest is the new Smart Grid, which will assume the functions of monitoring, water quality management, as well as transport and energy infrastructure. Their development is directly connected with the creation of intellectual sensors quality control of water which supplied to consumers, combining the high metrological characteristics with low cost and the possibility of mass application.

In the long term Smart Grid technology of water resources management will allow to optimize providing consumers with water of the set quality at minimization of expenses on its preparation and utilization. The key link for creation of such technologies is development of the sensors of quality control of water providing control continuously in real time and possessing rather low cost, and also development of the general principles of construction Smart Grid systems of water supply The concept of water supply offered Smart Grid is entered in the concept of «the smart house» which is actively realized now. Economic aspects, prospects of application Smart Grid technologies of preparation of water, the mathematical model of system using the equations of diffusion and heattransfer, and also the description of the processes happening at water transport by means of finite atomic functions of Kravchenko are considered. The structure of Smart Grid Water System and possible variants of sensors monitoring water quality in the optical, infrared, and millimeter wave bands is shown. The proposed solution to the problem of water supply opens new perspectives for the future sustainable development of society.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

УДК 519.248

ПРОВЕРКА ОДНОРОДНОСТИ ДВУХ ЦЕНЗУРИРОВАННЫХ ВЫБОРОК ИЗ НАРАБОТОК ИЗДЕЛИЙ, ОСНОВАННАЯ НА СРАВНЕНИИ ОЦЕНОК КАПЛАНА-МЕЙЕРА ИХ ФУНКЦИЙ НАДЕЖНОСТИ

© Авторы, 2015

В. И. Тимонин — д.ф.–м.н., проф., кафедра ФН-1 «Высшая математика», Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, Москва.
E-mail: timoninmgtu52@mail.ru
Н. Д. Тянникова — аспирант, кафедра ФН-1 «Высшая математика», Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, Москва. E-mail: tiannikova@yandex.ru

Аннотация
Для проверки однородности двух прогрессивно цензурированных выборок предлагается критерий типа Колмогорова-Смирнова, основанный на сравнении оценок Каплана-Мейера функции надежности по каждой выборке. Показано, что при условии справедливости проверяемой гипотезы, распределение его статистики не зависит от вида распределения наработок до отказа элементов. Разработан метод вычисления точных распределений статистики, предназначенной для проверки гипотезы однородности двух цензурированных выборок. Метод позволяет получать точные вероятности для очень значительных объёмов выборок, что делает возможным оценить их необходимый объём, для которого точные вероятности можно заменить асимптотическими. Рассчитаны таблицы значений вероятностей точных распределений предложенной статистики для широкого набора возможных значений объёмов выборок. Доказана сходимость распределения данной статистики к стандартному распределению Колмогорова–Смирнова при условии справедливости проверяемой гипотезы.

Ключевые слова: *непараметрическая статистика, критерий типа Колмогорова-Смирнова, оценка Каплана-Мейера*

Abstract
In order to test the homogeneity of two censored samples it is proposed the criterion of the Kolmogorov-Smirnov, based on a comparison of the Kaplan-Meier estimates of the reliability function for each sample. It is shown that under the condition of justice of the hypothesis, its statistics distribution does not depend on the type of times to failure distribution. The method for calculating the exact distributions of statistics is designed to test the hypothesis of homogeneity of two censored samples. The method provides accurate probabilities for very large volumes of samples, making it possible to estimate their required amount for which the exact probabilities can be replaced by asymptotic. Tables of probability for statistics distributions is calculated for a wide range of possible values of the volumes of samples. The convergence of the distribution of this statistic to the standard distribution of the Kolmogorov-Smirnov is proved under the condition of justice of the hypothesis.

Key words: *nonparametric statistics, the Kolmogorov-Smirnov criterion, the Kaplan-Meier estimate*

Проверка однородности двух или более выборок широко применяется при обработки результатов испытаний различных технических систем и приборов [1–3]. В ряде задач невозможно получить полные выборки ввиду особенностей анализируемых данных. В этом случае используется аппарат проверки однородности по цензурированным данным. В [4–6] подробно исследованы различные аспекты этой задачи. Существует большое количество критериев для проверки этой гипотезы. К наиболее известным относятся критерии Сэвиджа, Гилберта–Гехана, Ментэля–Хейнтцеля и др. [5–7]. Однако, они относятся к классу линейных ранговых критериев и состоятельны только против определенного класса альтернатив. Желательно получить критерий про-

верки однородности, позволяющий проверять данную гипотезу в случае альтернатив произвольного характера. К таким критериям относятся критерии типа Колмогорова–Смирнова [8,9], основанные на сравнении эмпирических функций распределения (функций надежности) двух выборок.

В настоящей работе предлагается критерий типа Колмогорова–Смирнова, основанный на сравнении оценок Каплана–Мейера функции надежности по двум особым образом цензурированным выборкам. Задачи, приводящие к описанному ниже механизму цензурирования, возникают в теории надежности при сравнении результатов испытаний резервированных систем, а также при проведении форсированных испытаний [9–11].

Предположим, что необходимо проверить однородность двух выборок, состоящих из наработок до отказа некоторых элементов (блоков), одна из которых является полной выборкой, а вторая получена по результатам испытаний систем, состоящих из последовательно соединенных этих элементов. После отказа любого элемента системы она выходит из строя и дальнейшее наблюдение за ней прекращается. Таким образом, наработки до отказа не отказавших элементов системы цензурируются моментом отказа вышедшего из строя элемента. В этом случае для проверки однородности стандартный критерий Смирнова не пригоден, так как имеется цензурирование данных, которое называется прогрессивным [12]. Решению этой задачи в общей постановке представлено в данной работе.

Пусть имеется n_1 систем, состоящих из m_1 последовательно соединенных элементов и n_2 систем, состоящих из m_2 последовательно соединенных элементов такого же типа. Без ограничения общности можно считать, что $m_2 \le m_1$. Пусть n_1 систем эксплуатируются в режиме ε_1, а n_2 систем в режиме ε_2. Требуется проверить гипотезу о том, что распределение наработок до отказа элементов в каждом из режимов одинаково для обоих режимов.

Обозначим через $F_1(t)$ функцию распределения наработок до отказа элементов в режиме ε_1. Аналогично, $F_2(t)$ – функция распределения наработок до отказа в режиме ε_2. Тогда проверяемая гипотеза имеет вид

$$H_0 : F_1(t) = F_2(t) = F_0(t). \qquad (1)$$

По таким испытаниям наблюдаются минимумы из наработок до отказа в каждой системе. Пусть $\Theta_1 = \left(\theta_{01}^1,...,\theta_{01}^{n_1}\right), \Theta_2 = \left(\theta_{02}^1,...,\theta_{02}^{n_2}\right)$ — выборки из минимумов наработок на отказ систем, работающих в режимах ε_1 и ε_2 соответственно. Тогда при справедливости гипотезы (1) можно оценить функцию надежности $P_0(t) = 1 - F_0(t)$ по выборкам Θ_1 и Θ_2 согласно следующим формулам:

$$\widehat{P}_{\theta_1}(t) = \begin{cases} 1, & d_1(t) = 0, \\ \prod\limits_{i=1}^{d_1(t)} \left(1 - \dfrac{1}{m_1(n_1 - i + 1)}\right), & 1 \le d_1(t) \le (n_1 - 1), \\ 0, & d_1(t) = n_1, \end{cases}$$

$$\widehat{P}_{\theta_2}(t) = \begin{cases} 1, & d_2(t) = 0, \\ \prod\limits_{j=1}^{d_2(t)} \left(1 - \dfrac{1}{m_2(n_2 - j + 1)}\right), & 1 \le d_2(t) \le (n_2 - 1), \\ 0, & d_2(t) = n_2, \end{cases}$$

где $d_1(t)$, $d_2(t)$ — количество элементов выборок Θ_1 и Θ_2, меньших t. Оценки $\widehat{P}_{\theta_1}(t)$, $\widehat{P}_{\theta_2}(t)$ называются оценками Каплана–Мейера функции надежности $P_0(t)$ по цензурированным данным [13].

Функции распределения величин $\left(\theta_{01}^1,...,\theta_{01}^{n_1}\right)$, $\left(\theta_{02}^1,...,\theta_{02}^{n_2}\right)$ можно оценить эмпирическими функциями распределения $\widehat{F}^1$, $\widehat{F}^2$ для первой и второй выборок.

Для проверки гипотезы (1) предлагается статистика вида

$$T=\frac{m_1m_2\sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{\rho m_1^2+m_2^2}}\max_t\frac{\left(k_2\left(1-\widehat{F}^1\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_1\left(1-\widehat{F}^2\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-1}}{k_2\left(k_2\left(1-\widehat{F}^1\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_1\left(1-\widehat{F}^2\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-m_1}+k_1}\left|\widehat{P}_{\theta_1}(t)-\widehat{P}_{\theta_2}(t)\right|, \qquad (2)$$

где $\rho=\frac{n_1}{n_2}, k_1=\frac{m_2^2}{\rho m_1^2+m_2^2}, k_2=\frac{\rho m_1^2}{\rho m_1^2+m_2^2}$.

Статистика (2) является аналогом статистики Смирнова применительно к проверке однородности двух цензурированных независимых выборок. Заметим, что при $m_1=m_2=1$ вид данной статистики совпадает с классической статистикой Смирнова.

Точные распределения T

Точные распределения статистики T вычисляются способом, аналогичным тому, который описан в [14,15] применительно к данной задаче. По этой причине приведем лишь основные моменты данного метода.

Пусть $z_i=\begin{cases}1, & \text{если отказ из выбоки } \Theta_1,\\ 0, & \text{если отказ из выбоки } \Theta_2,\end{cases}$ $i=1,\ldots,\left(n_1+n_2\right)$.

Вектор $\mathbf{Z}=\left(z_1,z_2,...,z_{n_1+n_2}\right)$ состоит из n_1 единиц и n_2 нулей.

Лемма 1. Распределение вероятностей векторов $\mathbf{Z}=\left(z_1,z_2,...,z_{n_1+n_2}\right)$ не зависит от вида функции надежности $P_0(t)$ и определяется следующим выражением:

$$p(\mathbf{Z})=\prod_{j=1}^{n_1+n_2}\left(\frac{\left(\left(n_1-V_{j-1}\right)m_1\right)^{z_j}\left(\left(n_2-U_{j-1}\right)m_2\right)^{1-z_j}}{\left(n_1-V_{j-1}\right)m_1+\left(n_2-U_{j-1}\right)m_2}\right),$$

где $V_j=\sum_{i=1}^{j}z_i$, $V_0=0$ — количество единиц в векторе $\vec{Z}$ до j-ого места включительно, $U_j=j-\sum_{i=1}^{j}z_i$, $U_0=0$ — количество единиц в векторе $\mathbf{Z}$ до j-ого места включительно.

Доказательство. Очевидно, что при справедливости (1) любая перестановка из всех времен отказов $(n_1m_1+n_2m_2)$ элементов имеет одинаковую вероятность $\frac{1}{\left(n_1m_1+n_2m_2\right)!}$. Нетрудно видеть, что количество перестановок, приводящее к конкретному вектору $\mathbf{Z}=\left(z_1,z_2,...,z_{n_1+n_2}\right)$ равно

$$\left(n_1m_1\right)^{z_1}\left(n_2m_2\right)^{1-z_1}\prod_{k=1}^{m_1-1}\left(n_1m_1+n_2m_2-k\right)^{z_1}\prod_{k=1}^{m_2-1}\left(n_1m_1+n_2m_2-k\right)^{1-z_1}\times...\times$$

$$\times\left(\left(n_1-V_{l-1}\right)m_1\right)^{z_l}\left(\left(n_2-U_{l-1}\right)m_2\right)^{1-z_l}\prod_{k=1}^{m_1-1}\left(\left(n_1-V_{l-1}\right)m_1+\left(n_2-U_{l-1}\right)m_2-k\right)^{z_l}$$

$$\prod_{k=1}^{m_2-1}\left(\left(n_1-V_{l-1}\right)m_1+\left(n_2-U_{l-1}\right)m_2-k\right)^{1-z_l}\times...\times\left(m_1\right)^{z_{n_1+n_2}}\left(m_2\right)^{1-z_{n_1+n_2}}\prod_{k=1}^{m_1-1}\left(m_1-k\right)^{z_{n_1+n_2}}\prod_{k=1}^{m_2-1}\left(m_2-k\right)^{1-z_{n_1+n_2}}.$$

Отсюда следует утверждение леммы. ◁

Чтобы вычислить точные распределения статистики T, введем следующую модель случайного блуждания. Пусть $\{a_{ij}\} = A$, $i = \overline{0,n_1}$, $j = \overline{0,n_2}$ — двумерный массив ячеек. Частица на первом шаге выходит из ячейки $a_{0,0}$ и на (n_1+n_2) – ом шаге заканчивает блуждание в ячейке a_{n_1,n_2}, совершая n_1 скачков «вниз» и n_2 скачков «вправо». Траектории частицы будут находиться во взаимно однозначном соответствии с векторами $\mathbf{Z}$. Равенство $z_k = 1$, $k = 1,\ldots,(n_1+n_2)$ в векторе $\mathbf{Z}$ соответствует скачку вниз на k шаге, появление $z_k = 0$, $k = 1,\ldots,(n_1+n_2)$ — скачку вправо. При прохождении блуждания через ячейку a_{ij} функция

$$\frac{m_1 m_2\sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{\rho m_1^2+m_2^2}}\frac{\left(k_2\left(1-\widehat{F}^{1}\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_1\left(1-\widehat{F}^{2}\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-1}}{k_2\left(k_2\left(1-\widehat{F}^{1}\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_1\left(1-\widehat{F}^{2}\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-m_1}+k_1}\left|\widehat{P}_{\theta_1}(t)-\widehat{P}_{\theta_2}(t)\right|$$

принимает значение t_{ij}, равное

$$t_{ij} = \frac{m_1 m_2\sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{\rho m_1^2+m_2^2}}\frac{\left(k_2\left(1-\frac{i}{n_1}\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_1\left(1-\frac{j}{n_2}\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-1}}{k_2\left(k_2\left(1-\frac{i}{n_1}\right)^{\frac{1}{m_1}}+k_1\left(1-\frac{j}{n_2}\right)^{\frac{1}{m_2}}\right)^{m_2-m_1}+k_1}\Delta_{ij},$$

где

$$\Delta_{ij} = \left|\prod_{s_1=1}^{i}\left(1-\frac{1}{m_1(n_1-s_1+1)}\right)-\prod_{s_2=1}^{j}\left(1-\frac{1}{m_2(n_2-s_2+1)}\right)\right|.$$

Заметим, что t_{ij} не зависит от траектории частицы. Схематически массив ячеек, по которым происходит блуждание, показан на рис. 1.

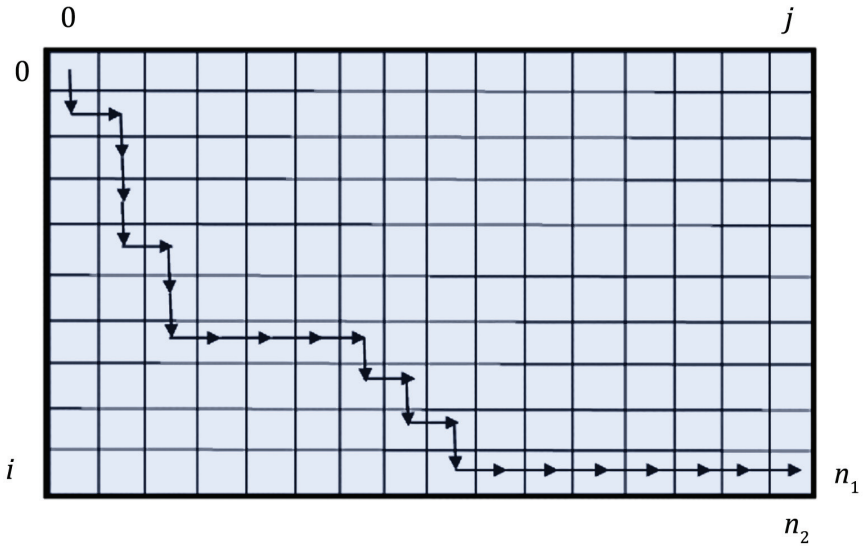


Рис. 1. *Случайное блуждание частицы по массиву ячеек.*

Теорема 1. Вероятность $P\{T<h\}$ равна величине $\pi_{n_1,n_2}(h)$, которую можно получить повторным применением соотношения

$$\pi_{ij}(h)=\begin{cases}1, \text{ если } i=0, j=0,\\ \left(\dfrac{m_2(n_2-j+1)}{m_1(n_1-i)+m_2(n_2-j+1)}\pi_{i,j-1}(h)\right)\chi_{ij}(h),\ i=0,\ 1\le j\le n_2,\\ \left(\dfrac{m_1(n_1-i+1)}{m_1(n_1-i+1)+m_2(n_2-j)}\pi_{i-1,j}(h)\right)\chi_{ij}(h),\ 1\le i\le n_1,\ j=0,\\ \left(\dfrac{m_1(n_1-i+1)}{m_1(n_1-i+1)+m_2(n_2-j)}\pi_{i-1,j}(h)+\right.\\ \left.+\dfrac{m_2(n_2-j+1)}{m_1(n_1-i)+m_2(n_2-j+1)}\pi_{i,j-1}(h)\right)\chi_{ij}(h),\ 1\le i\le n_1,\ 1\le j\le n_2.\end{cases} \tag{3}$$

Здесь $\chi_{ij}(h)=\begin{cases}1, & t_{ij}<h,\\ 0, & t_{ij}\ge h.\end{cases}$

Доказательство. Из леммы 1 получим, что $p(\mathbf{Z})=\prod_{j=1}^{n_1+n_2}\left(\dfrac{\left((n_1-V_{j-1})m_1\right)^{z_j}\left((n_2-U_{j-1})m_2\right)^{1-z_j}}{(n_1-V_{j-1})m_1+(n_2-U_{j-1})m_2}\right)$.

Тогда вероятность каждой траектории ω можно записать в следующем виде:

$$p(\omega)=\prod_{l=1}^{n_1+n_2}\left(\frac{\left((n_1-V_{l-1})m_1\right)^{z_l}\left((n_2-U_{l-1})m_2\right)^{1-z_l}}{(n_1-V_{l-1})m_1+(n_2-U_{l-1})m_2}\right)=\prod_{l=1}^{n_1+n_2}\lambda_l(\omega).$$

Пусть ω_{ij} — множество «частичных» траекторий, оканчивающихся в a_{ij} (соответствующие $\mathbf{Z}$ имеют i единиц и j нулей на $(i+j)$– ом месте). Обозначим $p_{ij}=\prod_{l=1}^{i+j}\lambda_l(\omega)$. Вероятность любой траектории, совершающей скачок на $(i+j)$–ом шаге $a_{i-1,j}\to a_{ij}$ (что соответствует $z_{i+j}=1$), имеет множитель $\dfrac{m_1(n_1-i+1)}{m_1(n_1-i+1)+m_2(n_2-j)}$. Если происходит скачок $a_{i,j-1}\to a_{ij}$ (что соответствует $z_{i+j}=0$), то соответствующий множитель равен $\dfrac{m_2(n_2-j+1)}{m_1(n_1-i)+m_2(n_2-j+1)}$.

Пусть $\pi_{ij}=\sum_{\omega_{ij}}p_{ij}$. Тогда утверждение теоремы следует из того, что в a_{ij} за один скачок можно попасть только из $a_{i-1,j}$ или $a_{i,j-1}$. Множители $\chi_{ij}(h)$ обеспечивают обращение в нуль вероятностей траекторий, не лежащих целиком в A. Что и требовалось доказать. $\triangleleft$

Заметим, что данные вероятности можно получить, применяя введенные в [7] понятия множеств риска, используемые для получения оценок Каплана–Мейера.

Выбор вида статистики (2) обусловлен тем, что её предельное распределение при $n_1\to\infty$, $n_2\to\infty$ не зависит от m_1, m_2 и является классическим распределением Колмогорова–Смирнова. Поэтому в таблицах 1, 2 рассчитаны вероятности точного распределения (2) для квантилей h=1.22, h=1.36 и h=1.63, которые являются соответственно квантилями уровней 0.8901, 0.9505 и 0.9901 асимптотического распределения Колмогорова–Смирнова.

Асимптотическое распределение T

Рассмотрим вопрос о нахождении асимптотического распределения статистики (2). Хотя изложенный выше метод позволяет находить точные вероятности для любых используемых на практике объемов выборок, сам вид применяемой статистики может быть получен только анализом предельных свойств процессов, определяемых оценками функций $\widehat{P}_{\theta_1}(t)$ и $\widehat{P}_{\theta_2}(t)$.

Рассмотрим случайный процесс $Z_n(t)=\left(\widehat{P}_{\theta_1}(t)-(1-t)\right)-\left(\widehat{P}_{\theta_2}(t)-(1-t)\right), 0\le t<1$. Нашей задачей является нахождение математического ожидания и функции ковариации этого процесса. Рассмотрим сначала процесс $X_1(t)=\left(\widehat{P}_{\theta_1}(t)-(1-t)\right)$. Выразим $\widehat{P}_{\theta_1}(t)$ через гамма–функцию. Имеем

$$\widehat{P}_{\theta_1}(t)=\begin{cases}\dfrac{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}\right)\Gamma\left(n_1-d_1(t)+1\right)}{\Gamma\left(n_1+1\right)\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}-d_1(t)\right)}, & 0\le d_1(t)\le n_1-1,\\ 0, & d_1(t)=n_1.\end{cases}$$

Для дальнейших рассуждений приведем лемму, доказательство которой представлено в [14].

Лемма 2. При $\beta>0$ и $0<t<1$ справедливо соотношение

$$\sum_{i=0}^{K}\frac{\Gamma\left(\beta+2\right)}{\Gamma\left(\beta-i+2\right)\Gamma\left(i+1\right)}t^i\left(1-t\right)^{\beta-i+1}=1-\frac{1}{\mathrm{B}\left(\beta-K+1,K+1\right)}\int_0^t x^K\left(1-x\right)^{\beta-K}dx\,.$$

При $K=[\beta]+1$ получаем

$$\sum_{i=0}^{[\beta]+1}\frac{\Gamma\left(\beta+2\right)}{\Gamma\left(\beta-i+2\right)\Gamma\left(i+1\right)}t^i\left(1-t\right)^{\beta-i+1}=1-\frac{1}{\mathrm{B}\left(\beta-\left([\beta]+1\right)+1,\left([\beta]+1\right)+1\right)}\int_0^t x^{[\beta]+1}\left(1-x\right)^{\beta-([\beta]+1)}dx=$$

$$=1-\frac{1}{\mathrm{B}\left([\beta]+2,\{\beta\}\right)}\int_0^t x^{([\beta]+2)-1}\left(1-x\right)^{\{\beta\}-1}dx.$$

Так как $I_t\left(\lambda,\mu\right)=\dfrac{1}{B\left(\lambda,\mu\right)}\displaystyle\int_0^t\tau^{\lambda-1}\left(1-\tau\right)^{\mu-1}d\tau$ — неполная функция Пирсона, то

$$\sum_{i=0}^{[\beta]+1}\frac{\Gamma\left(\beta+2\right)}{\Gamma\left(\beta-i+2\right)\Gamma\left(i+1\right)}t^i\left(1-t\right)^{\beta-i+1}=1-I_t\left([\beta]+2,\{\beta\}\right).$$

Найдем среднее процесса $X_1\left(t\right)=\widehat{P}_{\theta_1}(t)-(1-t)$. Случайная величина $d_1\left(t\right)$ имеет биномиальное распределение $d_1\left(t\right)\sim B\left(1-\left(1-t\right)^{m_1},n_1\right)$.

Тогда, полагая $x=1-\left(1-t\right)^{m_1}$, получим

$$\mathrm{E}X_1\left(t\right)=\mathrm{E}\widehat{P}_{\theta_1}\left(t\right)-(1-t)=\sum_{i=0}^{n_1-1}\frac{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}\right)\Gamma\left(n_1-i+1\right)}{\Gamma\left(n_1+1\right)\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}-i\right)}C_{n_1}^{i}x^i\left(1-x\right)^{(n_1-i)}-\left(1-t\right)=$$

$$=\sum_{i=0}^{n_1-1}\frac{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}\right)}{\Gamma\left(n_1+1-\dfrac{1}{m_1}-i\right)\Gamma\left(i+1\right)}x^i\left(1-x\right)^{n_1-i}-\left(1-t\right)=-\left(1-t\right)I_x\left(n_1,\frac{m_1-1}{m_1}\right).$$

Найдем ковариацию процесса $X_1\left(t\right)$. При решении задачи о проверке гипотезы в испытаниях

с переменной нагрузкой, в [14] для процесса $X_1(t)$ была доказана следующая лемма.

Лемма 3. Пусть $0 \le s \le t < 1$. Тогда

$$\mathrm{E}\widehat{P}_{\theta_1}(s)\widehat{P}_{\theta_1}(t) = \frac{\Lambda(n_1)}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2}\sqrt[m_1]{1-x} - \frac{y(n_1-1)}{n_1}\cdot\frac{\Lambda(n_1-1)}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2}\sqrt[m_1]{1-x},$$

где $x = 1-(1-t)^{m_1}$, $y = 1-(1-s)^{m_1}$, $\Lambda(n_1) = \iint\limits_D \frac{\exp(-n_1(u+v))}{\sqrt[m_1]{(1-e^{-u})(1-e^{-v})(1-ye^{v})^{m_1-1}}}dudv$. Здесь область D имеет следующий вид: $D = \left\{(u,v)\middle| \begin{matrix} 0 \le u \le -\ln\left(1-\frac{1-x}{1-y}(1-ye^{v})\right) \\ 0 \le v \le -\ln y \end{matrix}\right\}$.

Вид области D представлен на рис. 2.

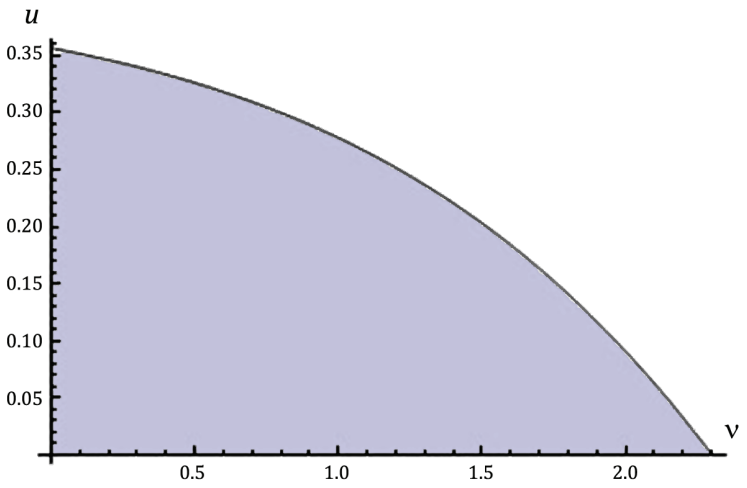


Рис. 2. *Вид области интегрирования D.*

Рассмотрим асимптотические разложения для моментов функций $\widehat{P}_{\theta_1}(t) - (1-t)$. Легко получить асимптотическое разложение при $n_1 \to \infty$ для $\frac{1}{\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)}$, используя разложение для входящих в него гамма–функций [16]. Оно имеет вид

$$\frac{1}{\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)} \sim \frac{1}{\left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}}\Gamma\left(\frac{m_1-1}{m_1}\right)\right]}\left\{1-\frac{1}{n_1}\frac{m_1-1}{2m_1^{\,2}}+\frac{1}{n_1^{\,2}}\frac{2m_1^{\,3}-3m_1^{\,2}-2m_1+3}{6m_1^{\,4}}+\ldots\right\}.$$

Тогда

$$\frac{1}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2} \sim \frac{1}{\left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}}\Gamma\left(\frac{m_1-1}{m_1}\right)\right]^2}\left\{1-\frac{1}{n_1}\frac{m_1-1}{m_1^{\,2}}+\frac{1}{n_1^{\,2}}\frac{m_1^{\,3}-4m_1+3}{6m_1^{\,4}}+\ldots\right\}.$$

Для вывода предельного распределения статистики T нас интересует поведение моментов при $n_1 \to \infty, n_2 \to \infty$.

Теорема 2. Пусть $0 \le s \le t < 1$. Тогда

$$E\widehat{P}_{\theta_1}(s)\widehat{P}_{\theta_1}(t) \sim (1-t)(1-s)\left\{1+\frac{1}{n_1 m_1^{\,2}}\cdot\frac{y}{1-y}+\ldots\right\}.$$

Доказательство данной теоремы представлено в [14]. Оно основано на том факте, что при выводе асимптотического разложения область интегрирования D в $\Lambda(n_1)$ можно заменить на $D_0 = [0,+\infty)\times[0,+\infty)$. При этом

$$\frac{1}{\left(\mathrm{B}\left(n_1, 1-\frac{1}{m_1}\right)\right)^2}\Lambda(n_1) \sim \frac{1}{\left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}}\Gamma\left(\frac{m_1-1}{m_1}\right)\right]^2}\left\{1-\frac{1}{n_1}\frac{m_1-1}{m_1^{\,2}}+\ldots\right\}\times$$

$$\times\left[n_1^{\frac{1-m_1}{m_1}}\Gamma\left(\frac{m_1-1}{m_1}\right)\right]^2\left\{1+\frac{1}{n_1}\cdot\frac{m_1-1}{m_1^{\,2}}\left(\frac{1+(m_1-2)y}{1-y}\right)+\ldots\right\}\frac{1}{\sqrt[m_1]{(1-y)^{m_1-1}}} =$$

$$=\left\{1+\frac{1}{n_1}\cdot\frac{m_1-1}{m_1^{\,2}}\left(\frac{(m_1-1)y}{1-y}\right)+\ldots\right\}\frac{1}{\sqrt[m_1]{(1-y)^{m_1-1}}}.$$

Можно показать, что для $EX_1(t)$ коэффициенты в его асимптотическом разложении равны нулю, то есть

$$EX_1(t) \sim (1-t)\left(\frac{O}{\sqrt{n_1}}+\frac{O}{\sqrt{n_1^{\,3}}}+\ldots\right)\to 0$$

Окончательно, сохраняя члены до порядка $1/n_1$ включительно, получим главный результат, дающий асимптотическое разложение для ковариации процесса $X_1(t)$.

Теорема 3. Пусть $0 \le s \le t < 1$. Тогда

$$K_1(s,t) = EX_1(s)X_1(t) - EX_1(s)EX_1(t) \sim (1-t)(1-s)\left(\frac{1-(1-s)^{m_{11}}}{m_1^{\,2}n_1(1-s)^{m_1}}+o\left(\frac{1}{n_1}\right)\right).$$

Аналогичным образом, рассматривая процесс $X_2(t) = \widehat{P}_{\theta_2}(t) - (1-t)$, получим что

$$K_2(s,t) = EX_2(s)X_2(t) - EX_2(s)EX_2(t) \sim (1-t)(1-s)\left(\frac{1-(1-s)^{m_2}}{m_2^{\,2}n_2(1-s)^{m_2}}+o\left(\frac{1}{n_2}\right)\right).$$

Учитывая, что ковариация разности двух независимых случайных процессов равна сумме ковариаций каждого из процессов в отдельности, окончательно получаем следующую теорему для асимптотического разложения процесса $Z_n(t)$.

Теорема 4. Пусть $0 \le s \le t < 1$. Тогда

$$K_n(s,t) = K_1(s,t) + K_2(s,t) \sim$$

$$\sim (1-t)(1-s)\left(\frac{1-(1-s)^{m_1}}{m_1^{\,2}n_1(1-s)^{m_1}}+\frac{1-(1-s)^{m_2}}{m_2^{\,2}n_2(1-s)^{m_2}}+o\left(\frac{1}{n_2}\right)+o\left(\frac{1}{n_1}\right)\right)\sim$$

$$\sim (1-t)\left(\frac{1}{n_2}\frac{1-(1-s)^{m_1}}{m_1^{\,2}\rho(1-s)^{m_1-1}}+\frac{1}{n_2}\frac{1-(1-s)^{m_2}}{m_2^{\,2}n_2(1-s)^{m_2-1}}+o\left(\frac{1}{n_2}\right)\right).$$

Асимптотическое распределение статистики T .

В [17] доказана общая теорема о сходимости распределений цензурированных эмпирических процессов к распределениям гауссовских процессов. Как следствие, в нашем случае распределение $Y_n(t)=\frac{m_1 m_2\sqrt{\rho n_2}}{\sqrt{\rho m_1^2+m_2^2}}Z_n(t)$ слабо сходится к распределению гауссовского процесса $Y(t)$ с

$$E\left[Y(t)\right]=0,$$

$$E\left[Y(s)\cdot Y(t)\right]=(1-t)\left(\frac{1-(1-s)^{m_1}}{\rho m_1^2(1-s)^{m_1-1}}+\frac{1-(1-s)^{m_2}}{m_2^2(1-s)^{m_2-1}}\right),$$

$$0\le s\le t\le\Delta<1.$$

Теорема 5. Предельным распределением статистики T при справедливости (1) является стандартное распределение Колмогорова–Смирнова

$$P\{T<x\}\xrightarrow[\substack{n_1\to\infty\\ n_2\to\infty}]{}K(x)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(-1)^k\exp\left(-2k^2x^2\right).$$

Доказательство. Рассмотрим преобразование $\tau(t)=\frac{k_2(1-t)^{m_2-m_1}+k_1-(1-t)^{m_2}}{k_2(1-t)^{m_2-m_1}+k_1}:\ [0,1]\to[0,1]$.

Нетрудно показать, что $\tau'(t)\ge 0$, $\tau(0)=0$, $\tau(1)=1$. Тогда существует обратное преобразование $t=\psi(\tau)$. Введем в рассмотрение процесс

$$W(\tau)=Y\left(\psi(\tau)\right)\frac{(1-\psi(\tau))^{m_2-1}}{k_2(1-\psi(\tau))^{m_2-m_1}+k_1}=Y\left(\psi(\tau)\right)\lambda\left(\psi(\tau)\right).$$

Имеем при $0\le u\le v<1$, $\psi(u)=s$, $\psi(v)=t$

$$E\left[W(\tau)\right]=0,$$

$$E\left[W(u)W(v)\right]=\lambda\left(\psi(u)\right)\lambda\left(\psi(v)\right)E\left[Y\left(\psi(u)\right)Y\left(\psi(v)\right)\right]=$$

$$=\lambda(s)\lambda(t)E\left[Y(s)Y(t)\right]=$$

$$=\frac{(1-s)^{m_2-1}}{k_2(1-s)^{m_2-m_1}+k_1}\frac{(1-t)^{m_2-1}}{k_2(1-t)^{m_2-m_1}+k_1}(1-t)\frac{k_2(1-s)^{m_2-m_1}+k_1-(1-s)^{m_2}}{(1-s)^{m_2-1}}=$$

$$=\frac{(1-t)^{m_2}}{k_2(1-t)^{m_2-m_1}+k_1}\frac{k_2(1-s)^{m_2-m_1}+k_1-(1-s)^{m_2}}{k_2(1-s)^{m_2-m_1}+k_1}=u(1-\nu).$$

Следовательно, $W(\tau)$ есть стандартный броуновский мост. Утверждение теоремы следует из распределения точной верхней грани модуля броуновского моста [18]. ◁

Точные распределения $P(T<h)$

В таблицах 1, 2 представлены точные значения вероятностей $P(T<h)$ для различных объёмов выборок, рассчитанные согласно алгоритму (3). Рассматривались значения h=1.22, h=1.36 и h=1.63, которые являются соответственно квантилями уровней 0.8901, 0.9505 и 0.9901 асимптотического распределения Колмогорова–Смирнова. Разница между предельными и точными вероятностями меньше 0.01 начиная с объёмов выборок более 200.

Таблица 1. *Вероятности точного распределения* $P\left(T < h\right)$ *в случае равных объёмов выборок*

$n_1 = n_2$	$P\left(T < h\right)$					
	h = 1.22		h = 1.36		h = 1.63	
	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3
100	0.9218	0.9108	0.9636	0.9570	0.9939	0.9906
200	0.9122	0.9080	0.9604	0.9555	0.9915	0.9908
300	0.9005	0.9069	0.9577	0.9547	0.9906	0.9909
400	0.9065	0.9056	0.9554	0.9545	0.9921	0.9909
500	0.9045	0.9049	0.9584	0.9538	0.9911	0.9908
1000	0.9029	0.9030	0.9516	0.9532	0.9903	0.9907
1500	0.8997	0.9021	0.9530	0.9526	0.9910	0.9906
2000	0.9045	0.9015	0.9546	0.9524	0.9910	0.9906
∞	0.8981	0.8981	0.9505	0.9505	0.9901	0.9901

Таблица 2. *Вероятности точного распределения* $P\left(T < h\right)$ *в случае пропорциональных объёмов выборок,* $n_2 = 2n_1$

n_1, $n_2 = 2\ n_1$	$P\left(T < h\right)$					
	h = 1.22		h = 1.36		h = 1.63	
	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3	m_1=2, m_2=2	m_1=2, m_2=3
100	0.9122	0.9051	0.9580	0.9532	0.9917	0.9891
200	0.9078	0.9049	0.9561	0.9534	0.9913	0.9900
300	0.9061	0.9042	0.9543	0.9532	0.9911	0.9903
400	0.9050	0.9038	0.9538	0.9530	0.9910	0.9904
500	0.9043	0.9031	0.9537	0.9528	0.9909	0.9904
1000	0.9023	0.9019	0.9530	0.9523	0.9907	0.9904
1500	0.9016	0.9012	0.9524	0.9520	0.9906	0.9904
2000	0.9011	0.9008	0.9522	0.9519	0.9905	0.9904
∞	0.8981	0.8981	0.9505	0.9505	0.9901	0.9901

Список литературы

1. *Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д.* Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ. М.: Либроком, 2013. 584 с.
2. *Гнеденко Б. В.* Вопросы математической теории надежности. М.: Радио и связь, 1983. 376 с.
3. *McPherson, J.W.* Reliability Physics and Engineering. Time-To-Failure Modeling. New York: Springer, 2010. 318 p.
4. *Gamiz, M.L., Kulasekera, K.B., Limnios, N., and Lindqvist, B.H.* Applied Nonparametric Statistics in Reliability. London: Springer, 2011. 229 p.
5. *Bagdanovich, V., Kruopis, J. And Nikulin, M.S.* Nonparametric Tests for Censored Data. London: ISTE Ltd, 2011. 233 p.
6. *Skiadas, C. H.* Advances in Data Analysis. Boston: Birkhauser, 2010. 364 p.
7. *Кокс Д., Оукс Д.* Анализ данных типа времени жизни. М.: Финансы и статистика, 1988. 191 с.

8. *Тимонин В. И.* Оптимизация проведения предварительных исследований в теории форсированных испытаний // Вестн. Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. 2004. № 1. С. 23–33.
9. *Тимонин В. И.* Точные распределения статистик Смирнова для одного класса альтернатив для полных и цензурированных данных // Теория вероятностей и ее применение. 1983. Т. 28. № 4. С. 758–760.
10. *Карташов Г. Д.* Эксперименты с ненаблюдаемыми одновременно параметрами в теории форсированных испытаний. В сб.: Ускоренные методы испытаний на надежность технических систем. М.: ВНИИНМАШ. 1972. С. 41–43.
11. *Bezruchko, K.V., Davidov, A.O., and Shirinsky, S.V.* Accelerated Life Test Electromechanical Accumulators // Electrical and Electronic Engineering. 2012. № 2. P. 11–15.
12. *Basu, P.* Censored Data // Handbook of Statistics, Vol. 4. N.Y.: Elsevier Science Publishers, 1984. P. 551–578.
13. *Nelson, W.* Accelerated Testing: Statistical Models Test Plans and Data Analyses John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990. 515 p.
14. *Тимонин В. И., Ермолаева М. А.* Оценки Каплана-Мейера в статистиках типа Колмогорова-Смирнова при проверке гипотез в испытаниях с переменной нагрузкой // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т. 15. № 7. С. 18–26.
15. *Тимонин В. И., Тянникова Н. Д.* Метод вычисления точных распределений статистик типа Колмогорова-Смирнова в случае нарушения однородности и независимости анализируемых выборок // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование». 2014. № 11. P. 217–227.
16. *Олвер Ф.* Асимптотика и специальные функции. М.: Наука, 1990. 528 с.
17. *Fleming, T.R., Harington, D.P.* Counting Process and Survival Analysis. New York: John Willey & Sons, 1991. 429 p.
18. *Hajek, J., Sidak, Z.* Theory of Rank Tests. London: Academic Press, 2004. 438 p.

Поступила 28 января 2015 г.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

THE HOMOGENEITY TESTING OF TWO CENSORED SAMPLES OF TIMES TO FAILURE BASED ON A COMPARISON OF THE KAPLAN-MEIER ESTIMATES OF RELIABILITY FUNCTIONS

V.I. TIMONIN, N.D. TYANNIKOVA

We have n_1 systems of a first type, each consists of series-connected similar m1 elements and n2 systems of the second type, each of which consists of a serially connected m2 elements of the same type. We solve the problem of testing the same distribution of the times to failure of elements of each type of system. Since the system is consistent, then the hypothesis is tested on times to failure of the systems, not on times to failure of the elements themselves.. The sample of each type of system times to failure can be seen as progressively censored sample of times to failure of the elements of this type. Censoring mechanism is that when the failure of the first type or the second type of element happen, then $(m_1\text{-}1)$ or $(m_2\text{-}1)$ elements are removed from the test respectively.

In order to test the homogeneity of two censored samples it is proposed the criterion of the Kolmogorov-Smirnov, based on a comparison of the Kaplan-Meier estimates of the reliability function for each sample. It is shown that under the condition of justice of the hypothesis, its statistics distribution does not depend on the type of times to failure distribution. The method for calculating the exact distributions of statistics is designed to test the hypothesis of homogeneity of two censored samples. Knowledge of the exact distributions of used statistics is important for the reason that in reality there are no large volumes of samples of products made available for testing. The method is based on the random walk model, described in previous studies. The method provides accurate probabilities for very large volumes of samples, making it possible to estimate their required amount for which the exact probabilities can be replaced by asymptotic. Tables of probability for statistics distributions is calculated for a wide range of possible values of the volumes of samples. The convergence of the distribution of this statistic to the standard distribution of the Kolmogorov-Smirnov is proved under the condition of justice of the hypothesis. The proof is based on the convergence of distributions of empirical processes in the distribution of the standard Brownian bridge.

МЕТОДЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ И РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 621.396.96.095.4:528.8.04–047.27

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО–ВРЕМЕННЫХ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ДАЛЬНОСТИ ДО УЧАСТКА ПРОСТРАНСТВЕННО–ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА

© Авторы, 2015

В. К. Волосюк — д.т.н., проф., кафедра проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Э. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина, Харьков. E-mail: valeriy_volosyuk@mail.ru

В. Ф. Кравченко — заслуженный деятель науки РФ, гл.н.с., д.ф.–м.н., проф., Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Москва. E-mail: kvf-ok@mail.ru

Ву Та Кыонг — аспирант, кафедра проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт». E-mail: vutacuong109@gmail.com

В. В. Павликов — д.т.н., с.н.с., зав. кафедрой проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт». E-mail: pavlikov_kharkov@mail.ru

Аннотация

Синтезирован алгоритм оптимального оценивания дальности до элемента пространственно-протяженного объекта с помощью многоантенной пространственно-распределенной радиометрической системы. Разработана структурная схема системы, реализующей предложенный алгоритм обработки сигналов. Найдено аналитическое выражение для предельной погрешности оценки дальности.

Ключевые слова: *оценка дальности, пространственно-протяженный объект, пространственно-временная обработка, многоантенный радиометр*

Abstract

Optimal estimation algorithm of the distance to element of spatially extended object is synthesized by using multi-antenna space-distributed radiometric system. The block diagram of the system realizing the offered signal processing algorithm is developed. An analytic expression for the limiting error of distance estimate is solved.

Key words: *distance estimate, spatially-extended object, spatio-temporal processing, multi-antenna radiometer*

Введение

Микроволновая радиометрия [1] – область науки и техники, связанная с изучением и разработкой методов и средств приема микроволнового излучения, измерения его параметров и характеристик. Системы, реализующие эти методы, широко применяют для решения задач дистанционного зондирования в радиоастрономии, радиолокации, медицине и др. Это обусловлено высокой информативностью сверхширокополосного излучения исследуемых объектов, отсутствием передающего тракта в приемниках радиотеплового излучения и, соответственно, высокой энергоэффективностью систем.

Новые результаты [1–18] по статистической теории синтеза радиометрических систем (сверхширокополосных, многополосных, многочастотных и квазимонохроматических) содержат решения задач оценки энергетических параметров точечных и пространственно-распределенных объектов. Вопросы определения дальности до точечных источников радиотеплового излучения рассмотрены в [19–23]. В тоже время из проведенного анализа следует, что задачам определения дальности до заданного участка пространственно-распределенных объектов в литературе уделено недостаточно внимания. Эвристические алгоритмы оценки такой дальности получены в [24–28], но в этих работах не содержится информации, необходимой для оценки потенциальных характеристик разрабатываемых систем.

В статье, развивая современные достижения статистической теории [1–18], решается задача синтеза алгоритма оптимального оценивания дальности до заданного участка пространственно-протяженного объекта с помощью многоантенной системы и выводится аналитическое выражение для предельной погрешности оценки дальности.

Исходные данные

Геометрия задачи показана на рис. 1. Предполагается, что система состоит из N антенн, минимальное расстояние между центрами которых $d_{\min} \gg \lambda_{\max}$, где $\lambda_{\max}$ – максимальная длина волны, принимаемая системой. Положение фазового центра O_i' i-й ($i = 1..N$) антенны в декартовой системе координат характеризуем вектором (x_i', y_i', z_i'). Предполагаем также, что максимум главного лепестка диаграммы направленности (ДН) i-й антенны (характеризуется вектором направляющих косинусов $\vec{\vartheta}_{0i} = \left(\vartheta_{0i_x} = \cos\theta_{0i_x}, \vartheta_{0i_y} = \cos\theta_{0i_y}\right)$) сфокусирован в направлении элемента dS области D.

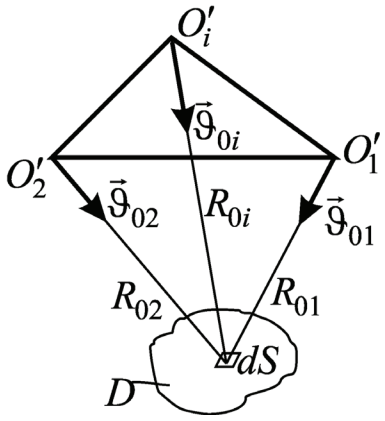


Рис. 1. *Геометрия задачи.*

Предполагая первую антенну опорной, выражаем расстояние от фазового центра 2-й антенны до элемента dS следующим образом:

$$R_{02} = R_{01} + c\tau_{12} = \sqrt{R_{01}^2 + \left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|^2 - 2R_{01}\left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|\cos\widehat{\left(\vec{\vartheta}_{01}, \overrightarrow{O_1'O_2'}\right)}} =$$
$$= \sqrt{R_{01}^2 + \left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|^2 - 2R_{01}\left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|\frac{\vec{\vartheta}_{01}\overrightarrow{O_1'O_2'}}{\left|\vec{\vartheta}_{01}\right|\cdot\left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|}} = \sqrt{R_{01}^2 + \left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|^2 - 2R_{01}\vec{\vartheta}_{01}\overrightarrow{O_1'O_2'}}, \quad (1)$$

где

$$R_{01} = \frac{\left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|\sin\widehat{\left(\vec{\vartheta}_{02}, \overrightarrow{O_2'O_1'}\right)}}{\sin\left[\widehat{\left(\vec{\vartheta}_{02}, \overrightarrow{O_2'O_1'}\right)} + \widehat{\left(\vec{\vartheta}_{01}, \overrightarrow{O_1'O_2'}\right)}\right]} = \left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|\sin\left(\arccos\frac{\vec{\vartheta}_{02}\overrightarrow{O_2'O_1'}}{\left|\overrightarrow{O_2'O_1'}\right|}\right)\left[\sin\left(\arccos\frac{\vec{\vartheta}_{02}\overrightarrow{O_2'O_1'}}{\left|\overrightarrow{O_2'O_1'}\right|} + \arccos\frac{\vec{\vartheta}_{01}\overrightarrow{O_1'O_2'}}{\left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|}\right)\right]^{-1} \quad (2)$$

– расстояние от центра первой антенны до элемента dS, τ_{12} – время задержки между сигна-

лами, принятыми первой и второй антеннами при наведении максимума главного лепестка обеих антенн на элемент dS, c – скорость распространения радиоволн.

Из (1) находим
$$\tau_{12}=\left(\sqrt{R_{01}^2+\left|\overrightarrow{O_1'O_2'}\right|^2-2R_{01}\vec{\vartheta}_{01}\overrightarrow{O_1'O_2'}}-R_{01}\right)c^{-1}. \quad (3)$$

Аналогично получим выражение для времени задержки между сигналами, принятыми первой и i-й антеннами
$$\tau_{1i}=\left(\sqrt{R_{01}^2+\left|\overrightarrow{O_1'O_i'}\right|^2-2R_{01}\vec{\vartheta}_{01}\overrightarrow{O_1'O_i'}}-R_{01}\right)c^{-1}, i=2..N\ . \quad (4)$$

Время задержки между сигналами принятыми первой и i-й антеннами можно определить следующим образом:
$$\tau_{1i}=\frac{R_{0i}-R_{01}}{c}=\frac{\left|\overrightarrow{O_1'O_i'}\right|\left[\sin\left(\widehat{\vec{\vartheta}_{01},\overrightarrow{O_1'O_i'}}\right)-\sin\left(\widehat{\vec{\vartheta}_{0i},\overrightarrow{O_iO_1'}}\right)\right]}{c\cdot\sin\left[\left(\widehat{\vec{\vartheta}_{01},\overrightarrow{O_1'O_i'}}\right)+\left(\widehat{\vec{\vartheta}_{0i},\overrightarrow{O_iO_1'}}\right)\right]}, \quad (5)$$

где $\vec{\vartheta}_{0i}$ – вектор направляющих косинусов, характеризующий направление ДН i-й антенны.

Время задержки между сигналами, принятыми i-й и j-й антеннами τ_{ij} $(i,j=1..N)$ может быть положительным или отрицательным, но всегда удовлетворяет следующим условиям:
$$-\tau_{ji}=\tau_{ij}=\tau_{ik}+\tau_{kj}, k=1..N \quad \text{и} \quad \sum_{i,j=1}^{N}\tau_{ij}=0. \quad (6)$$

В работе предполагается, что главный лепесток ДН первой (опорной) антенны направлен на элемент dS под известным направлением $\vec{\vartheta}_{01}$, а координаты всех антенн известны. Время задержки, как это следует из (3)–(6), зависит от искомой дальности R_{01} $(\tau_{ij}=f_{ij}(R_{01}))$.

Постановка задачи. Необходимо синтезировать алгоритм оптимальной обработки пространственно-временных (ПВ) сигналов, регистрируемых на выходах многоантенной радиометрической системы, обеспечивающий оценивание дальности от фазового центра опорной антенны до элемента dS пространственного протяженного объекта. Задача эквивалентна нахождению $N-1$ направлений ДН, под которыми наблюдается элемент dS. Полагается, что сигнал и внутренние шумы на входах приемных каналов белые взаимно независимые гауссовские процессы (т.е. $\langle n_i(t_1)n_j(t_2)\rangle=\langle n_i(t_1)s(t_2,\vec{\lambda})\rangle=0$, где $\langle\cdot\rangle$ – знак статистического усреднения) с нулевым средним. На основе полученного алгоритма необходимо разработать структурную схему оптимальной системы. Предполагается, что волновой фронт ПВ сигнала радиотеплового излучения в каждой из антенн плоский, но его наклон в разных антеннах различен (учитывается сферичность в пределе антенной системы).

Уравнение наблюдения. Наблюдения $u_i(t), i=1..N$ на выходах линейных частей приемников (ЛЧП) в i-м канале радиометра составим согласно рис. 2 [3]. На выходах ЛЧП N каналов полезные сигналы $s_i(t)$, $s_j(t-\tau_{ij})$ $(i,j=1..N; i\neq j)$ наблюдаются на фоне аддитивных внутренних шумов приемника $n_i(t)$, $i=1..N$, пересчитанных ко входу ЛЧП. Предполагаем, что ЛПЧ имеют идентичные частотные характеристики $\dot{K}(j\omega)$. Сигналы в каналах могут отличаться на время задержки τ_{ij}. На выходах ЛЧП добавлены регулирующие шумы $n_{r,i}, i=1..N$, мощность которых много меньше мощностей полезного сигнала и внутренних шумов. При синтезе оптимальных алгоритмов эти шумы выполняют роль статистических регуляризаторов решений интегральных уравнений, исключающих деление на ноль.

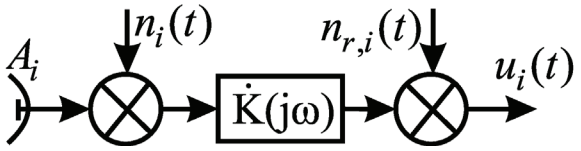


Рис. 2. *Структура, соответствующая уравнению наблюдения в i-м канале многоантенного радиометра.*

В соответствии с рис. 2 и, учитывая N -канальную структуру приемника, запишем систему уравнений наблюдения в следующем виде:

$$\begin{cases} u_1(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left[s_1(\tau) + n_1(\tau) \right] h(t-\tau) d\tau + n_{r1}(t), \\ \vdots \\ u_N(t-\tau_{1N}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left[s_N(\tau-\tau_{1N}) + n_N(\tau) \right] h(t-\tau) d\tau + n_{rN}(t), \end{cases} \tag{7}$$

где $h(t) = \dfrac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega$ – импульсная характеристика, связанная с частотной характеристикой $\dot{K}(j\omega)$ посредством преобразования Фурье, $t \in [0,T]$. Сигналы в разных каналах (см. (7)) отличаются временем задержки, т.е. $s_1(t) = s_2(t-\tau_{12}) = ... = s_N(t-\tau_{1N})$.

Сигналы в первом и i-ом каналах [1, 25] запишем в виде

$$s_1(t) = \int\limits_{D_1'} \int\limits_{\Theta} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{I}_1(f, \vec{r}_1', \vec{\vartheta}_0) \dot{A}(f, \vec{\vartheta}) \exp\left\{ j2\pi f \left[t - \frac{R_{01}(\vec{\vartheta}) - \Delta R_1(\vec{r}_1', \vec{\vartheta})}{c} \right] \right\} df d\vec{\vartheta} d\vec{r}_1', \tag{8}$$

$$\begin{aligned} s_i(t-\tau_{1i}) &= \int\limits_{D_i'} \int\limits_{\Theta} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{I}_i(f, \vec{r}_i', \vec{\vartheta}_0) \dot{A}(f, \vec{\vartheta}) \exp\left\{ j2\pi f \left[t - \frac{R_{0i}(\vec{\vartheta}) - \Delta R_i(\vec{r}_i', \vec{\vartheta})}{c} \right] \right\} df d\vec{\vartheta} d\vec{r}_i' = \\ &= \int\limits_{D_i'} \int\limits_{\Theta} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{I}_i(f, \vec{r}_i', \vec{\vartheta}_0) \dot{A}(f, \vec{\vartheta}) \exp\left\{ j2\pi f \left[t - \frac{R_{01}(\vec{\vartheta}) - \Delta R_i(\vec{r}_i', \vec{\vartheta})}{c} - \tau_{1i} \right] \right\} df d\vec{\vartheta} d\vec{r}_i', \end{aligned} \tag{9}$$

где $\dot{I}_i(f, \vec{r}_i')$ – амплитудно-фазовое распределение поля в апертуре i -й антенны, $\vec{r}_i' = (x_i', y_i') \in D_i'$ – координаты элементов i -й антенны, $\dot{A}(f, \vec{\vartheta})$ – двухсторонняя спектрально-угловая плотность комплексной амплитуды сигнала, $R_{0i}(\vec{\vartheta}) = R_{01}(\vec{\vartheta}) + c\tau_{1i}$.

Найдем автокорреляционную функцию сигнала на выходе ЛЧП i -го приемника

$$\begin{aligned} R_{s,ii}(t_1, t_2) &= \langle s_i(t_1) s_i(t_2) \rangle = \int\limits_{\Theta} \int\limits_{-\infty}^{\infty} B(f, \vec{\vartheta}) \dot{F}_i(f, \vec{\vartheta}, \vec{\vartheta}_{0i}) \dot{F}_i^*(f, \vec{\vartheta}, \vec{\vartheta}_{0i}) \exp\left[j2\pi f (t_1 - t_2) \right] df d\vec{\vartheta} = \\ &= \int\limits_{\Theta} B(f, \vec{\vartheta}) \left| \dot{F}_i(f, \vec{\vartheta}, \vec{\vartheta}_{0i}) \right|^2 d\vec{\vartheta}\, \delta(t_1 - t_2) = \frac{N_{0s}(f, \vec{\vartheta}_{0i})}{2} \delta(t_1 - t_2) = \frac{N_{0s}}{2} \delta(t_1 - t_2), \end{aligned} \tag{10}$$

где $B(f, \vec{\vartheta})$ – спектрально-угловая плотность мощности источника излучения [2, 29], $\dfrac{N_{0s}(f, \vec{\vartheta}_{0i})}{2} = \int\limits_{\Theta} B(f, \vec{\vartheta}) \left| \dot{F}_i(f, \vec{\vartheta}, \vec{\vartheta}_{0i}) \right|^2 d\vec{\vartheta}$ – двухсторонняя (по частоте f) спектральная плотность

мощности (СПМ), $\dot{F}_i\left(f,\vec{\vartheta},\vec{\vartheta}_{0i}\right)=\int\limits_{D_i'}\dot{I}_i\left(f,\vec{r}_i',\vec{\vartheta}_0\right)\exp\left[-j2\pi f\frac{\Delta R_i(\vec{r}_i',\vec{\vartheta})}{c}\right]d\vec{r}_i'$ – комплексная ДН i -й антенны, $\delta(t_1-t_2)$ – дельта-функция.

Запись $N_{0s}=N_{0s}(f_0,\vec{\vartheta}_{0i})=N_{0s}(f,\vec{\vartheta}_{0i})$ соответствует тому, что в диапазоне частот, определяемом ЛЧП, спектральную плотность мощности полагаем постоянной и равной СПМ на центральной частоте f_0. Данное предположение не является принципиальным, т.к. неравномерность $N_{0s}(f,\vec{\vartheta}_{0i})$ в широкой полосе частот можно скомпенсировать передаточной характеристикой $\dot{K}(j2\pi f)$.

Аналогично найдем следующие корреляционные функции:

$$\begin{gathered}R_{s,ij}(t_1,t_2,\tau_{ij})=\left\langle s_i(t_1)s_j(t_2-\tau_{ij})\right\rangle=\frac{N_{0s}}{2}\delta\left(t_1-t_2+\tau_{ij}\right),\\ R_{n,i}(t_1,t_2)=\left\langle n_i(t_1)n_i(t_2)\right\rangle=\frac{N_{0i}}{2}\delta\left(t_1-t_2\right),\\ R_{r,i}(t_1,t_2)=\left\langle n_{r,i}(t_1)n_{r,i}(t_2)\right\rangle=\frac{N_{0r,i}}{2}\delta\left(t_1-t_2\right),\end{gathered}\tag{11}$$

где N_{0i} – СПМ внутреннего шума в i -ом канале радиометра, $N_{0r,i}$ – СПМ регулирующего шума в i -м канале радиометра.

Предполагаем, что СПМ N_{0s} сигнала одинакова во всех каналах радиометра. Аналогичные предположения справедливы и для СПМ внутренних N_{0i} и регулирующих шумов $N_{0r,i}$. Яркостная температура источника, а также шумовые температуры приемных устройств определяются известными соотношениями [30], которые непосредственно следуют из формулы Найквиста

$$N_{0s}=k_BT_s^o,\quad N_{0i}=N_{0n}=k_BT_n^o,\quad N_{0r,i}=N_{0r}=k_BT_r^o,\quad i=1..N,\tag{12}$$

где k_B – постоянная Больцмана.

Решение задачи. Оптимальный алгоритм оценки дальности R_{01} найдем из решения уравнения правдоподобия [2]

$$\begin{gathered}\mathrm{tr}\frac{1}{2}\int\limits_0^T\int\limits_0^T\frac{\partial\underline{R}(t_1,t_2,R_{01})}{\partial R_{01}}\underline{W}(t_1,t_2,R_{01})dt_1dt_2=\\ =-\frac{1}{2}\int\limits_0^T\int\limits_0^T\vec{u}^T(t_1)\frac{\partial\underline{W}(t_1,t_2,R_{01})}{\partial R_{01}}\vec{u}(t_2)dt_1dt_2,\end{gathered}\tag{13}$$

где $\vec{u}^T(t)=\left\|u_1(t)\quad\ldots\quad u_N(t)\right\|$, «$*^T$» – операция транспонирования, $\underline{R}(t_1,t_2,R_{01})$ – матрица корреляционных функций, $\underline{W}(t_1,t_2,R_{01})$ – матрица, обратная матрице корреляционных функций, определяемая из интегрально-матричного уравнения обращения

$$\int\limits_0^T\underline{R}(t_1,t_2,R_{01})\underline{W}(t_2,t_3,R_{01})dt_2=\underline{I}\delta(t_1-t_3),\tag{14}$$

где $\underline{I}$ – единичная матрица (здесь и далее чертой снизу обозначены матрицы), tr – след матрицы. Запишем корреляционную матрицу (КМ) наблюдений

$$\underline{R}(t_1,t_2,R_{01})=\begin{Vmatrix}R_{11}&R_{12}&\ldots&R_{1N}\\R_{21}&R_{22}&\ldots&R_{2N}\\\ldots&\ldots&\ldots&\ldots\\R_{N1}&R_{N2}&\ldots&R_{NN}\end{Vmatrix}.\tag{15}$$

Элементы КМ (15) найдем в виде

$$R_{ii}(t_1,t_2)=\langle u_i(t_1)u_i(t_2)\rangle=$$
$$=\int_0^T\int_0^T\left[\langle s_i(\tau_1)s_i(\tau_2)\rangle+\langle n_i(\tau_1)n_i(\tau_2)\rangle\right]h(t_1-\tau_1)h(t_2-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2+\langle n_{r,i}(t_1)n_{r,i}(t_2)\rangle=$$
$$=\frac{1}{2}\int_0^T\int_0^T(N_{0s}+N_{0i})\delta(\tau_1-\tau_2)\,h(t_1-\tau_1)h(t_2-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2+\frac{N_{0r,i}}{2}\delta(t_1-t_2)= \quad (16)$$
$$=\frac{1}{2}(N_{0s}+N_{0i})\int_o^T h(t_1-\tau)h(t_2-\tau)d\tau+\frac{1}{2}N_{0r,i}\delta(t_1-t_2)=\frac{1}{2}(N_{0s}+N_{0i})R_h(t_1-t_2)+\frac{1}{2}N_{0r,i}\delta(t_1-t_2),$$

где $R_h(t_1-t_2)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t_1-\tau)h(t_2-\tau)d\tau$ – автокорреляционная функция импульсной характеристики.

Найдем функции пространственной когерентности (взаимно корреляционные функции наблюдений в различных каналах)

$$R_{ij}(t_1,t_2,R_{01})=\langle u_i(t_1)u_j(t_2)\rangle=0.5N_{0s}R_h\left[t_1-t_2+\tau_{ij}(R_{01})\right], \quad (17)$$

где $i,j=1..N$ – номер антенн, τ_{ij} – время задержки между сигналами, принятыми i-й и j-й антеннами.

Обозначим $t_1-t_2=\tau$. Тогда КМ (15) примет вид

$$\underline{R}(t_1,t_2,R_{01})=\underline{R}(\tau,R_{01})=\frac{1}{2}\begin{Vmatrix} R_{1\Sigma}(\tau) & N_{0s}R_h(\tau+\tau_{12}) & \dots & N_{0s}R_h(\tau+\tau_{1N}) \\ N_{0s}R_h(\tau-\tau_{12}) & R_{2\Sigma}(\tau) & \dots & N_{0s}R_h(\tau+\tau_{2N}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{0s}R_h(\tau-\tau_{1N}) & N_{0s}R_h(\tau-\tau_{2N}) & \dots & R_{N\Sigma}(\tau) \end{Vmatrix}, \quad (18)$$

где $R_{i\Sigma}(\tau)=(N_{0s}+N_{0i})R_h(\tau)+N_{0r,i}\delta(\tau), \quad i=1..N$.

В соответствии с теоремой Хинчина-Винера перепишем матрицу (18) в спектральной области

$$\underline{G}(\omega,R_{01})=F\left\{\underline{R}(\tau,R_{01})\right\}=\begin{Vmatrix} G_\Sigma(\omega) & G_s(\omega)e^{j\omega\tau_{12}(R_{01})} & \dots & G_s(\omega)e^{j\omega\tau_{1N}(R_{01})} \\ G_s(\omega)e^{-j\omega\tau_{12}(R_{01})} & G_\Sigma(\omega) & \dots & G_s(\omega)e^{j\omega\tau_{2N}(R_{01})} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_s(\omega)e^{-j\omega\tau_{1N}(R_{01})} & G_s(\omega)e^{-j\omega\tau_{2N}(R_{01})} & \dots & G_\Sigma(\omega) \end{Vmatrix}, \quad (19)$$

где
$$G_\Sigma(\omega)=G_s(\omega)+G_n(\omega)+G_r(\omega),$$
$$G_s(\omega)=0.5N_{0s}\left|\dot{K}(j\omega)\right|^2=0.5F\left\{N_{0s}R_h(\tau)\right\},$$
$$G_{n,i}(\omega)=G_n(\omega)=0.5N_{0n}\left|\dot{K}(j\omega)\right|^2=0.5F\left\{N_{0n}R_h(\tau)\right\},$$
$$G_{r,i}(\omega)=G_r(\omega)=0.5N_{0r}=0.5F\left\{N_{0r}\delta(\tau)\right\},$$

где $F\{\cdot\}$ – оператор прямого преобразования Фурье, $\omega=2\pi f$.

Интервал корреляции всех процессов значительно меньше интервала наблюдения T (на практике при решении таких задач это условие выполняется). Входящие в уравнение наблюдения процессы стационарные, поэтому запишем уравнение правдоподобия (13) в спектральной форме, выразив матрицы корреляционных функций $\underline{R}(t_1-t_2,R_{01})$ и $\underline{W}(t_1-t_2,R_{01})$ через матрицы их энергетических спектров в соответствии с теоремой Хинчина-Винера.

Тогда в уравнении обращения (14) пределы интегрирования можно заменить на бесконечные, а аргументы корреляционных функций записать в виде разностей $t_1 - t_2$ и $t_2 - t_3$. Применив к (14) преобразование Фурье, получим

$$\underline{G}(\omega, R_{01})\underline{G}_W(\omega, R_{01}) = \underline{I}, \tag{20}$$

или

$$\underline{G}_W(\omega, R_{01}) = \underline{G}^{-1}(\omega, R_{01}), \qquad \underline{W}(\tau, R_{01}) = F^{-1}\left\{\underline{G}^{-1}(\omega, R_{01})\right\}. \tag{21}$$

Из выражения (21) следует, что $\underline{W}(\tau, R_{01})$ связано через обратное преобразование Фурье с матрицей обратной матрице СПМ. Справедливо и обратное

$$F\left\{\underline{W}(\tau, R_{01})\right\} = \underline{G}^{-1}(\omega, R_{01}). \tag{22}$$

Запишем уравнение правдоподобия (13) в спектральной форме

$$\operatorname{tr}\frac{T}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial \underline{G}(\omega, R_{01})}{\partial R_{01}}\underline{G}^{-1}(-\omega, R_{01})d\omega = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{U}^H(j\omega)\frac{\partial \underline{G}^{-1}(\omega, R_{01})}{\partial R_{01}}\vec{U}(j\omega)d\omega, \tag{23}$$

где $\vec{U}^H(j\omega) = \left\|\dot{U}_1^*(j\omega) \quad \ldots \quad \dot{U}_N^*(j\omega)\right\|$, $\vec{U}(j\omega) = \left\|\dot{U}_1(j\omega) \quad \ldots \quad \dot{U}_N(j\omega)\right\|^T$, $\dot{U}_i(j\omega) = F\left\{u_i(t)\right\}$, $i = 1..N$, «$*$» – символ комплексного сопряжения.

С целью сокращения записи дальнейших выражений введем замены

$$\underline{G}(\omega, R_{01}) = \underline{G}, G_\Sigma(\omega) = G_\Sigma, G_s(\omega) = G_s, j\omega\tau_{ij}(R_{01}) = \gamma_{ij}, \dot{U}_i(j\omega) = \dot{U}_i, \dot{U}_i^*(j\omega) = \dot{U}_i^*.$$

Найдем производную по R_{01} от матрицы СПМ

$$\frac{\partial \underline{G}}{\partial R_{01}} = j\omega G_s \begin{Vmatrix} 0 & \tau'_{12}e^{\gamma_{12}} & \ldots & \tau'_{1N}e^{\gamma_{1N}} \\ -\tau'_{12}e^{-\gamma_{12}} & 0 & \ldots & \tau'_{2N}e^{\gamma_{2N}} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -\tau'_{1N}e^{-\gamma_{1N}} & -\tau'_{2N}e^{-\gamma_{2N}} & \ldots & 0 \end{Vmatrix}. \tag{24}$$

Найдем обратную матрицу

$$\underline{G}^{-1} = \frac{1}{\Delta_N}\begin{Vmatrix} \Delta_{N-1} & -A_N e^{\gamma_{12}} & \ldots & -A_N e^{\gamma_{1N}} \\ -A_N e^{-\gamma_{12}} & \Delta_{N-1} & \ldots & -A_N e^{\gamma_{2N}} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -A_N e^{-\gamma_{1N}} & -A_N e^{-\gamma_{2N}} & \ldots & \Delta_{N-1} \end{Vmatrix}, \tag{25}$$

где

$$\Delta_N = \left|\underline{G}\right| = (G_\Sigma - G_s)^{N-1}\left[G_\Sigma + (N-1)G_s\right] \tag{26}$$

– определитель матрицы СПМ $\underline{G}(\omega, R_{01})$,

$$A_N = G_s(G_\Sigma - G_s)^{N-2} \tag{27}$$

– недиагональный коэффициент обратной матрицы $\underline{G}^{-1}(\omega, R_{01})$.

Найдем производную по R_{01} от обратной матрицы $\underline{G}^{-1}(\omega, R_{01})$

$$\frac{\partial \underline{G}^{-1}}{\partial R_{01}} = \frac{-j\omega A_N}{\Delta_N}\begin{Vmatrix} 0 & \tau'_{12}e^{\gamma_{12}} & \ldots & \tau'_{1N}e^{\gamma_{1N}} \\ -\tau'_{12}e^{-\gamma_{12}} & 0 & \ldots & \tau'_{2N}e^{\gamma_{2N}} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -\tau'_{1N}e^{-\gamma_{1N}} & -\tau'_{2N}e^{-\gamma_{2N}} & \ldots & 0 \end{Vmatrix}, \tag{28}$$

где $\tau'_{ij} = \dfrac{\partial \tau_{ij}(R_{01})}{\partial R_{01}}$, $i, j = 1..N$.

Подынтегральное выражение в правой части уравнения (23) раскроем следующим образом:

$$\vec{U}^{H}\frac{\partial \underline{G}^{-1}}{\partial R_{01}}\vec{U}=-\frac{j\omega A_N}{\Delta_N}\sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^{N}\left(\dot{U}_i^{*}\dot{U}_j\exp\left(\gamma_{ij}\right)-\dot{U}_i\dot{U}_j^{*}\exp\left(-\gamma_{ij}\right)\right)\tau'_{ij}=$$
$$=-\frac{A_N}{\Delta_N}\sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^{N}\left(\dot{U}_i^{*}\dot{U}_j\frac{\partial}{\partial R_{01}}\exp\left(\gamma_{ij}\right)+\dot{U}_i\dot{U}_j^{*}\frac{\partial}{\partial R_{01}}\exp\left(-\gamma_{ij}\right)\right). \quad (29)$$

Интегрируя (29), найдем правую часть уравнения правдоподобия (23) в виде

$$\frac{\partial}{\partial R_{01}}\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{A_N(\omega)}{\Delta_N(\omega)}\sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^{N}\left[\dot{U}_i^{*}(j\omega)\dot{U}_j(j\omega)\exp\left(j\omega\tau_{ij}\left(R_{01}\right)\right)+\dot{U}_i(j\omega)\dot{U}_j^{*}(j\omega)\exp\left(-j\omega\tau_{ij}\left(R_{01}\right)\right)\right]d\omega\right\}. \quad (30)$$

Рассмотрим структуру множителя $A_N(\omega)/\Delta_N(\omega)$

$$\frac{A_N(\omega)}{\Delta_N(\omega)}=\frac{G_s}{(G_\Sigma-G_s)\left[G_\Sigma+(N-1)G_s\right]}=$$
$$=\frac{0{,}5N_{0s}\left|\dot{K}(j\omega)\right|^2}{\left|\dot{K}(j\omega)\right|^4\left(\frac{N}{4}N_{0s}N_{0n}+\frac{1}{4}N_{0n}^2\right)+\left|\dot{K}(j\omega)\right|^2\left(\frac{N}{4}N_{0s}N_{0r}+\frac{1}{2}N_{0n}N_{0r}\right)+\frac{1}{4}N_{0r}^2}. \quad (31)$$

Структура этого множителя характеризует операции согласованной фильтрации колебаний $u_i(t)$, $i=1..N$ (числитель) и их декорреляции (знаменатель). Этот множитель представляет собой квадрат модуля амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) согласованного и декоррелирующих фильтров

$$\frac{A_N(\omega)}{\Delta_N(\omega)}=M_0\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|^2\left|W(\omega)\right|^2=M_0\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|^2, \quad (32)$$

где

$$M_0=0.5\frac{N_{0s}}{\left|\dot{K}_0\right|^2}\left(\frac{N}{4}N_{0s}N_{0n}+\frac{1}{4}N_{0n}^2\right)^{-1}, \quad (33)$$

$$\left|W(\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|^4+M_1\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|^2+M_2}} \quad (34)$$

– нормированная АЧХ декоррелирующего фильтра,

$$\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|=\left|\dot{K}(j\omega)\right|/\left|\dot{K}_0\right| \quad (35)$$

– нормированная АЧХ фильтра, выполняющего согласованную (соответствующую усредненному амплитудному спектру $\sqrt{G_s(\omega)}=\sqrt{0.5N_{0s}}\left|\dot{K}(j\omega)\right|$ полезного сигнала $s(t)$) фильтрацию колебаний $u_i(t)$, $i=1..N$, $|\dot{K}_0|$ – коэффициент усиления приемника на центральной частоте его настройки,

$$M_1=\frac{1}{\left|\dot{K}_0\right|^2}\left(\frac{N}{4}N_{0s}N_{0r}+\frac{1}{2}N_{0n}N_{0r}\right)\left(\frac{N}{4}N_{0s}N_{0n}+\frac{1}{4}N_{0n}^2\right)^{-1},$$
$$M_2=\frac{1}{4\left|\dot{K}_0\right|^4}N_{0r}^2\left(\frac{N}{4}N_{0s}N_{0n}+\frac{1}{4}N_{0n}^2\right)^{-1}. \quad (36)$$

Из анализа (36) следует, что коэффициент M_1 и M_2 малы и на центральной частоте настройки приёмника $W(\omega_0)\approx 1$. Введение небольшого регулирующего шума $n_r(t)$ приводит к появлению в знаменателе (34) коэффициента M_2, исключающего операцию деления на ноль.

Из анализа структуры декоррелирующего фильтра $W(\omega)$ следует, что для его построения необходимо до начала работы выполнить калибровку коэффициента усиления K_0, яркостной температуры источника T_s° и внутренних шумов приемника T_n°. Яркостная температура T_s° выбрана как среднее значение яркостной температуры объекта, а коэффициент усиления K_0 и яркостная температура внутренних шумов приемника T_n° измерены [31] с использованием известных методов.

Рассмотрим левую часть уравнения правдоподобия (23). С учетом (24), (25) получим

$$\mathrm{tr}\left[\frac{\partial \underline{G}(\omega,R_{01})}{\partial R_{01}}\underline{G}^{-1}(\omega,R_{01})\right]=0. \qquad (37)$$

Отсюда следует, что выражение (30) приравнивается к нулю. Используя выражения (31)–(36), осуществив переход во временную область преобразованием Фурье и сократив коэффициент M_0, получим оптимальный алгоритм оценивания дальности R_{01} в виде

$$\frac{\partial}{\partial R_{01}}\sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^{N}\int_0^T u_{iW}(t)u_{jW}[t-\tau_{ij}(R_{01})]dt=0, \qquad (38)$$

где

$$u_{iW}(t)=F^{-1}\left\{\dot{U}_{iW}(j\omega)\right\}=F^{-1}\left\{\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|\dot{U}_i(j\omega)\right\}, \qquad i=1..N. \qquad (39)$$

Оптимальный алгоритм (38) оценивания дальности R_{01} от центра первой антенны многоантенной системы до элемента dS пространственно-протяженного объекта содержит следующие операции:

1. пропускание наблюдения $u_i(t)$, $i=1..N$ через согласованный $\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|$ и декоррелирующий $\left|W(\omega)\right|$ фильтры;
2. формирование функций когерентности и их последующее суммирование;
3. нахождение направлений отдельных антенн в антенной системе, обеспечивающих максимальное значение суммы функций когерентности;
4. вычисление дальности от центра первой антенны многоантенной системы до элемента dS пространственно-протяженного объекта согласно (2).

Структурная схема, соответствующая полученному алгоритму, показана на рис. 3. Здесь A_i – i-ая антенна (i = 1..N), ЦУ – центр управления направлениями ДН антенн, БУ$_i$ – блок управления направлением антенны A_i (i = 2..N), ЛЗ – линия задержки, $\times$ – умножитель, $\frac{1}{T}\int dt$ – интегратор, Σ – блок суммирования, БП – блок памяти, МАХ – блок поиска максимума, РУ – решающее устройство, реализующее вычисления согласно (2).

Принцип работы схемы следующий. Максимум ДН антенны A_1 фиксирован в направлении $\vec{\vartheta}_{01}$. Блоки управления (БУ$_i$, $i=2..N$) изменяют направления ДН антенн. Процесс управления ДН антенн контролируется из ЦУ. Предполагается, что первый канал будет опорным (не содержит линии задержки). Сигнал на выходе ЛЧП опорного канала подается прямо на результирующий фильтр $\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|$. Сигналы на выходе ЛЧП остальных каналов проходят через ЛЗ и поступают в результирующий фильтр $\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|$.

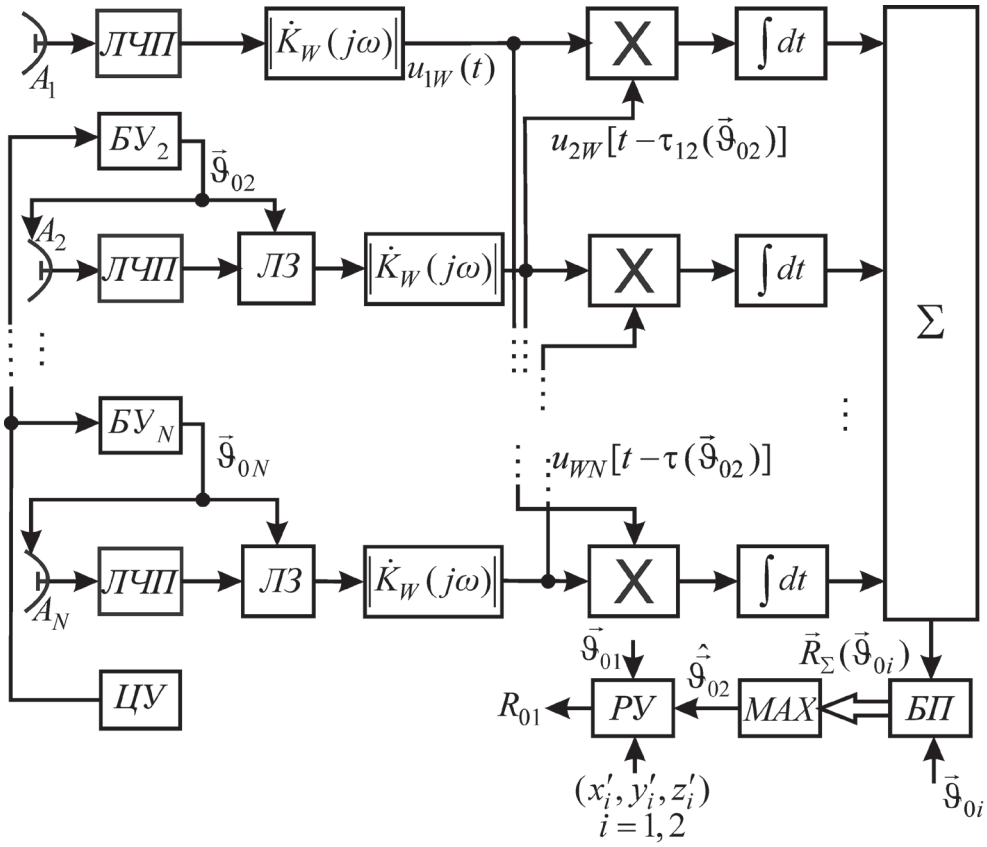


Рис. 3. *Структурная схема многоантенной системы измерения дальности.*

Информация о направлении $\vec{\vartheta}_{0i}$ ДН антенны A_i с $БУ_i$ передается в ЛЗ каждого канала для управления ЛЗ согласно (5). Сигналы с выхода декоррелирующего фильтра разных каналов поступают на входы умножителей, с выхода которых сигналы подаются на интеграторы. Далее сигналы подаются в блок суммирования, сумма функций когерентности передается в блок памяти (БП). Значения $\vec{\vartheta}_{0i}, i=2..N$ так же подаются в БП, где запоминается до тех пор, пока не завершит процесс сканирования ДН антенн. После этого вектор значений суммы функций когерентности $\vec{R}_\Sigma(\vec{\vartheta}_{0i}), i=2..N$ с выхода БП поступает в блок поиска максимума (МАХ), на выходе которого получим оценку вектора $\hat{\vec{\vartheta}}_{02}$. Оценка $\hat{\vec{\vartheta}}_{02}$, координаты фазовых центров антенн A_1 и A_2, вектор $\vec{\vartheta}_{01}$ передаются в решающее устройство (РУ) для определения дальности R_{01} от фазового центра антенны до элемента dS по формуле (2).

Расчет предельной погрешности оценки R_{01}**.** Рассмотрим элемент матрицы Фишера

$$\Phi_{R_{01},R_{01}} = -tr\left[\frac{1}{2}\int_0^T\int_0^T \frac{\partial \underline{R}(t_1,t_2,R_{01})}{\partial R_{01}} \frac{\partial \underline{W}(t_1,t_2,R_{01})}{\partial R_{01}} dt_1 dt_2\right]\Bigg|_{R_{01}=\hat{R}_{01}}, \quad (40)$$

который в спектральной области примет вид

$$\Phi_{R_{01},R_{01}} = -tr\left[\frac{T}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \underline{G}(\omega,R_{01})}{\partial R_{01}} \frac{\partial \underline{G}^{-1}(\omega,R_{01})}{\partial R_{01}} d\omega\right]\Bigg|_{R_{01}=\hat{R}_{01}}. \quad (41)$$

Используя (24) и (28), найдем подынтегральный множитель выражения (41) в таком виде

$$-\mathrm{tr}\left[\frac{\partial \underline{G}(\omega,R_{01})}{\partial R_{01}}\frac{\partial \underline{G}^{-1}(\omega,R_{01})}{\partial R_{01}}\right]=$$

$$=-\mathrm{tr}\left[(j\omega)^2 G_s(\omega)\frac{A_N(\omega)}{\Delta_N(\omega)}\begin{Vmatrix} 0 & \tau'_{12}e^{\gamma_{12}} & \dots & \tau'_{1N}e^{\gamma_{1N}} \\ -\tau'_{12}e^{-\gamma_{12}} & 0 & \dots & \tau'_{2N}e^{\gamma_{2N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\tau'_{1N}e^{-\gamma_{1N}} & -\tau'_{2N}e^{-\gamma_{2N}} & \dots & 0 \end{Vmatrix}^2\right]=\omega^2 G_s(\omega)\frac{A_N(\omega)}{\Delta_N(\omega)}\left(-\sum_{i,j=1}^{N}\tau'_{ij}\tau'_{ji}\right). \quad (42)$$

Подставляя (42) в (41) и учитывая (32), получим

$$\Phi_{R_{01},R_{01}}=\frac{T}{4\pi}\left(-\sum_{i,j=1}^{N}\tau'_{ij}\tau'_{ji}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\omega^2 G_s(\omega)M_0\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|^2 d\omega=\frac{T}{4\pi}\left(-\sum_{i,j=1}^{N}\tau'_{ij}\tau'_{ji}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\omega^2 G_{sW}(\omega)d\omega, \quad (43)$$

где

$$G_{sW}(\omega)=G_s(\omega)M_0\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|^2=M_0\frac{N_{0s}}{2}\left|\dot{K}_0\right|^2\left|\dot{K}_H(j\omega)\right|^2\left|\dot{K}_W(j\omega)\right|^2=M_0\frac{N_{0s}}{2}\left|\dot{K}_0\right|^2\left|\dot{M}_W(j\omega)\right|^2 \quad (44)$$

– СПМ процесса $s(t)$ после усиления с коэффициентом $M_0|\dot{K}_0|^2$, согласованной фильтрации и декорреляции в фильтрах с результирующей АЧХ $\left|\dot{M}_W(j\omega)\right|^2$.

Во временной области элемент матрицы Фишера примет вид

$$\Phi_{R_{01},R_{01}}=\frac{T}{4\pi}\left(-\sum_{i,j=1}^{N}\tau'_{ij}\tau'_{ji}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\omega^2 G_{sW}(\omega)\exp(j\omega\tau)d\omega\Big|_{\tau=0}=-\frac{T}{2}\left(-\sum_{i,j=1}^{N}\tau'_{ij}\tau'_{ji}\right)\frac{d^2R_{sW}(\tau)}{d\tau^2}\Big|_{\tau=0}, \quad (45)$$

где $R_{sW}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}G_{sW}(\omega)\exp(j\omega\tau)d\omega$.

Нормируем корреляционную функцию $R_{sW}(\tau)$

$$r_{sW}(\tau)=\frac{R_{sW}(\tau)}{R_{sW}(0)}=\frac{\frac{1}{2\pi}M_0\frac{N_{0s}}{2}\left|\dot{K}_0\right|^2\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{M}_W(j\omega)\right|^2\exp(j\omega\tau)d\omega}{\frac{1}{2\pi}M_0\frac{N_{0s}}{2}\left|\dot{K}_0\right|^2\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{M}_W(j\omega)\right|^2 d\omega}=\frac{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{M}_W(j\omega)\right|^2\exp(j\omega\tau)d\omega}{\Delta f_e}, \quad (46)$$

где

$$\Delta f_e=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{M}_W(j\omega)\right|^2 d\omega \quad (47)$$

– эффективная ширина полосы частот СПМ $G_{sW}(\omega)$.

Из анализа (43) и (46) следует, что элемент матрицы Фишера можно выразить следующим образом:

$$\Phi_{R_{01},R_{01}}=\frac{T}{4\pi}\left(-\sum_{i,j=1}^{N}\tau'_{ij}\tau'_{ji}\right)M_0\frac{N_{0s}}{2}\left|\dot{K}_0\right|^2\int_{-\infty}^{\infty}\omega^2\left|\dot{M}_W(j\omega)\right|^2\exp(j\omega\tau)d\omega\Big|_{\tau=0}=-\frac{1}{2}\mu^2\varepsilon\frac{d^2r_{sW}(\tau)}{d\tau^2}\Big|_{\tau=0}, \quad (48)$$

где

$$\mu=\frac{\sqrt{T\Delta f_e}N_{0s}}{\sqrt{N N_{0s}N_{0n}+N_{0n}^2}} \quad (49)$$

– отношение сигнал/шум,

$$\varepsilon=-\sum_{i,j=1}^{N}\tau'_{ij}\tau'_{ji}=\sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^{N}\left(\tau'_{ij}\right)^2 \quad (50)$$

– коэффициент, зависящий от геометрии системы.

Окончательно, предельную погрешность оценки R_{01} определим выражением

$$\sigma^2_{R_{01}} = \Phi^{-1}_{R_{01},R_{01}} = -\frac{2}{\mu^2 \varepsilon}\left(\frac{d^2 r_{sW}(\tau)}{d\tau^2}\bigg|_{\tau=0}\right)^{-1}. \quad (51)$$

Из анализа (51) следует, что предельная погрешность оценки дальности R_{01} уменьшается с увеличением отношения сигнал/шум, времени наблюдения и полосы пропускания. Значение предельной погрешности оценки дальности R_{01} зависит от геометрии системы.

Выводы

Методом максимального правдоподобия синтезирован алгоритм оптимального оценивания дальности до пространственно-протяженного объекта в многоантенном сверхширокополосном радиометре. Разработана структурная схема оптимального многоантенного радиометра. Каждый канал приемника содержит декоррелирующие фильтры, которые, в зависимости от отношения сигнал/шум, расширяют полосу приемника, уменьшают интервал корреляции случайных процессов, увеличивают число их некоррелированных отсчетов в интервале $(0,T)$ и повышают эффективность усреднения в интеграторах. Выведено аналитическое выражение для предельной погрешности оценки дальности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-02-12065).

Список литературы

1. *Волосюк В. К.* Статистическая теория сверхширокополосных радиометрических устройств и систем / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко, Б.Г. Кутуза, В.В. Павликов, В.И. Пустовойт // Физические основы приборостроения. 2014. Т. 3. № 3. С. 5–64.
2. *Волосюк В. К.* Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко /под ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит, 2008.
3. Оптимизация оценок параметров источника шумового излучения в двухэлементном радиоинтерферометре / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко, В.В. Павликов, В.И. Пустовойт // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58. № 8. С. 776–788.
4. Развитие теории и методов оптимальной обработки пространственно-временных сигналов в активных, пассивных и комбинированных активно-пассивных РТС радиолокации и дистанционного зондирования с использованием новых весовых и WA-систем функций Кравченко / В. К. Волосюк, Ю. В. Гуляев, В. Ф. Кравченко, Б. Г. Кутуза, В. В. Павликов, В. И. Пустовойт // Труды РНТОРЭС им. А. С. Попова. Серия: Цифровая обработка сигналов и ее применение. DSPA-2013. Вып. 15., г. Москва, Россия, 2013. Т. 1. С. 3–9.
5. *Kravchenko, V. F., Volosyuk, V. K., and Pavlikov, V. V.* Statistical Synthesis of Optimal and Quasi-Optimal Chopper Radiometers [Electronik Resource] // Progress in Electromagnetics Research Symposium Proceedings. PIERS-2012, Aug. 19–23, 2012, Moscow, Russia. 2012. P. 50–54.
6. Статистический синтез радиометрических систем модуляционного типа / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко, В. В. Павликов, В. И. Пустовойт // Доклады Академии наук, 2013. Т. 448. № 3. С. 289–292.
7. *Волосюк В. К.* Статистический синтез оптимальных и квазиоптимальных одноантенных радиометров модуляционного типа / В. К. Волосюк, В. В. Павликов // Физические основы приборостроения. 2012. Т. 1. № 1. С. 86–100.
8. Статистический синтез алгоритмов формирования радиометрических изображений в сканирующих радиометрах с весовой обработкой сигналов окнами Кравченко / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко, В. В. Павликов, В. И. Пустовойт // Доклады Академии наук, 2014. Т. 456. № 2. С. 162–165.
9. *Волосюк В. К., Кравченко В. Ф., Пустовойт В. И.* Алгоритмы восстановления пространственно-распределенных параметров поверхностей при апертурном синтезе в широкополосных пассивных радиометрических системах // ДАН. 1996. Т. 350. № 2. С. 178–183.
10. *Pavlikov, V. V.* Optimal Restoration of Radiometric Images in Ultrawideband Radiometric Systems with Multiantenna Array // Antenna Theory and Techniques. ICATT'2013: Proc. Of the IX Intern. Conf., Sept. 16–20, 2013, Odessa, Ukraine. P. 298–300.
11. *Pavlikov, V. V.* Optimum Restoration of Angular Radio Brightness in Scanning Radiometer [CD] / V.V. Pavlikov // Proc. of Conference MMET-2012, August 26–31, 2012, Kharkiv, Ukraine, P. 333–335.
12. *Volosyuk V. K.* Algorithms Synthesis and Potentiality Analysis of Optimum Ultrawideband Signal Processing

in the Radiometric System with Modulation / V.K. Volosyuk, V. V. Pavlikov, S. S. Zhyla // Antenna Theory and Technigues. ICATT'2011: III Intern. Conf., Sept. 20–23, 2011, Kiev, Ukraine. 2011. P. 235–237.

13. Современные методы оптимальной обработки пространственно-временных сигналов в активных, пассивных и комбинированных активно-пассивных радиотехнических системах / В. К. Волосюк, Ю. В. Гуляев, В. Ф. Кравченко, Б. Г. Кутуза, В. В. Павликов, В. И. Пустовойт // Радиотехника и электроника, 2014. Т. 59. № 2. С. 109–131.
14. *Данилычев М. В., Кравченко В. Ф., Кутуза Б. Г., Чуриков Д. В.* Спутниковые СВЧ радиометрические комплексы дистанционного зондирования Земли. Современное состояние и тенденции развития // Физические основы приборостроения. 2014. Т. 3. № 1 (10). С. 3–25.
15. *Volosyuk, V. K., Kravchenko, V. F., and Pavlikov, V. V.* Development of the Theory, Methods and Algorithms for Optimal Wide- and Ultrawideband Spatiotemporal Signal Processing of Radio-Thermal Radiation // Antenna Theory and Techniques. ICATT'2013: Proc. of the IX Intern. Conf., Sept. 16–20, 2013, Odessa, Ukraine. P. 74–79.
16. Новые методы оптимальной и квазиоптимальной пространственно-временной обработки сигналов радиотеплового излучения в сверхширокополосных устройствах и системах / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко, В. В. Павликов, Я. С. Шифрин // Анализ и синтез сложных систем в природе и технике: Международная научно-техн. конф.: сб. науч. труд., 16–18 декабря 2013, Воронеж. С. 22–28.
17. *Волосюк В. К.* Статистическая теория сверхширокополосных радиометрических устройств и систем / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко, Б.Г. Кутуза, В.В. Павликов, В.И. Пустовойт // Физические основы приборостроения. 2014. Т. 3. № 3. С. 5–65.
18. *Волосюк В. К.* Современная статистическая теория СШП радиометрических устройств и систем / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко, В.В. Павликов, В.И. Пустовойт // Труды 7-й Международная конференция «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации». 15–17 сентября 2014 г., Суздаль, Россия. 2014. С. 10–14.
19. *Николаев А. Г.* Радиотеплолокация / А. Г. Николаев, С. В. Перцов. М.: Воениздат, 1970.
20. *Дулевич В. Е.* Теоретические основы радиолокации / В. Е. Дулевич. М.: Советское радио, 1978.
21. Теоретические основы радиолокации: учеб. пособие / под ред. Я. Д. Ширмана. М.: Советское радио, 1970.
22. *Алмазов В. Б.* Методы пассивной радиолокации: учеб. пособие / Харьков: Изд-во ВИРТА им. Л.А. Говорова, 1974.
23. *Караваев В. В.* Статическая теория пассивной локации / В.В. Караваев, В.В. Сазонов. М.: Радио и связь, 1987.
24. *Волосюк В. К.* Радиометрическое измерение дальности до пространственно-протяженного объекта [Текст] / В.К. Волосюк, В.В. Павликов, Ву Та Кыонг // Прикладная радиоэлектроника: науч.–техн. журнал. 2014. Т. 13. № 2. С. 105–111.
25. *Волосюк В. К.* Радиометрический метод рельефометрии пространственно-протяженного объекта / В.К. Волосюк, В.В. Павликов, Та Кыонг Ву, А.В. Одокиенко // Системи обробки інформації. 2014. Вип. 6. С. 22–27. Режим доступа: http://nbuv.gov.ua/j-pdf/soi_2014_6_7.pdf.
26. *Волосюк В. К.* Разработка метода построения 3D радиометрических изображений пространственно-протяженных объектов / В.К. Волосюк, В.В. Павликов, Ву Та Кыонг // Труды Седьмой Международной конференции «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации», 2014. С. 143–147.
27. *Павликов В. В.* Новый эвристический алгоритм оценивания дальности в двухканальном радиометре / В.В. Павликов, Ву Та Кыонг // Материалы XVII международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке», 2014. Т. 3. С. 147–148.
28. *Lukin, K.* Coherent Imaging in the Range-Azimuth Plane Using a Bistatic Radiometer Based on Antennas with Beam Synthesizing / K. Lukin, V.V. Kudryiashov, P. Vyplavin, V. Palamarchuk // Aerospace and Electronic Systems Magazine. IEEE. 2014. Vol. 11. Iss. 7. P. 16–22.
29. *Фалькович С. Е.* Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / С.Е. Фалькович, В.И. Пономарев, Ю.В. Шкварко. М.: Радио и связь, 1989.
30. *Молчанов А. П.* Курс электротехники и радиоэлектроники / А.П. Молчанов, П.Н. Занадворов. М.: Наука, 1969.
31. *Жила С. С.* Оптимальная оценка яркостной температуры внутреннего шума и коэффициента усиления приемника в одноканальных СВЧ радиометрах // Прикладная радиоэлектроника: науч.–техн. журнал. 2014. Т. 13. № 1. С. 70–74.

Поступила 19 ноября 2014 г.

ALGORITHM OF ULTRA–WIDEBAND SPATIO–TEMPORAL RADIOMETRIC SIGNAL PROCESSING FOR OPTIMAL DISTANCE ESTIMATION TO AREA OF SPATIALLY-EXTENDED OBJECT

V. K. VOLOSYUK, V. F. KRAVCHENKO, VU TA CUONG, AND V. V. PAVLIKOV

Microwave radiometry is science and technology discipline relates to the study and development of methods and tools for the reception of microwave radiation to measure its parameters and characteristics. Systems, implementing these techniques, are widely used to solve problems of remote sensing in radio-astronomy, radiolocation, medicine et al. This is due to the high information content of ultra-wide band radiation of the objects, the absence of the transmission path in the receivers of thermal radio radiation and, therefore, the highly energy efficient systems.

New results on the theory statistical synthesis of radiometric systems (ultra-wide band, multi-band, multi-frequency and quasi-monochromatic) contain solver of estimated problem energy parameters for point and spatially extended objects. Analysis shows that the problem of determining the distance to a given area of spatially extended objects in the literature isn't given enough influence. Heuristic algorithms to evaluate this distance were obtained earlier by authors, but they don't contain the required information for assessing the potential performance of the developed systems.

In this paper, developing new achievements of the statistical theory, the problem of synthesis of optimal estimation algorithm for the distance to a given area of spatially extended object is solved using a multi-antenna system and an analytical expression for the limiting error of the distance estimation is showed.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

УДК 621.382 (024)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА РАБОТЫ СХЕМ УЗКОПОЛОСНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕПРЕРЫВНОГО ДОПЛЕРОВСКОГО СИГНАЛА

© Авторы, 2015

М. А. Вонсович — аспирант, кафедра проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

В. В. Печенин — д.т.н., проф., кафедра проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт».

Ю. В. Съедина — аспирант, кафедра проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт».

К. А. Щербина — аспирант, кафедра проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт». E-mail: ks.sherbina@yandex.ru

Аннотация

Проведен сравнительный анализ количественных оценок фильтрации по шести показателям качества работы фильтрующих схем непрерывного доплеровского сигнала для систем фазовой автоподстройки частоты 1-го и 2-го порядка и систем частотной автоподстройки с квадратурно-фазовым частотным дискриминатором со схемой узкополосной фильтрации, реализованной на синхронизированном генераторе с принудительной перестройкой частоты. Средний суммарный показатель выигрыша схемы на синхронизированном генераторе выше остальных в 1.5 раза, а по отдельным показателям — в десятки раз. Разработана методика расчета показателей для схемы фильтрации на синхронизированном генераторе и получены простые расчетные формулы.

Ключевые слова: *летательный аппарат, фильтр нижних частот, эффект Доплера, паразитная амплитудная модуляция, отношение сигнал/шум, синхронизированный генератор*

Abstract

The comparative analysis of quantitative assessments of filtering by six performance indices of filter circuits of continuous-wave Doppler signal of 1st order PLL, 2nd order PLL, FLL with narrow-band filter circuit quadrature FM-detector based on synchronized oscillator with forced frequency tuning is carried out. The total average performance indices of the circuit with SG exceeded any of the compared indices by 1.5 times, with a tenfold increase of separate parameters. At the same time the method of indices calculation of filter circuits with SG is developed and simple calculation formulas are obtained.

Key words: *aircraft, low-pass filters, Doppler effect, parasitic amplitude modulation, signal to noise ratio, synchronized oscillator*

Введение

При оценке качества работы схем узкополосной фильтрации непрерывных сигналов обычно используют следующие показатели [1,2]: точность и надежность работы в условиях помех, устойчивость, время регулирования, характер переходного процесса и др.

Применительно к решению задач узкополосной фильтрации непрерывного доплеровского сигнала [3,4] наиболее важными показателями качества фильтрации являются динамическая точность и флуктуационная погрешность или помехоустойчивость слежения в условиях действия аддитивной помехи.

На сегодняшний день разработано и применяется на практике большое разнообразие методов и схем практической реализации узкополосных следящих фильтров, обеспечивающих в той или иной степени требуемые показатели качества помехоустойчивой доплеровской фильтрации [5,6].

В связи с этим представляет теоретический и практический интерес сравнение возможностей узкополосной фильтрации различных фильтрующих схем.

В работе решается задача сравнительного анализа показателей качества работы известных и широко применяемых на практике схем фазовой и частотной автоподстройки частоты управляемого генератора, с перспективными схемами комбинированного типа, построенными на основе схем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) [7,8] и разработанных авторами комбинированных схем, построенных на основе синхронизированного автогенератора с принудительной перестройкой частоты [9,10].

Цель статьи заключается в разработке методики оценки основных показателей качества работы следящего узкополосного фильтра, реализованного на синхронизированном автогенераторе с принудительной перестройкой частоты, количественной оценке показателей и их сравнение с такими же показателями известных фильтрующих схем доплеровского сигнала.

Содержание исследований

Основой сравнительного анализа количественных показателей работы различных устройств, систем и комплексов является достоверность и объективность сравнения. При выполнении процедуры сравнения необходимо сравнить количественные характеристики и параметры реально действующих устройств, выполняющих функции аналогичные с разработанным устройством.

Особенность следящей системы, построенной на синхронизированном автогенераторе (СГ) состоит в том, что к ней затруднительно применить методику и расчетные соотношения показателей качества, используемые для схем ФАПЧ и частотной автоподстройки (ЧАП). Это связано с тем, что СГ как следящая система не содержит в явном виде измерительное устройство (фазовый или частотный детектор), корректирующий фильтр (фильтр низких частот) и цепь следящей обратной связи.

В связи с этим авторами использована гибридная методика формирования оценок флуктуационной и динамической погрешностей фильтрации. Суть данной методики состоит в том, что при оценке флуктуационных погрешностей (дисперсий частоты и фазы) использованы расчетные соотношения соответствующих дисперсий σ_{φ}^2 и σ_{ω}^2 для «захваченного» автогенератора при наличии естественных шумов [10], а для расчета динамических погрешностей использованы расчетные соотношения дисперсий $\theta_{\text{Ψ}\ CT}(t)$ и $\theta_{\text{Ψ}\ CT}(t)$ для «захваченного» автогенератора, представленного в виде системы ФАПЧ 1-го порядка [11].

Дифференциальное уравнение полностью описывающее поведение СГ без принудительной перестройки частоты под действием малого синусоидального сигнала и малых естественных шумов $n(t)$ имеет вид

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{E_0\omega_0}{E_\Gamma}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^2}-\frac{\omega_0}{2E_\Gamma}E_S(t), \tag{1}$$

где E_0, ω_0, $\theta_1(t)$ – амплитуда, частота и фаза синхронизирующего колебания $U_1(t)$, E_Γ – амплитуда синхронизированного колебания, $E_S(t)$ – дельта-коррелированный случайный процесс с функцией корреляции $R_S(\tau)=4\pi N_0\delta(\tau)$, N_0 – спектральная плотность мощности естественного шума СГ, $\delta(\tau)$ – дельта функция, $\Delta=(\omega_0-\omega_\Gamma)$ – начальная расстройка, $\Delta_0=\dfrac{\omega_0 E_0}{2E_\Gamma}$ – полоса син-

хронизации. В результате решения уравнения (1) получены формулы для расчета дисперсии флуктуационной фазы и дисперсии флуктуационной частоты соответственно

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{\pi\omega_0 N_0}{E_\Gamma E_0}\Bigg/\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^2} \quad \text{при} \quad N_0 \ll \frac{E_\Gamma E_0}{\pi\omega_0}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^2}, \tag{2}$$

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{\omega_0^2 N_0 \Delta_0}{E_\Gamma^2}\left[1-\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^2}\,arctg\cdot 1\Big/\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^2}\right]. \tag{3}$$

Для оценки флуктуационных погрешностей СГ с принудительной перестройкой полагается, что полоса синхронизации $\Delta_{\text{ОП}} \gg N_0$, $\Delta_{\text{ОП}} \geq \left(F_{Дmax} - F_{Дmin}\right) = \Delta F_{\text{Д}}$ – полоса доплеровского сигнала, $\Delta_{\text{П}} = \left(\omega_0 - \omega_{\text{ПГ}}\right)$, где $\omega_{\text{ПГ}}$ – частота генератора с принудительной перестройкой; $\Delta_{\text{П}} \ll \Delta_0$; $N_{\text{ОП}} \gg N_0$, где $\Delta_{\text{П}}$ – начальная расстройка для СГ с принудительной перестройкой, а $N_{\text{ОП}}$ – спектральная плотность мощности внешнего шума $n(t)$.

Для получения расчетных соотношений $\sigma_{\varphi_{\text{П}}}^2$ и $\sigma_{\omega_{\text{П}}}^2$ необходимо в выражении (2) умножить и разделить числитель и знаменатель на E_0 и $\Delta_{\text{ОП}}$, а в выражении (3) умножить и разделить на E_0^2 и $\Delta_{\text{ОП}}$. Тогда

$$\sigma_{\varphi_{\text{П}}}^2 = \frac{\pi\omega_0}{k_y \Delta_{\text{ОП}}}\frac{1}{q^2}, \tag{4}$$

$$\sigma_{\omega_{\text{П}}}^2 = \frac{\omega_0^2 E_0^2}{E_\Gamma^2}\left[1-\frac{\pi}{4}\right]\cdot\frac{1}{q^2} = \frac{\omega_0^2}{k_y^2}\left[1-\frac{\pi}{4}\right]\cdot\frac{1}{q^2}, \tag{5}$$

где q^2 – отношение сигнал/шум по мощности, $P_{Ш}$ – мощность входного шума по каналу синхронизации, $k_y = \frac{E_\Gamma}{E_0}$ – эквивалент коэффициента усиления замкнутого контура ФАПЧ.

Остаточная ошибка текущей принудительной установки частоты СГ будет равна

$$\nu_{ост} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S}\left[\int_{1+\Delta_{\text{П}}}^{\infty}\sqrt{\xi^2-1}\exp\left(\frac{\xi^2}{2S^2}\right)d\xi - \int_{1-\Delta_{\text{П}}}^{\infty}\sqrt{\xi^2-1}\exp\left(\frac{\xi^2}{2S^2}\right)d\xi\right], \tag{6}$$

где $\xi = \frac{\omega_0}{2\Delta_{\text{ОП}}}\delta C'(t)$, $\delta C_0'(t)$ – ошибка установки текущего значения $C_0'(t)$, которая является случайной величиной с заданным вероятностным распределением, $S^2 = \frac{\omega_0}{4(\Delta_{\text{ОП}})^2}\left\langle \delta C'(t)\right\rangle$.

Для удобства и наглядности результатов анализа динамических ошибок воспользуемся структурной схемой СГ [11], представленной на рис. 1.

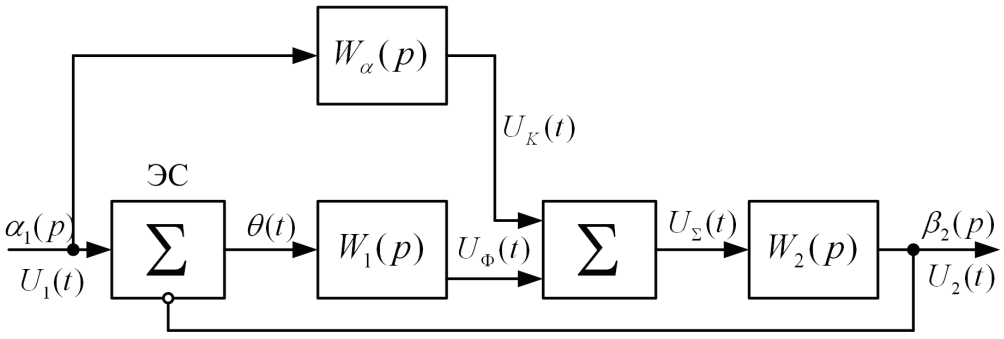


Рис. 1. *Обобщенная структурная схема управляемого генератора с принудительной перестройкой частоты.*

Здесь приведены следующие передаточные функции: $W_1(p)=\frac{k_1}{(T_{1p+1})}$ – передаточная функция фазового дискриминатора с фильтром; $W_2(p)=\frac{k_2}{\left[(T_{2p+1})p\right]}$ – передаточная функция управляемого генератора; $W_\alpha(p)=\frac{k_\alpha}{\left(T_{\alpha p+1}\right)}$ – передаточная функция частотного дискриминатора, ФНЧ и усилителя; k_1, k_2, k_α – соответствующие коэффициенты усиления блоков; T_1, T_2, T_α – постоянные времени.

Согласно структурной схеме (см. рис. 1)

$$\theta(p)=\alpha_1(p)-\beta_2(p), \tag{7}$$

$$\beta_2(p)=W_1(p)\cdot W_2(p)\cdot\theta(p)+W_\alpha(p)\cdot W_2(p)\cdot\alpha_1(p), \tag{8}$$

где $\alpha_1(p)=W_1(p)\cdot W_2(p)\cdot\theta(p)+W_\alpha(p)\cdot W_2(p)\cdot\alpha_1(p)$ – отклонение фазы на входе следящей схемы, $\beta_2(p)$ – отклонение фазы на выходе следящей схемы.

Исключив из уравнений (7), (8) переменную $\beta_2(p)$, можно получить уравнение следящей системы относительно ошибки $\theta(p)$.

Условие повышения порядка астатизма выполняется при $k=1/\left(k_2k_\alpha\right)$. Эквивалентная комбинированная схема (см. рис. 1) приобретает астатизм второго порядка, в которой устраняется ошибка $\theta_{уст}(t)$ при ступенчатом $\left[\alpha_1(t)=\alpha_0\right]$ изменении фазы напряжения $U_1(t)$, что соответствует скачкообразному изменению частоты $\Delta\omega=\omega_1(t)-\omega_H$.

То же самое имеет место и при линейном изменении фазы напряжения $U_1(t)$, $\left[\alpha_1(t)=\alpha_1 t\right]$.

В обоих случаях в установившемся режиме, частоты и фазы напряжений $U_1(t)$ и $U_2(t)$ равны между собой.

При изменении частоты $\omega_1(t)$ по линейному закону, что соответствует квадратичному закону изменения фазы напряжения $U_1(t)$, $\left[\alpha(t)=\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2 t^2\right]$ в установившемся режиме возникает ошибка

$$\theta_{уст}(t)=\frac{2(T_2+T_\alpha)\alpha_2}{k_1k_2}. \tag{9}$$

Исходя из вышеизложенного и соответствующих аналитических выражений для флуктуационных и динамических погрешностей схем ФАПЧ 1-го порядка с RC фильтром ФАПЧ 2-го порядка, ЧАП с квадратурно-фазовым частотным дискриминатором найдены показатели качества фильтрации перечисленных схем фильтрации (см. таблицу 1), включающая шесть показателей качества и основные аналитические соотношения по которым они рассчитывались.

Источником реальных данных, необходимых для выполнения соответствующих расчетов по приведенным в таблице формулами, являлась следящая схема на основе ЧАП с квадратурно-фазовым частотным дискриминатором, которая применяется в доплеровских измерителях скорости и угла сноса ДИСС-013 и ДИСС-016.

Приведем следующие основные данные: $\Delta f_э=0.4\div24$ кГц с переносом на среднюю частоту управляемого генератора $f_Г=500$ кГц; ширина полосы доплеровских частот $\Delta F_Д=0.8\div12$ кГц; погрешность измерения частоты $\sigma_{F_Д}=0.4\%$ на частоте $F_Д\geq2.5$ кГц при $P_С/P_Ш\geq8$ дБ; время поиска при $T_{RC}=0.1...1$ с составляет 15 с.

Используя отмеченные выше параметры, рассчитаем величину коэффициента усиления K схемы ФАПЧ 1-го порядка при следующих конкретизированных данных: $F_{Д_{ср}} = 5$ кГц; $\sigma_{F_Д} = 0.1\%$; $T_{RC} = 0.1$ с; $\Delta f_э = 15$ кГц; $q^2 = 1$; $f_Г = 500$ кГц. При этом получим $\sigma_\omega^2 = 985.96$ рад²/с², коэффициент усиления разомкнутой петли обратной связи $K = \sigma_\omega^2 4\pi\Delta f_э T_{RC} = 4309$ рад/с, $\sigma_\varphi^2 = 1$ рад².

Таблица 1. *Показатели качества фильтрации*

№	Тип следящего доплеровского фильтра	Показатели качества фильтрации					
		Динамическая погрешность		Флуктуационная погрешность		Полоса захвата	Время установления переходного процесса $\tau_{уст}$
		$\theta_{1УСТ}(t)$ при $\varphi = \alpha_1 t$	$\theta_{2УСТ}(t)$ при $\varphi = \alpha_2 t^2/2$	σ_ω^2	σ_φ^2		
1	ФАПЧ 1-го порядка с RC фильтром	$\frac{\alpha_1}{K}$	—	$\frac{K^2}{4\pi\Delta f_э T_{RC} q^2}$	$\frac{1}{q^2}$	$\gamma_э = \frac{1.2}{\sqrt{T\Delta f_э}}$	$\frac{2\ln 114\sqrt{1-\gamma_H^2}}{\Delta f_э\sqrt{1-\gamma_H}}$
2	Комбинированная ФАПЧ 2-го порядка	0	$\frac{2(T_{чд}+T_Г)}{K}$	$\frac{\omega_0^2}{K^2 q^2}\left[1-\frac{\pi}{4}\right]$	$\frac{\pi\omega_0}{K\Delta f_э q^2}$	$\Delta f_э$	$\le\frac{1}{\Delta f_э}$
3	ЧАП с квадратурно-фазовым частотным дискриминатором	—	—	$\frac{K_F^2\Delta f_э\Delta F_Ф}{q^2}$	—	$\Delta f_э$ схема поиска, захвата и слежения	Время поиска $T_п$ не более 15 с
4	Синхронизированный управляемый генератор с принудительной перестройкой частоты	0	$\frac{2\tau_Г\alpha_2}{K_y}$	$\frac{\omega_0^2}{K_y^2 q^2}\left[1-\frac{\pi}{4}\right]$	$\frac{\pi\omega_0}{K_y\Delta f_э q^2}$	$\Delta f_э$	$\le\frac{1}{\Delta f_э}$

Здесь $\alpha_1 t$ – линейное изменение фазы; $\alpha_2 t^2/2$ – квадратурное изменение фазы; $K = 0.5 k_Д E_0 S_y$ – коэффициент усиления контура ФАПЧ; $K_y = E_Г/E_0$; $K_F < 1$ – коэффициент, учитывающий частотную характеристику следящей системы; $\Delta f_э \ge \left|F_{Дmax} - F_{Дmin}\right|$ – полоса пропускания линейного тракта усиления доплеровского измерителя скорости; $\Delta f_э \simeq \Delta_{СН}$; $\tau_{УСТ}^*$ – приведена в [12]; σ_ω^2 для ЧАП с квадратурно-фазовым дискриминатором заимствована из [13]; γ_H – относительная начальная расстройка $\gamma_H = \Delta_H/\Delta_{СН}$.

Для заданных параметров следящей схемы на СГ с принудительной перестройкой при $f_0 = 100$ кГц, $K = 9500$ и одинаковых $q^2 = 1$ для обеих схем рассчитаны показатели качества и коэффициенты выигрышей по шести показателям (см. таблицу 2).

Средний суммарный показатель качества следящей схемы, реализованной на синхронизированном генераторе с принудительной перестройкой частоты с исключением больших величин выигрыша m_3 (коэффициент выигрыша по полосе захвата) при одинаковом весе всех показателей составит (с учетом ЧАП и ФАПЧ 2-го порядка)

$$\text{ПК}_{\Sigma} = \frac{1}{4}\left(m_{\omega} + m_{\tau} + m_{\theta 2} + m_{\omega_{\text{ЧАП}}}\right) \simeq 1.5.$$

Из анализа таблицы 2 следует, что наивысшим показателем качества следящей фильтрации характеризуется схема, реализованная на СГ, затем следуют схемы ФАПЧ 2-го порядка, ФАПЧ 1-го порядка и ЧАП с квадратурно-фазовым частотным дискриминатором.

Таблица 2. Результаты расчетов

Показатель качества	$m_{\theta_1}(t)$	$m_{\theta_2}(t)$	m_{ω}	m_{φ}	m_3	m_{τ}
Числовое значение выигрыша	$\gg 1$	–	1.5	25	33	1.242

Здесь $m_{\theta_1} = \frac{\theta_{\text{ФАПЧ}}}{\theta_{\text{СГ}}}$; $m_{\theta_2} = \frac{\theta_{\text{ФАПЧ}}}{\theta_{\text{СГ}}}$; $m_{\omega} = \frac{\sigma^2_{\omega\,\text{ФАПЧ}}}{\sigma^2_{\omega\,\text{СГ}}}$; $m_{\varphi} = \frac{\sigma^2_{\varphi\,\text{ФАПЧ}}}{\sigma^2_{\varphi\,\text{СГ}}}$; $m_3 = \frac{\Delta f_{3\,\text{ФАПЧ}}}{\Delta f_{3\,\text{СГ}}}$; $m_{\tau} = \frac{\tau_{\text{ФАПЧ}}}{\tau_{\text{СГ}}}$.

Заключение

Разработана гибридная методика оценки показателей качества работы следящей схемы фильтрации, реализованной на синхронизированном генераторе с принудительной перестройкой частоты. При этом получены простые расчетные формулы (см. таблицу 1) оценок показателей качества работы данной схемы.

Выполнен сравнительный анализ показателей качества следящих схем узкополосной фильтрации, реализованных на схемах ФАПЧ 1-го порядка, ФАПЧ 2-го порядка и ЧАП с перспективной схемой на синхронизированном генераторе с принудительной перестройкой частоты. При этом суммарный средний показатель качества схемы на синхронизированном генераторе выше в 1.5 раза, а по отдельным показателям в десятки раз, аналогичных показателей, рассчитанных для схем ФАПЧ и ЧАП.

Список литературы

1. *Фомин А. Ф., Хорошавин А. И., Шелухин О. И.* Аналоговые и цифровые синхронно-фазовые измерители и демодуляторы. М.: Радио и связь, 1987.
2. *Шелухин О. И.* Радиосистемы ближнего действия. М.: Радио и связь, 1989.
3. *Островитян Р. В., Басалов Ф. А.* Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982.
4. *Штагер Е. А.* Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. М: Радио и связи, 1986.
5. *Стеклов В. К., Руденко А. А., Юдин В. К.* Комбинированные системы ФАП. К.: Техника, 2004.
6. *Шахгильдян В. В., Ляховский А. А.* Системы фазовый синхронизации с элементами дискретизации. М.: Радио и связь, 1989.
7. *Зайцев Г. Ф., Стеклов В. К.* Комбинированные следящие системы. К.: Техника, 1978.
8. *Зайцев Г. Ф., Стеклов В. К.* Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности. К.: Техника, 1988.
9. *Печенин В. В., Сарамолки А. Р.* Система частотно-фазовой автоподстройки частоты на основе синхронизированного автогенератора с двухвходовым управлением // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. 2009. № 4 (38). С. 25–32.
10. *Печенин В. В., Щербина К. А., Войтенко О. В.* Синтез структурно-физической модели следящего фильтра с принудительной перестройкой частоты синхронизированного автогенератора // Системи управління навігації та зв'язку. 2012. № 3 (23). С. 94–98.

11. *Печенин В. В., Войтенко О. В.* Статистический синтез оптимальных параметров следящего фильтра с принудительной перестройкой и синхронизацией управляемого генератора // Системи управління, навігації та зв'язку. 2011. № 3 (19). С. 53–56.
12. *Шахгильдян В. В., Ляховский А. А.* Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.
13. *Сосновский А. А., Хаймович И. А.,* Авиационная радионавигация. М.: Транспорт, 1990.

Поступила 31 октября 2014 г.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE CONTINUOUS-WAVE DOPPLER SIGNAL NARROW-BAND FILTER CIRCUITS PERFORMANCE

M. A. VONSOVICH, V. V. PECHENIN, YU.V. SYEDINA, AND K. A. SCHERBINA

Comparative analysis of quantitative indicators of different devices, systems and complexes is based on accuracy and objectivity of comparison. It is also essential to compare quantitative characteristics and parameters of the existing devices with similar functions of the developed model.

The peculiarity of the tracking system based on the synchronized oscillator (SG) is that the methodology and calculated ratios of performance index used for PLL and FLL are hardly applicable for it. This is due to the fact that the SG as tracking system does not have explicit measurement tool (phase or frequency detector), equalized filter (low-pass filter) and servo feedback circuit.

Therefore, there was developed a hybrid method to evaluate performance of the tracking filter circuit based on the synchronized oscillator with forced frequency tuning. Simple calculation formulas to estimate performance of the abovementioned circuit are obtained.

There was carried out a comparative analysis of performance of the tracking narrow-band filter circuits based on 1st order PLL, 2nd order PLL and FLL with SG with forced frequency tuning. Thus, the total average performance indices of the circuit with SG exceeded any of the compared indices by 1.5 times, with a tenfold increase of separate parameters.

Thus, if we take into account performance indices, the tracking filter system based on the synchronized oscillator, followed by 2nd order PLL, 1st order PLL and FLL with quadrature FM-detector is the best solution.

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК 621.396.96

РАДИОЛОКАЦИОННЫЙ МОНИТОРИНГ ПРОЯВЛЕНИЙ ЭОЛОВОЙ ТРАНСПОРТИРОВКИ ПЕСКА И ПЫЛИ В ПУСТЫННЫХ РАЙОНАХ

© Авторы, 2015

В. К. Иванов — д.ф.–м.н., зав. отделом, Институт радиофизики и электроники НАН Украины, Харьков. E-mail: ivanov@ire.kharkov.ua

А. Я. Матвеев — к.ф.–м.н., с.н.с., Институт радиофизики и электроники НАН Украины. E-mail: matweev@list.ru

В. Н. Цымбал — к.т.н., с.н.с., Институт радиофизики и электроники НАН Украины. E-mail: vn_tsymbal@mail.ru

С. Е. Яцевич — к.ф.–м.н., с.н.с., Институт радиофизики и электроники НАН Украины. E-mail: sey59@mail.ru

Аннотация

Представлены результаты анализа радиолокационных наблюдений пустынь Мавритании с помощью РБО ИСЗ «Космос-1500», «Сич-1» ($\lambda = 3.15$ см), SAR ERS-1, ERS-2 и Envisat-1 ($\lambda = 5.6$ см) за период 1983–2011 гг. Обнаружено проявление эффектов аномально узконаправленного обратного рассеяния радиоволн в диапазонах локальных углов облучения поверхности $\Theta \approx 31.5 \div 33°$ (для РБО ИСЗ «Космос-1500» и «Сич-1») и $\Theta \approx 32 \div 34°$ (для ASAR Envisat-1). Проявление узконаправленного обратного рассеяния радиоволн регулярно наблюдается на участках покрытых глубоким песком при направлении облучения поверхности навстречу генеральному направлению приповерхностного ветра, и не наблюдается при облучении по ветру. Обнаруженное явление позволяет выявлять районы поднятия пыли в атмосферу при радиолокационном ДЗЗ. Предложено объяснение механизма возникновения эффекта аномально узконаправленного обратного рассеяния радиоволн за счет их взаимодействия с согласованно ориентированными ионизированными слоями, окаймляющими структуры песчаной ряби в процессе формирования ее при эоловом переносе песчано-пылевой смеси. Ионизация вызывается сильным неоднородным электрическим полем, возникающим при эоловом переносе.

Ключевые слова: *радиолокационное наблюдение, узконаправленное обратное рассеяние радиоволн, эоловый перенос песка и пыли, песчаная рябь, ионизация, электрическое поле*

Abstract

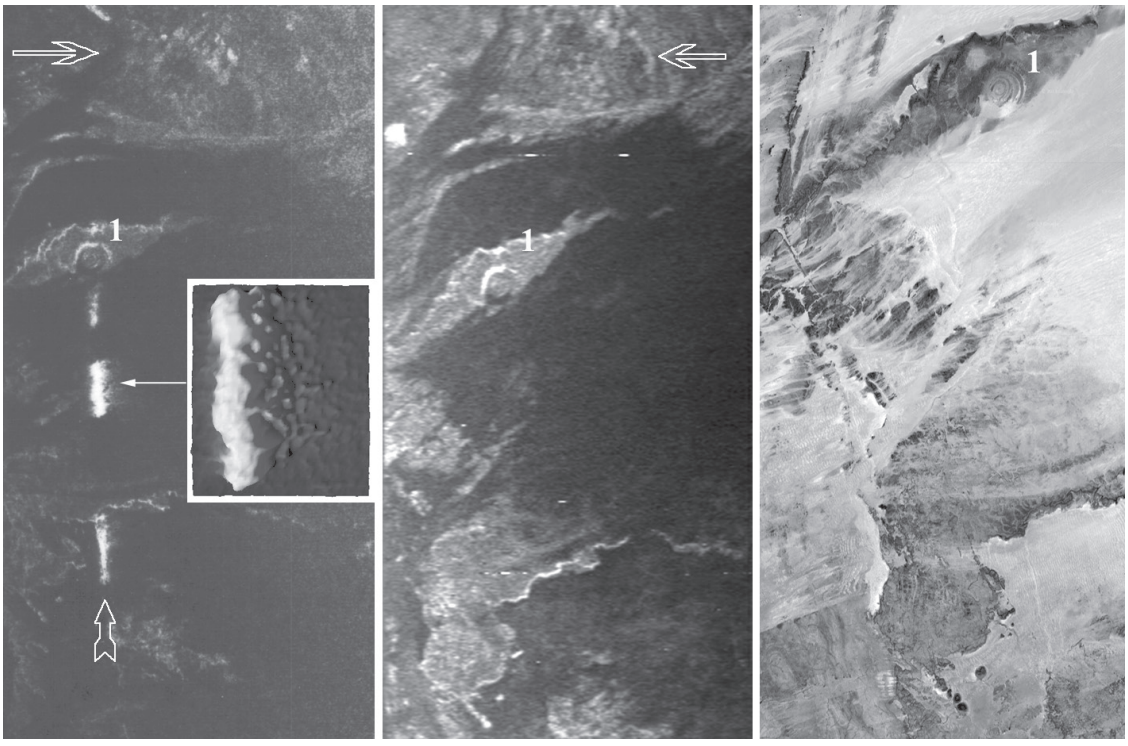
The article presents the results of the analysis of the Mauritania deserts radar observations. Images obtained by using “Kosmos-1500” and “Sich-1” satellites SLRs ($\lambda = 3.15$ cm), ERS-1, ERS-2 and Envisat-1 SARs ($\lambda = 5.6$ cm) for the period 1983–2011 years. Discovered manifestation of the anomaly highly directional radio waves backscattering effects in the incidence angle range $\Theta \approx 31.5 \div 33°$ (for “Kosmos-1500” and “Sich-1” SLRs images) and $\Theta \approx 32 \div 34°$ (for ASAR Envisat-1 images). Manifestation of highly directional radio waves backscattering effects occurs regularly in areas covered with deep sand and radar surface irradiation direction towards the near-surface wind general direction, and never observed upon irradiation downwind. This phenomenon makes it possible to identify areas providing lifting dust into the atmosphere by radar remote sensing regardless of light and clouds conditions. An explanation of the mechanism of the highly directional radio waves backscattering effects, which occurs due to their interaction with consistently oriented ionized air layers bordering sand ripples structure in the process of its formation in sand-dust transportation. Ionization caused by strong inhomogeneous electric field arising in the aeolian transport process.

Key words: *radar sensing, highly directional radio wave backscatter, aeolian transport of sand and dust, sand ripples, ionization, the electric field*

Введение

Эоловые процессы транспортировки песка и пыли ветром — мощная эрозионная сила, которая формирует дюны, песчаную рябь и загружает атмосферу взвешенными аэрозолями пыли, распространяющимися ветрами на огромные расстояния [1]. Эоловые процессы формируются в различных районах, в том числе в прибрежной зоне, холодных и жарких пустынях, а также в сельскохозяйственных областях. Общими характеристиками этих районов являются разреженный или отсутствующий растительный покров, наличие мелкодисперсных осадочных пород (глина, ил и песок), и сильных ветров. По некоторым оценкам [2] ветрами на Земле ежегодно транспортируется более $5 \cdot 10^8$ тонн пыли. Присутствие атмосферной пыли в окружающей среде планеты является одним из факторов существенно влияющим на температуру и климатические условия обширных регионов, а также на здоровье населения [3]. В связи с глобальным характером эолийских процессов их эффективный мониторинг может быть реализован только при помощи космических средств ДЗЗ. Однако [4] используемые в настоящее время для космического мониторинга распространения пыли в атмосфере многозональные оптические системы не позволяют надежно и независимо от облачности и освещенности идентифицировать районы поднятия пыли в атмосферу.

Одной из областей, где регулярно (особенно в осенне-зимний период, когда с северо-востока практически постоянно дует ветер), развиваются крупномасштабные эоловые процессы, являются покрытые песчаными дюнами западные участки пустыни Сахара (Эль-Джуф, Акшар и Траза), расположенные в Мавритании. На многих радиолокационных изображениях этой области было обнаружено аномально узконаправленное увеличение обратного рассеяния от песчаной поверхности, которое не могло быть объяснено в рамках традиционных представлений о механизме такого рассеяния. В настоящей статье рассматриваются обнаруженные специфические проявления эффектов интенсивного узконаправленного обратного рассеяния радиоволн от покрытых песком участков пустынь на космических радиолокационных изображениях, и предлагается объяснение механизма их возникновения из-за эоловых процессов.



а) *б*) *в*)

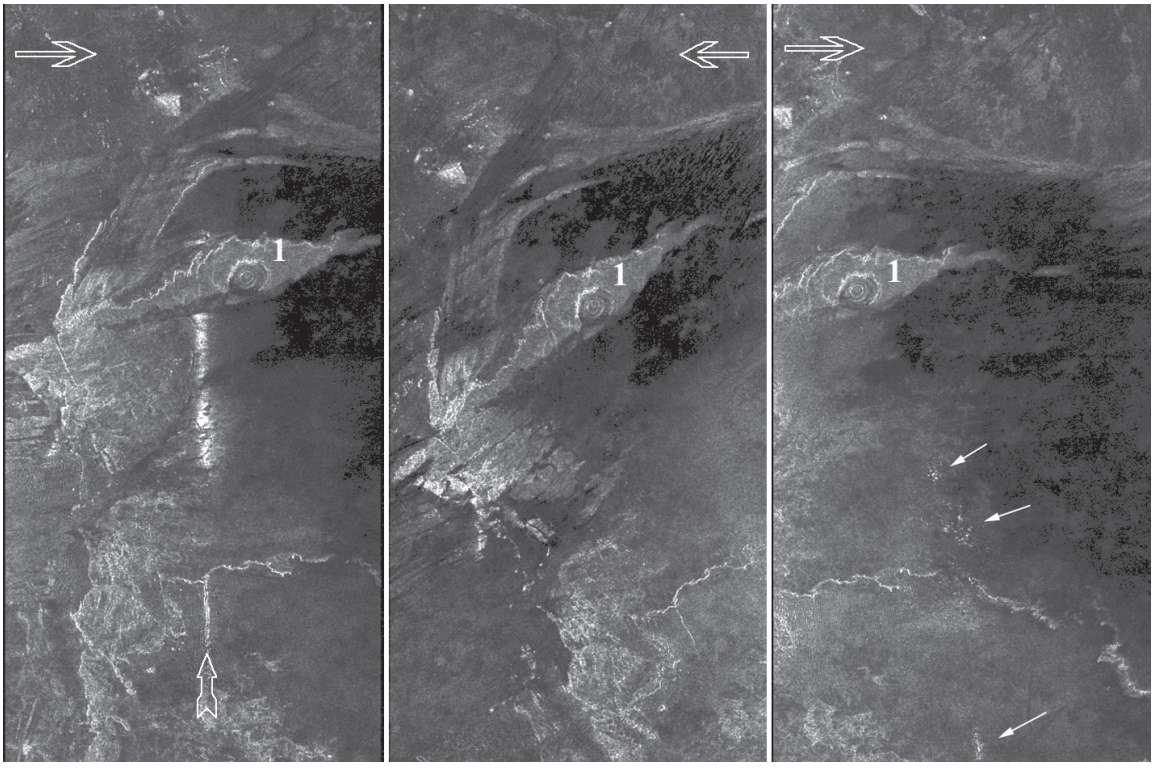
Рис. 1. *Изображения участка пустыни Эль–Джуф в районе структуры Гуэль-Эр-Ришат* (1), *полученные:* (*а*) *РБО ИСЗ «Космос*–1500» 16.12.1983 *г.* (*облучение поверхности — с запада на восток*); (*б*) *РБО ИСЗ «Сич*–1» 29.01.1996 *г.* (*облучение — с востока на запад*); (*в*) *оптическое изображение этого же участка* (*Google Earth*).

Наблюдение узконаправленного рассеяния радиоволн в пустынях

Впервые эффекты аномально узконаправленного обратного рассеяния радиоволн были обнаружены еще на космических радиолокационных изображениях участка пустыни Эль-Джуф (Мавритания) в районе знаменитой структуры Гуэль-Эр-Ришат (обозначена на рис. 1), полученных радиолокатором бокового обзора РБО ИСЗ «Космос-1500» в декабре 1983 года. На рис. 1,а представлено первое из таких изображений, полученное 16.12.1983 г. Зона появления интенсивного обратного рассеяния отмечена вертикальной стрелкой. Центральный участок зоны в виде увеличенного трехмерного изображения помещен в область снимка, ограниченную белым квадратом.

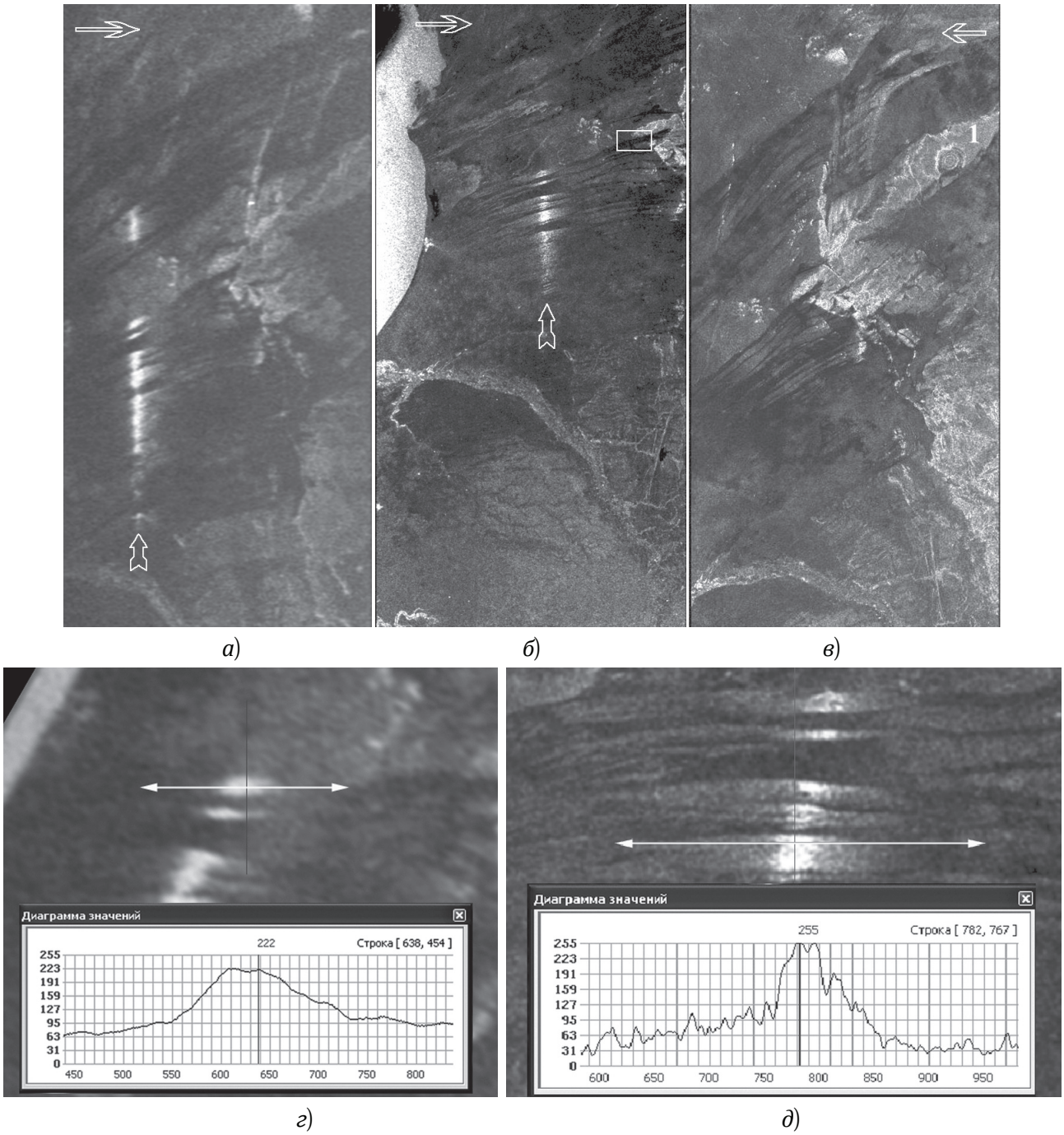
Интенсивность отраженного сигнала (согласно [5]) в зоне оказалась значительной $\sigma^\circ \geq -10$ дБ на рабочей длине волны РБО $\lambda = 3.15$ см. Анализ многочисленных радиолокационных изображений области пустынь Эль-Джуф, Акшар и Траза в Мавритании, полученных с помощью РБО ИСЗ «Космос-1500» и «Сич-1», SAR ERS-1, ERS-2 и Envisat-1 за период 1983–2011 гг. позволил отметить ряд особенностей проявления этого явления:

1. Проявление узконаправленного обратного рассеяния радиоволн в исследуемой области наблюдалось только на изображениях широкообзорных (с полосой обзора ≥ 400 км и разрешением ~ 1000 м) радиолокационных систем космического ДЗЗ — РБО ИСЗ «Космос-1500» и «Сич-1», а также ASAR Envisat-1 (режимы работы ASAR — Global Monitoring Mode GM, Wide Swath Mode WSM). Они никогда не наблюдались на многочисленных изображениях SAR ERS-1 и ERS-2 этого региона. По-видимому, это объясняется тем, что диапазон локальных углов облучения поверхности (с учетом её кривизны) в котором проявляется этот эффект (определенный по снимкам), составляет для РБО ИСЗ «Космос-1500» и «Сич-1» $\Theta \approx 31.5^\circ \div 33^\circ$, а для SAR Envisat-1 $\Theta \approx 32^\circ \div 34^\circ$. Полоса обзора SAR ERS-1 и ERS-2 $(\Theta \approx 23^\circ \pm 3^\circ)$ не позволяет наблюдать поверхность в таком диапазоне углов облучения.



а) *б*) *в*)

Рис. 2. *Изображения участка пустыни Эль–Джуф в районе структуры Гуэль-Эр-Ришат* (1)*, полученные:* (*а*) *ASAR Envisat*-1 22.12.2010 *г.* (*ASA_GM*1_1*P, облучение поверхности — с запада на восток*)*;* (*б*) 21.12.2010 *г.* (*ASA_GM*1_1*P, облучение– с востока на запад*)*;* (*в*) 14.12.2010 *г.* (*ASA_GM*1_1*P, облучение — с запада на восток*).



а) *б*) *в*)

г) *д*)

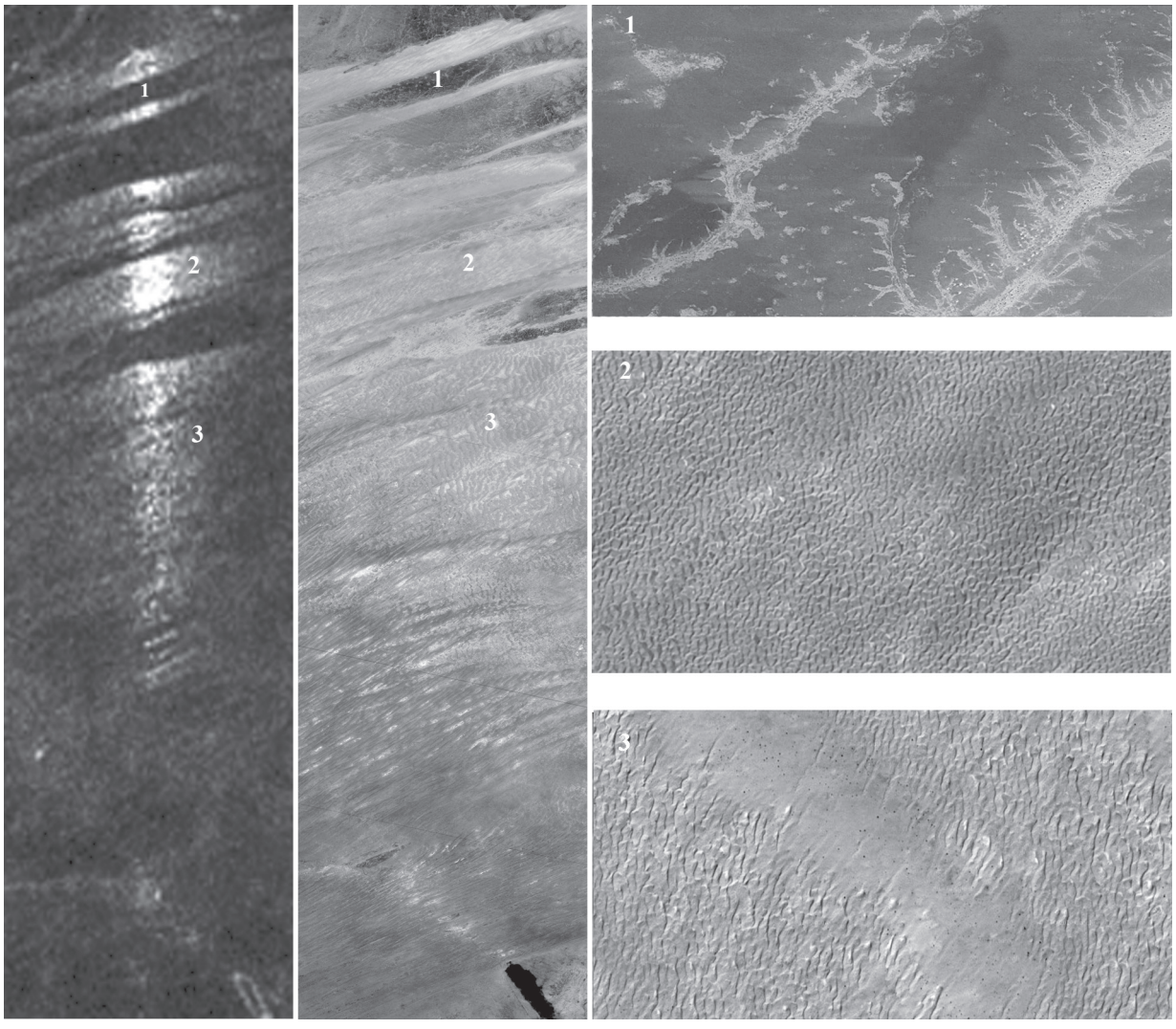
Рис. 3. *Изображения участка пустыни Акшар западнее структуры Гуэль-Эр-Ришат, полученные:* (*а*) *РБО ИСЗ «Сич-1»* 19.12.1995 *г.* (*облучение — с запада на восток*); (*б*) *ASAR Envisat-*1 08.12.2010 *г.* (*ASA_GM*1_1*P, облучение — с запада на восток,* (*в*) 07.12.2004 *г., облучение — с востока на запад;* (*г*) *изменение интенсивности отраженного радиолокационного сигнала по сечению вдоль генерального направления приземного ветра участка интенсивного рассеяния* (*рис.* 3, *а*), (*д*) *изменение интенсивности отраженного радиолокационного сигнала по сечению вдоль генерального направления приземного ветра участка интенсивного рассеяния* (*рис.* 3, *б*). © *ESA.*

2. Проявление узконаправленного обратного рассеяния радиоволн регулярно наблюдается (в исследуемой области в зимний период, когда господствуют ветры с северо-востока и совершенно отсутствуют осадки) только на участках покрытых глубоким песком и при направлении облучения поверхности — с запада на восток, и никогда не наблюдается при облучении с востока на запад. Так на изображении рис. 1, а облучение поверхности направлено с запада на восток (указано стрелкой в верхней части снимка). При этом наблюдается зона интенсивного узкона-

правленного обратного рассеяния (отмечено вертикальной стрелкой). А на рис. 1, б, где направление облучения с востока на запад, такое проявление отсутствует. Оптическое изображение этого же участка (рис. 1,в) подтверждает наличие песка в зонах формирования интенсивного узконаправленного обратного рассеяния. Приведенное на рис. 1, а в квадрате трехмерное изображение центрального участка зоны проявления эффекта указывает на то, что узконаправленное рассеяние формируется множеством отражателей.

3. Интенсивность узконаправленного обратного рассеяния также зависит и от скорости приповерхностного ветра. В качестве примера на рис. 2 показаны изображения того же участка пустыни Эль-Джуф, полученные как при направлении облучения поверхности — с запада на восток (см. рис. 2, а, в), так и при направлении с востока на запад (см. рис. 2, б). (Данные ASAR ИСЗ Envisat-1 получены с помощью on-line каталога EOLISA (© ESA)).

При этом проявление эффекта узконаправленного обратного рассеяния (отмечено вертикальной стрелкой) хорошо наблюдается только на рис. 2, а. На рис. 2, б, в наблюдаются лишь локальные участки аномального рассеяния (отмечены узкими стрелками), Отсутствие сигнала обратного рассеяния на изображении рис. 2, в объясняется низкой скоростью приповерхностного ветра не более 0.5 м/с [6], в то время как остальные изображения были получены при скоростях приповерхностного ветра с северо-востока в диапазоне 2÷7 м/с.



а) *б*) *в*)

Рис. 4. *Увеличенные изображения:* (*а*) *центральной части снимка SAR Envisat*-1 08.12.2010 *г., на котором наблюдается проявление эффекта узконаправленного обратного рассеяния;* (*б*) *оптического снимка этого же участка пустыни;* (*в*) (1,2,3) *существенно увеличенные оптические снимки трех видов характерных поверхностных образований в этой области. © ESA.*

4. Связь проявлений узконаправленного рассеяния с поверхностью покрытой песчаными дюнами хорошо иллюстрируют изображения участка пустыни Акшар (Мавритания) западнее структуры Гуэль-Эр-Ришат, представленные на рис. 3 и 4.

На радиолокационных изображениях, полученных при направлении облучения поверхности с запада на восток отчетливо видны проявления интенсивного узконаправленного рассеяния радиоволн на участках покрытых песчаными дюнами (см. рис. 3, а и рис. 3, б). В то же время на участках каменистой пустыни без толстого слоя песка этот эффект полностью отсутствует, например, в районе, обозначенном 1 на рис. 4, а–в, где наблюдается такая каменистая поверхность. При этом на участке 2 (рис. 4, а–в), на котором песчаная поверхность, сплошь покрыта дюнами, интенсивность узконаправленного рассеяния максимальна, а на участке 3 покрытом лишь полосами песка (ориентированными поперек генерального направления ветра) интенсивность рассеяния меньше.

Явная зависимость этого эффекта от покрытия поверхности пустыни песком (являющимся, по сути, мелкодроблеными осколками диэлектрика — кварца [7]), который сам по себе не может интенсивно рассеивать радиоволны, вызывает необходимость рассмотреть процессы, происходящие на поверхности песка при воздействии на нее ветра.

Механизм возникновения узконаправленного обратного рассеяния радиоволн при эоловой транспортировке песка и пыли

Механизм перемещения песка и формирование его поверхности под воздействием ветра детально рассмотрен в целом ряде работ [8–11 и мн. др.]. Установлено, что при достижении скорости приповерхностного ветра 1–2 м/с песчинки начинают перемещаться по поверхности. Песок состоит из частиц самых разных размеров, обычно от 101 до 103 мкм и более. Первыми начинают двигаться самые мелкие частицы: сначала короткими перекатываниями и переползаниями по поверхности, небольшими подлетами вверх. При возрастании скорости ветра мелкие частицы уже начинают взлетать в воздух, а крупные все еще переползают по поверхности. Когда мелкие песчинки находятся в воздухе, они движутся под действием двух сил — горизонтально направленной силы от ветра и вертикально направленной силы тяжести, пролетев некоторое расстояние, они снова падают на поверхность песка. В воздухе они испытывают турбулентные пульсации силы ветра, поэтому одни частицы летят быстрее, другие — медленнее. Поскольку воздушные вихри следуют друг за другом довольно регулярно то и в потоке песчинок, несомых ветром, тоже устанавливается некая регулярность — чередование областей с высокой и низкой концентрацией частиц в воздухе. Такая периодичность сохраняется и в распределении концентрации песчинок в местах их падения на поверхность. Но т.к. упавшая частица (т.н. «сальтон» 6 на рис. 5 [1]) сохраняет запас набранной от ветра кинетической энергии и передает её тем частицам, с которыми она столкнулась, упав на поверхность, то она подбрасывает в воздух другую частицу, та, упав, бьет в свою очередь третью и так далее. Постепенно накапливаясь в местах наибольшей концентрации упавших частиц, песчинки создают низенькие барьерчики (2 на рис. 5). Около них начинают сосредоточиваться переползающие по поверхности крупные песчинки (4 на рис. 5). Регулярность вихрей в воздушном потоке у поверхности песка превращается в периодичность песчаных валиков.

После образования «зародышей» волнообразного рельефа, начинается рост их в высоту. Это происходит благодаря тому, что выбитые с поверхности «вторичные», «третичные» и т.д. (т.н. «рептоны» 7, 8 на рис. 5 [1]) мелкие песчинки планируют в воздухе в среднем на такие расстояния, которые примерно совпадают с длиной возникающих волн песчаной ряби. Когда рябь вырастает до заметных размеров, она сама начинает вносить турбулентность в поток проносящегося над ней воздуха.

На подветренной стороне гребней ряби, в зоне «тени», образуется присоединенный вихрь — круговое движение воздуха, которое у поверхности песка направлено против течения воздуха (5 на рис. 5). Оно подгоняет песок из ложбины к гребню, делая его более четко оформленным, а главное подпертым, устойчивым. Так горб песчаной волны приобретает характерную несимметричную форму зуба пилы (3 на рис. 5). Полосы ряби тянутся строго перпендикулярно направлению ветра, который создал их, и обычно имеют длинные фронты, почти смыкающиеся друг с

другом (см. рис. 6, б). Это означает, что строение фронта в приземном потоке ветра довольно однородное, отдельные струи воздуха по фронту ветра почти не опережают друг друга. Сама поверхность песка как бы упорядочивает ветер. Рост песчаной ряби в высоту идет, когда дует ветер со скоростью 4–9 м/с, а на такой ветер приходится 85–90 % всего времени [8]. Высота волн имеет для ряби порядок величины от десятка сантиметров и более при скоростях от 4 до 9 м/с, высота волн может достигать 8 см (по данным для песков туркменских пустынь). При больших скоростях ветра (10–15 м/с) начинают формироваться настоящие песчаные волны высотой 15–30 см и длиной в единицы и десятки метров. При скоростях ветра более 16 м/с все песчаные волны и рябь разрушаются и развиваются песчаные бури [8] с подъемом пыли и песчинок на десятки и сотни метров.

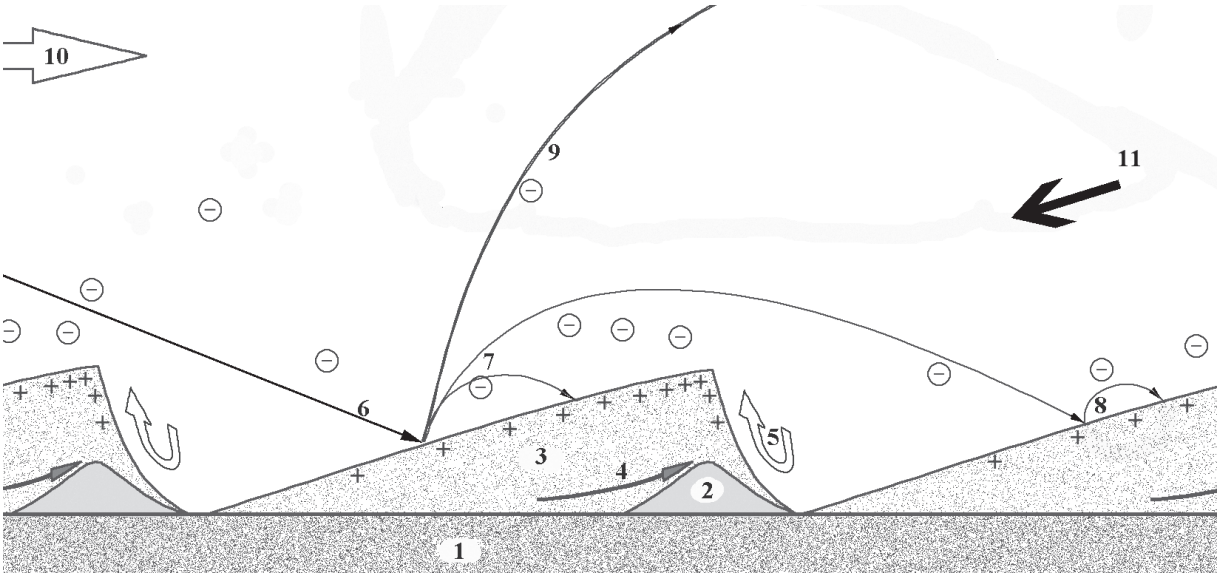
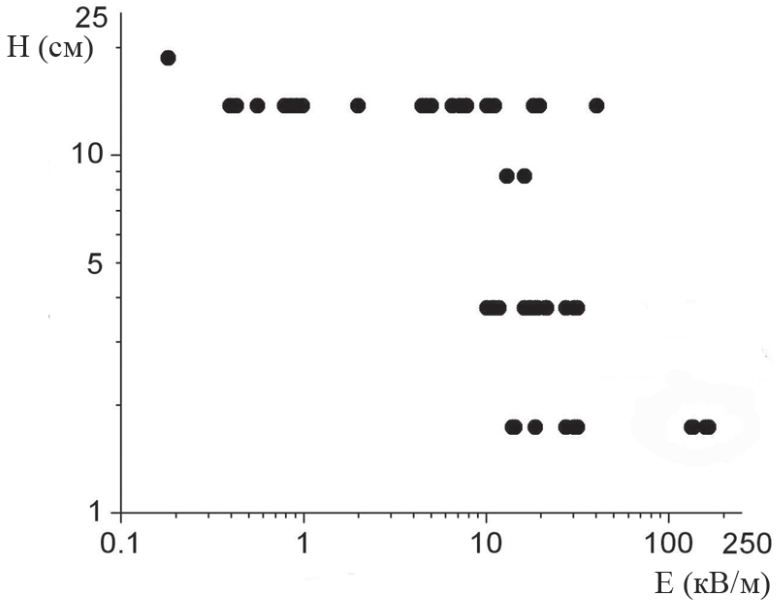


Рис. 5. *Схематическое изображение процессов формирования песчаной ряби при песчаной поземке путем т.н. «сальтации» (скачкообразного перемещения):*1 *– песчаная подложка;* 2 *– «зародыши» волнообразного рельефа;* 3 *- горб песчаной ряби;* 4 *- направление перемещения наиболее крупных песчинок к вершине песчаной волны;* 5 *– присоединенный вихрь в зоне «тени» песчаной волны;* 6 *– падающая песчинка «сальтон»;* 7 *и* 8 *– вторичные и третичные менее энергичные песчинки «рептоны»;* 9 *– вторичная песчинка «сальтон» подхваченная ветровым потоком;* 10 *– генеральное направление приповерхностного ветра;* 11 *– направление радиолокационного облучения, при котором ярко проявляется узконаправленное обратное рассеяние радиоволн.*

а) *б*)

Рис. 6. *Фото песчаной поземки (направление ветра — навстречу наблюдателю) (а); структура песчаной ряби на поверхности дюны (б).*



а)

б)

Рис. 7. *Экспериментальные результаты измерения напряженности электрического поля на различной высоте над поверхностью при эоловой транспортировке песка и пыли, усредненные значения за* 5*-и минутные интервалы* (*а*)*; электрические разряды во время пылевой бури* (*б*)*.*

Очень важную роль в эоловых процессах перемещения песка и пыли играют электрические поля, возникающие при перемещении и соударении песчинок [10–12]. Ученые до сих пор не пришли к единому заключению о физическом механизме, отвечающем за появление разнополярных зарядов на песчинках при их соударениях и трении [13]. Экспериментально установлено, что в результате этих соударений и трения при перекатывании и переползании по поверхности мелкие частицы «предпочитают» получать отрицательный заряд, а ветер переносит их повыше и порождает тем самым разницу потенциалов.

Более тяжелые песчинки с положительными зарядами остаются на поверхности. На рис. 7 [2] представлены экспериментальные результаты измерения напряженности электрического поля на различной высоте над поверхностью при эолийской транспортировке песка и пыли. Хорошо видно, что напряженность поля изменяется очень сильно, достигая значений в 10–250 кВ/м на высоте порядка 1.5–2 см от поверхности. Эти сильные поля приводят к тому, что основная масса переносимого песка прижимается к поверхности. По модельным [10] и экспериментальным данным [12–14] около 50% массы песка переносится в слое 3–4 см над поверхностью.

Пространственное распределение напряженности электрического поля на определенной высоте существенно неоднородно [2,13], что может быть объяснено как неоднородностью распределения заряда по поверхности каждой песчинки [15], вращением «сальтонов» в полете ($\sim$400 об/с [7]), так и пространственной неоднородностью распределения заряженных песчинок.

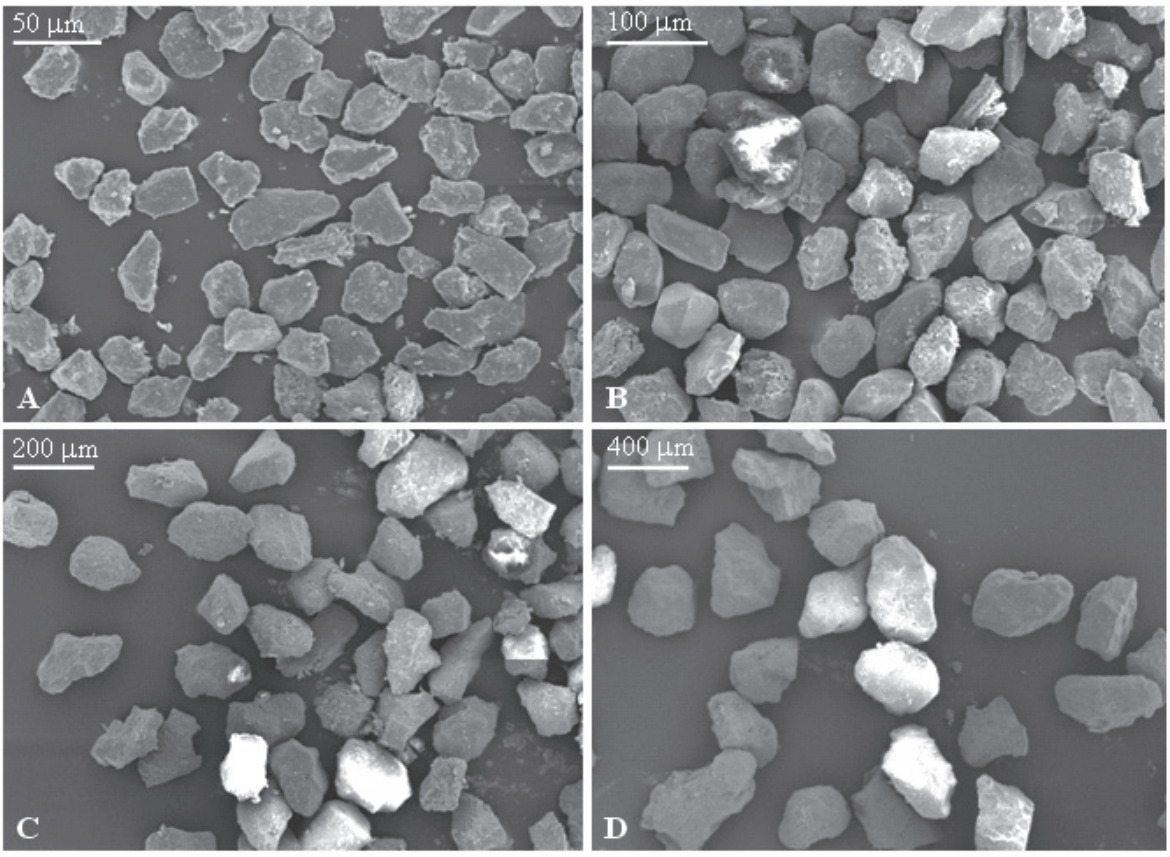
Горбы песчаной ряби содержат максимальное количество положительно заряженных тяжелых песчинок, перемещенных по поверхности, а в воздухе над их поверхностью находится максимальное количество бомбардирующих их «сальтонов» и вторично выбитых отрицательно заряженных легких песчинок, что приводит к максимальной напряженности поля.

В тоже время, расположенные в зонах «тени» впадины песчаной волны экранированы от бомбардировки легкими песчинками, и из них удаляется (вверх как по пологому склону песчаной волны, так и по крутому склону подветренной зоны) большее количество тяжелых песчинок. Это приводит к заключению, что максимумы и минимумы напряженности электрического поля должны совпадать в пространстве соответственно с вершинами и впадинами структуры песчаной ряби.

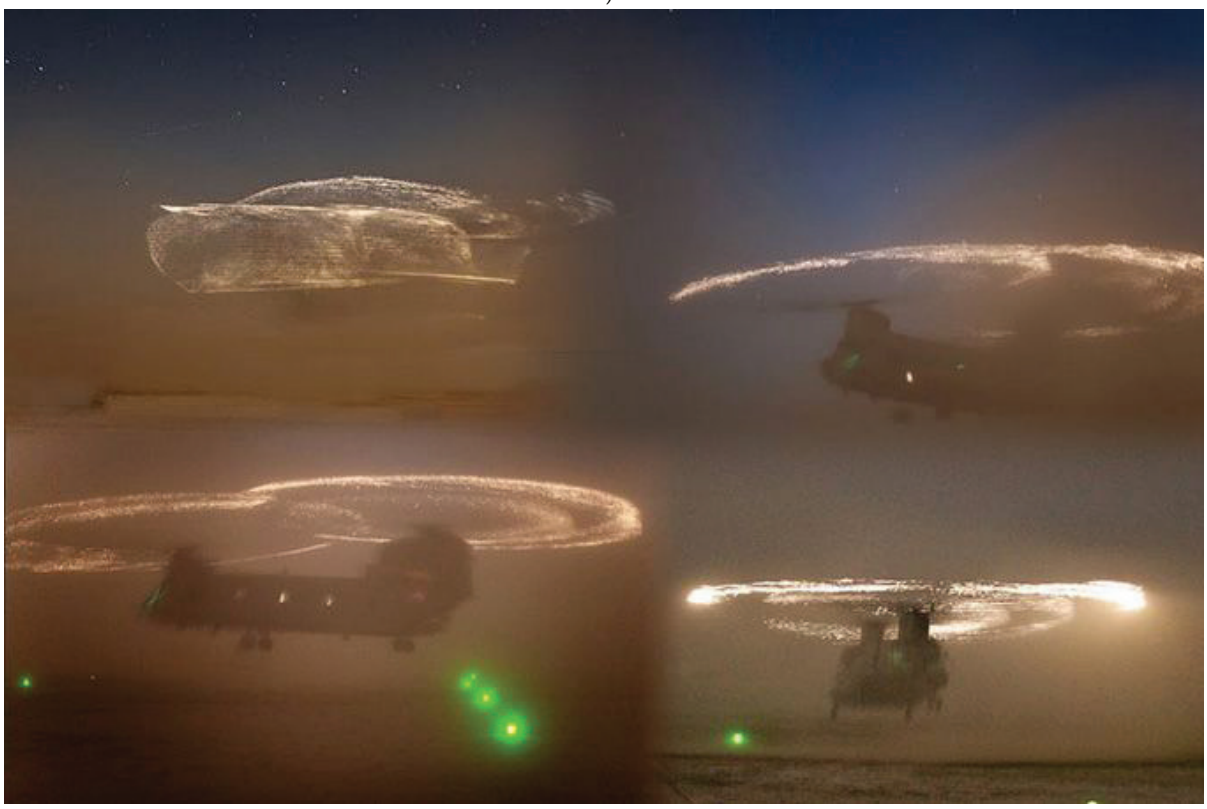
Экспериментально подтвердить это предположение, особенно в условиях сдвигающейся во времени пространственной структуры песчаной ряби, могли бы весьма сложные синхронные измерения двухмерной структуры напряженности поля на различной высоте над поверхностью при эоловой транспортировке песка и пыли с шагом в единицы сантиметров и малым интервалом усреднения [15].

В [16,17] отмечено, что когда у поверхности Земли напряженность электрического поля превышает 500–1000 В/м, начинаются электрические разряды с острых предметов, сопровождаемые характерным шумом; при дальнейшем усилении поля разряд становится видимым, иногда довольно ярким, с переходом в коронную форму. Коронные разряды (являющиеся разновидностью тлеющего разряда) хорошо наблюдаются при перемешивании насыщенного пылью и песком приповерхностного воздуха пустыни, например, лопастями при взлете и посадке вертолетов [18] (рис. 8, б). Песчинки, являющиеся мелкодроблеными осколками кварца, обладают острыми гранями (рис. 8, а), которые благоприятствуют формированию электрических разрядов (рис. 7, б и рис. 8, б) в неоднородном поле.

Напрашивается вывод, что возникающие при эоловой транспортировке неоднородные электрические поля (несмотря на то, что напряженность их существенно меньше пробивного напряжения чистого воздуха) оказываются достаточными для того чтобы вызвать в узком приповерхностном слое (переносимой с интенсивным перемешиванием песчано-пылевой воздушной смеси) развитие процессов ионизации газов, входящих в состав воздуха. А эти ионизированные области, окантовывающие волны песчаной ряби с большим количеством синхронно направленных квазиплоских участков — «фацет», и являются системой отражателей, отвечающей за формирование узконаправленного обратного рассеяния СВЧ радиоволн, наблюдаемого при радиолокационном боковом обзоре (только при облучении со стороны подветренных теневых зон, т.е. навстречу волнам, формирующимся под действием ветра).



а)

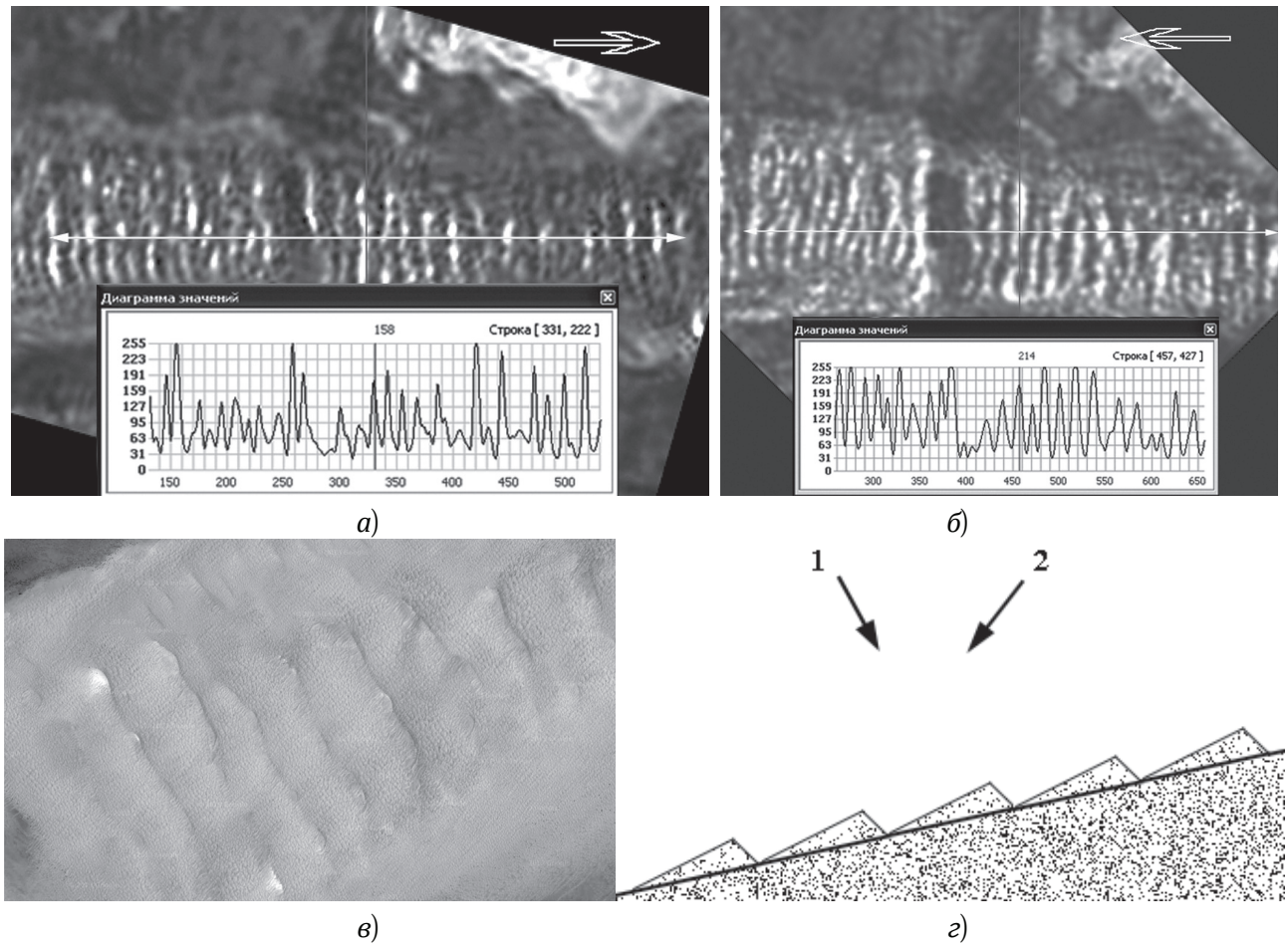


б)

Рис. 8. *Фотографии песчинок различных размеров под электронным микроскопом* (*а*) [19]*; фотографии коронных разрядов на лопастях вертолетов в насыщенном пылью и песком приповерхностном воздухе пустыни* (*б*).

Подветренные теневые зоны у песчаных волн, как у самых мелких — песчаной ряби, так и у крупных и самых крупных — песчаных дюн направлены под углами $\psi \approx 31^\circ - 35^\circ$ от горизонтали [8, 20] (т.е. радиоволны, облучающие поверхность в диапазоне локальных углов падения $\Theta \approx 31^\circ - 34^\circ$ оказываются практически нормально направленными к этим «фацетам», что и вызывает высокую интенсивность отражения). В реальности диапазон углов облучения поверхности, в котором наблюдается аномально узконаправленное рассеяние радиоволн в значительной степени определяется вариациями крупномасштабных углов наклона плоских поверхностей структур песчаных дюн (см. рис. 6, б), на которых формируется песчаная рябь.

Предположение о том, что аномально узконаправленное рассеяние радиоволн связано с процессом формирования песчаной ряби позволяет также объяснить особенности радиолокационных изображений с высоким разрешением (≈ 30 м, в диапазоне углов облучения $\Theta \approx 23^\circ \pm 3^\circ$) крупномасштабных песчаных гряд (рис. 9).



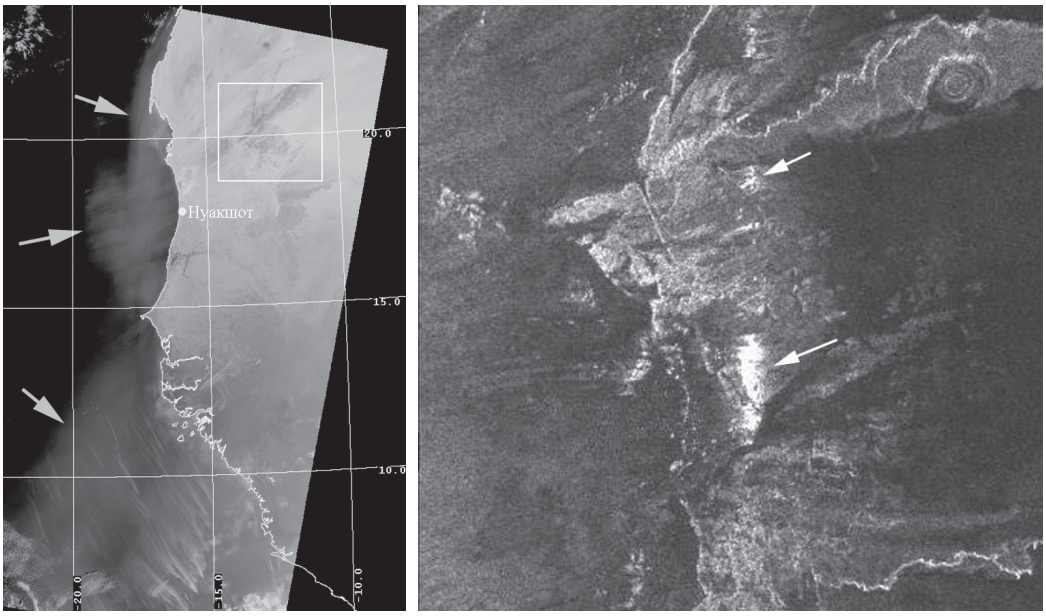
а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 9. *Изображения сечений фрагментов РСА изображений песчаных гряд на участке, обозначенном на рис.* 3, *б, в белыми прямоугольниками, полученных в режиме высокого разрешения:* (*а*) *ASAR Envisat*-1 21.12.2004 *г.* (*ASA_IM_*0*P, облучения поверхности — с запада на восток*), (*б*) *SAR ERS*-2 05.12.2001 *г.* (*SAR_IMO_*0*P, облучение — с востока на запад*) © *ESA,* (*в*) *оптическое изображение этого же участка* (*https://www.google.com.ua*) *и* (*г*) *схематическое изображение песчаной ряби на склоне песчаной гряды* (1 *и* 2 *направления облучения, при котором происходит интенсивное отражение радиоволн*).

Рельеф на участке, обозначенном на рис. 3, б, в белыми прямоугольниками слагается из параллельных прямолинейных гряд с очень пологими склонами (~5–10°), протягивающихся на многие десятки километров. Гряды отделяются друг от друга столь же правильными и длинными понижениями, они достигают [21] средней ширины 1 км и относительной высоты волн $\sim 10 - 20$ м,

разделяющие их ложбины — примерно 2 км. Схематическое изображение песчаной ряби на наветренном склоне песчаной гряды демонстрирует, что при этом направления облучения (ортогональные граням песчаной ряби) при которых происходит интенсивное отражение радиоволн, попадают в диапазон углов облучения РСА как при облучении по ветру, так и навстречу ему. Рис. 9а, б показывают, что как при облучении по ветру, так и навстречу ему наветренные склоны песчаных гряд наблюдаются с высоким контрастом относительно фона.

Эоловая транспортировка насыщенного пылью и песком приповерхностного воздуха при соответствующих условиях стратификации атмосферы (например, восходящих потоках) вызывает поднятие пыли на большую высоту [4] и распространение её на огромные расстояния сильными ветровыми потоками в верхних слоях атмосферы. На рис. 10, а представлено оптическое изображение таких масс пыли, которые транспортируются над океанской поверхностью. Рисунок 10, б иллюстрирует тот факт, что одним из районов, где пыль отрывается от поверхности и подымается в атмосферу, является район, изображенный на радиолокационном снимке. Свидетельством чего является проявление в нем аномально узконаправленного рассеяния радиоволн (отмечено стрелками). Наличие опасной для здоровья концентрации пыли в воздухе в этот день подтверждается измерениями в г. Нуакшот [3].



а) *б*)

Рис. 10. *Фрагмент оптического изображения ИСЗ MODIS* (25.01.2005, © *NASA*) *западного побережья Африки* (*стрелками отмечены пылевые массивы в атмосфере, которые хорошо различаются над морской поверхность, а квадратной рамкой участок радиолокационной съемки*) (*а*)*; фрагмент изображения ASAR Envisat*-1 25.01.2005 *г.* © *ESA* (*стрелками отмечены районы проявления аномально узконаправленного рассеяния радиоволн; направление облучения поверхности — с запада на восток*) (*б*).

Анализ многочисленных спутниковых радиолокационных изображений различных районов пустынь показывает, что эффекты аномально узконаправленного обратного радиоволн наблюдаются в различных местах — и в центральной Сахаре, и в Аравийских пустынях. Но наиболее регулярно и ярко они проявляются в пустынях Мавритании, где обнаружены значительные железорудные, медноколчеданные и золотосодержащие месторождения, а также залежи свинца, цинка, барита и фосфоритов [22]. Эти месторождения являются источниками мощного инициатора ионизации воздуха — радона [23]. Они существенно облегчают процесс ионизации в узком приповерхностном слое воздуха, наполненном переносимой в режиме интенсивного перемешивания песчано-пылевой воздушной смесью. Как показано в [24], даже сами образования в воздухе, ионизированные радиоактивными выбросами (в том числе выбросами из месторождений), достаточно уверенно наблюдаются радиолокационными средствами.

Заключение

Анализ радиолокационных наблюдений пустынь Эль-Джуф, Акшар и Траза в Мавританияи, полученных с помощью РБО ИСЗ «Космос-1500» и «Сич-1» ($\lambda = 3.15$ см), SAR ERS-1, ERS-2 и Envisat-1 ($\lambda = 5.6$ см) за период 1983–2011 гг. позволил выявить проявление эффектов аномально узконаправленного (в диапазонах локальных углов облучения поверхности $\Theta \approx 31.5^\circ \div 33^\circ$ для РБО ИСЗ «Космос-1500» и «Сич-1» и $\Theta \approx 32^\circ \div 34^\circ$ для ASAR Envisat-1) обратного рассеяния радиоволн. Проявление узконаправленного обратного рассеяния радиоволн регулярно наблюдается (особенно в зимний период, когда господствуют ветры с северо-востока и совершенно отсутствуют осадки) только на участках покрытых глубоким песком при направлении облучения поверхности навстречу генеральному направлению приповерхностного ветра, и никогда не наблюдается при облучении по ветру. Радиолокационный контраст участков поверхности, где проявляется узконаправленное обратное рассеяние радиоволн, относительно соседних составляет не менее $6 \div 8$ дБ ($\sigma^\circ \geq -10$ дБ на рабочей длине волны РБО $\lambda = 3.15$ см).

Предложено объяснение механизма возникновения эффекта за счет образования согласованно ориентированных ионизированных областей (вызванных сильными электрическими полями) окаймляющих структуры т.н. песчаной ряби (формирующиеся при эоловом переносе песчано-пылевой смеси ветром).

Обнаруженное явление позволяет выявлять районы поднятия пыли в атмосферу при радиолокационном ДЗЗ независимо от условий освещенности и облачности.

Для подтверждения этого предположения необходимо провести синхронные измерения двухмерной структуры напряженности поля на различной высоте над поверхностью при эолийской ветровой транспортировке песка и пыли с шагом в единицы сантиметров и малым интервалом усреднения. Эти измерения необходимо сочетать с лазерными определениями профиля песчаных структур и аэрокосмической съемкой.

Список литературы

1. *Lancaster, N.* Aeolian Features and Processes. The Geological Society of America. 2009. 25 p.
2. *Schmidt, D. S., Schmidt, R. A., and Dent, J. D.* Electrostatic Force on Saltating Sand // Journal of Geophysical Research. 1998. Vol. 103. D8. P. 8997–9001.
3. *Ozer, P.* Dust in the Wind and Public Health: Example From Mauritania // International Conference Desertification, Migration, Health, Remidiation and Local Governance. Royal Academy for Overseas Sciences United Nations Brussels. 2006. P. 55–74.
4. *Herrmann L., Stahr K., Jahn R.* The Importance of Source Region Identification and Their Properties for Soil-Derived Dust: the Case of Harmattan Dust Sources for Eastern West Africa // Contributions to Atmospheric Physics. 1999. 72. P. 141–150.
5. *Konyukhov, S. N., Dranovsky, V. I., and Tsymbal, V. N.* Radar Techniques and Facilities for on-Line Remote Sensing of the Earth From Aerospace Carriers. Kharkov (Ukraine): Publishing House Sheynina O. V., 2010. 428 p.: [сайт]. URL: «http://www.studmed.ru/priborostroenie-radio-i-svyaz/radiolokaciya/?page=2&sort=type»
6. *Wetter*: [сайт]. URL: «http://www.wetter3.de/archiv/index.html»
7. *Duran, O., Claudin, P., and Andreotti, B.* On Aeolian Transport: Grain-Scale Interactions, Dynamical Mechanisms and Scaling Laws // Aeolian Research. 2011. Vol. 3. P. 243–270.
8. *Великанов М. А.* Гидрология суши / Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 310 с.
9. *Kok Jasper, F, Parteli Eric, J R, Michaels Timothy, I and Karam Diana, B.* The Physics of Wind-Blown Sand and Dust // Reports on Progress in Physics. 2012. Vol. 75. P. 106901.
10. *Kok Jasper, F., Renno Nilton, O.* Electrostatics in Wind-Blown Sand // Physical Review Letters. 2008. Vol. 100. P. 014501.
11. *Stow, C. D.* Dust and Sand Storm Electrification // Weather. 1969. Vol. 24. Issue 4. P. 134–137.
12. *Namikas, S. L.* Field Measurement and Numerical Modeling of Aeolian Mass-Flux Distributions on a Sandy Beach // Sedimentology. 2003. Vol. 50. P. 303–326.
13. *Greeley, R., Blumberg, D. G., and Williams, S. H.* Field Measurements of the Flux and Speed of Wind-Blown Sand // Sedimentology. 1996. V0l. 43. P. 41–52.
14. Пылевые бури: [сайт]. URL: «http://cyclowiki.org/wiki/Пыльная_буря»
15. *Xiao-Jing Zheng*. Electrification of Wind-Blown Sand: Recent Advances and Key Issues // Eur. Phys. J. E. 2013. Vol. 36. P. 138.

16. *Имянитов И. М.* Атмосферное электричество. Физическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1988. Т. 1. 704 с.
17. Атмосферное электричество: [сайт]. URL: http://www.femto.com.ua/articles/part_1/0217. html.
18. Helicopter Static-Electricity Phenomenon: [сайт]. «http://realitypod.com/2011/03/helicopter-static-electricity-phenomenon-explained-corona-effect/»
19. *Kok Jasper, F.* Understanding Wind-Blown Sand and the Electrification of Granular Systems // a Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy (Applied Physics). University of Michigan. 2009. [сайт]. URL: «http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/63669/jfkok_1.pdf?sequence=1»
20. Дюна: [сайт]. URL: «http://ru.wikipedia.org/wiki/дюна»
21. Дюнные гряды: [сайт]. URL: «http://5materik.ru/stati/dyunnye-gryady»
22. Мавритания: [сайт]. URL: «http://www.shirkunov.org/ mauritania.html»
23. Природный радиационный фон: происхождение и эволюция: [сайт]. URL: «http://phys. rsu.ru/web/students/radsec/10.pdf»
24. *Ковалев Д. А., Михайлов В. Н.* Распознавание радиоактивных выбросов в атмосфере при помощи радиолокационных средств и прогнозирование их распространения // 4-й международный конгресс «Цели развития тысячелетия». С.–Петербург. 2011. С. 78–82.

Поступила 27 ноября 2014 г.

RADAR MONITORING OF AEOLIAN SAND AND DUST TRANSPORTING MANIFESTATIONS IN DESERT AREAS

V. K. IVANOV, A. YA. MATVEEV, V. N. TSYMBAL, AND S. E. YATSEVICH

Aeolian processes transporting sand and dust — a powerful force that loads the atmosphere with aerosols suspended dust spread by wind over long distances. The presence of atmospheric dust in the environment of the planet is one of the factors significantly affecting the climate of vast regions, as well as the health of the population. Currently used for space monitoring multispectral optical systems do not reliably to identify the areas of raising dust in the atmosphere regardless of cloudness and light conditions.

One area where regularly develop large-scale aeolian processes are western parts of the Sahara Desert, located in Mauritania. Many radar images were found in the area of the anomalous highly directional radio waves backscattering effects from the sand surface, which could not be explained by traditional ideas about the mechanism of such scattering. For the first time the effects of the scattering of radio waves were discovered in satellite radar images obtained by side-looking radar (SLR) satellite «Cosmos-1500» in December 1983. The analysis of multiple radar images Deserts obtained by «Cosmos-1500» and «Sich-1» SLRs, synthetic aperture radars SAR ERS-1, ERS-2 and Envisat-1 for the period 1983–2011. allowed to note a number of features manifestation of this phenomenon:

1. Manifestation of abnormally highly directional radio waves backscattering effects in the study area was only observed in the images of survey (with swath width ≥ 400 km) radar systems space-based «Cosmos-1500» and «Sich-1» SLRs, and ASAR Envisat-1. Range of local irradiation angle surface which manifests this effect (defined by the pictures) is to SLR satellite «Cosmos-1500» and «Sich-1» $\Theta \approx 31.5 \div 33^\circ$ and for SAR Envisat-1 $\Theta \approx 32 \div 34^\circ$.
2. Manifestation of abnormally highly directional radio waves backscattering effects observed only in the areas covered by deep sand and at the direction of irradiating the surface — towards the general direction of the near-surface wind.
3. The intensity of a focused backscatter depends on the wind speed. At low speeds, the surface wind (≤ 0.5 ms$^{-1} \div 1$ ms^{-1}), a focused backscatter radio waves were not observed.

The mechanism of occurrence of a abnormally highly directional radio waves backscattering effects with aeolian transport of sand and dust

Surface wind speeds at more than 1 ms^{-1} over a sandy surface there is the so-called Drifting sand, which causes the formation of sand ripples, stripes which extend exactly perpendicular to the wind direction and tend to have long edges, almost ganging up with each other. Wave height has to ripple the order of magnitude of ten centimeters or more at speeds from 4 to 9 ms^{-1}, wave height can be up to 8 cm. A very important role in the processes of aeolian sand and dust play electric fields. Experimentally established that as a result of collisions and friction fines «saltons» to get a negative charge, and the wind carries them higher — and thus generates a potential difference. Heavier grains remain positive charges on the surface. It is shown that the aeolian transport of sand and dust field strength varies greatly, reaching values in the 10–250 kVm^{-1} at a height of about 1.5–2 sm from the surface. In this paper it is assumed that the resulting aeolian transport inhomogeneous electric fields are sufficient to cause a narrow surface layer (transferred from intensive mixing sand and dust-air mixture) development of ionization of air. And these ionized layer fringes wave ripples sand with lots of quasi-synchronous directed plots «facets» (at an angle of $\psi \approx 34–35°$ from the horizontal) reflector system are responsible for the formation of a focused backscatter microwaves.

Aeolian transport of sand and dust-laden air of the surface under appropriate conditions of atmospheric stratification (e.g., updrafts) is raising dust at high altitudes and spread it over vast distances strong wind currents in the upper atmosphere. According to the authors, the observed phenomenon can provide detection surface areas of raising dust into the atmosphere when the radar remote sensing regardless of the light conditions and cloudiness.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог «Пресса России» (подписной индекс **29196**)

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ПУБЛИКАЦИЙ И РУКОПИСЕЙ, НАПРАВЛЯЕМЫХ В РЕДАКЦИЮ ЖУРНАЛА

«ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

1. К публикации принимаются оригинальные работы, не предназначенные для публикации в других изданиях.

2. **Необходимы следующие материалы:**
   - сопроводительное письмо,
   - акт экспертизы,
   - соответствующий индекс универсальной десятичной классификации литературы (УДК),
   - название на русском и английском языках,
   - фамилии и инициалы авторов на русском и английском языках (фамилии следуют в алфавитном порядке),
   - аннотацию на русском и английском языках,
   - ключевые слова на русском и английском языках,
   - краткое содержание статьи (реферат) на русском и английском языках объёмом 1–2 с,
   - текст статьи вместе с рисунками и таблицами,
   - список литературы в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 (см. образец),
   - краткие сведения об авторах, включающие контактный телефон, фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень (звание), место работы, служебные и домашние адреса авторов с обязательным указанием почтового индекса и номеров телефонов, адрес электронной почты (на отдельной странице на русском и английском языках).

3. Статья представляется в виде файлов формата **MS Word 97-2003** (***.doc**) и двух экземпляров распечатки в 1.5 интервала между строками. Файл может быть записан на оптический (CD, DVD) носитель. Статья должна иметь сквозную нумерацию.
4. При наборе текста используются только стандартный True Type шрифт — Times New Roman, 14 пт. Устанавливаемый размер бумаги — А4 (210×297 мм).
5. Формульные выражения, а также отдельные символы выполняются только в «Редакторе формул» (**MathType**).
6. Иллюстрации выполняют в виде черно-белых или **цветных графических файлов** формата *.tiff **с сжатием без потери качества** (LZW) или *.png разрешением 300 dpi и шириной не менее 8 см. (рекомендуемые абсолютные размеры изображения **не менее 1000×1000 точек**). Все иллюстрации сопровождаются подрисуночными подписями (не повторяющими фразы-ссылки на рисунки в тексте), включающими в себя номер, название и при необходимости — условные обозначения.
   Рисунки выполняются в соответствии со следующими требованиями:
   - буквенные и цифровые обозначения на рисунках по начертанию и размеру должны соответствовать обозначениям в тексте статьи,
   - текстовая информация и условные обозначения выносятся из рисунка в текст статьи или подрисуночные подписи,
   - для оформления рисунков не допускается применять средства рисования Word, а также таблицы. Режим обтекания только «в тексте» с выравниванием по центру.

   Иллюстрации должны быть включены в соответствующие места текста, но кроме того они обязательно должны быть представлены отдельными файлами.
7. Термины, определения и единицы физических величин должны соответствовать действующим ГОСТ.

8. В формулах латинские буквы следует набирать курсивом, а цифры, греческие строчные и прописные символы прямо. Векторы и матрицы следует набирать прямыми жирным шрифтом; «exp(·)» в значении экспоненты набирать прямым светлым шрифтом. В индексах сокращения от русских и английских слов следует набирать прямым шрифтом.
9. Формулы нумеруются в круглых скобках (например, (2)), литературные ссылки в прямых — [2], подстрочные замечания оформляются сноской (отмечаются звездочками *).
10. На последней странице рукописи должны быть подписи всех авторов.
11. Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.
12. Рукописи, в которых не соблюдены данные требования, возвращаются авторам без рассмотрения.
13. Редакция оставляет за собой право использовать наиболее интересные статьи в периодических тематических сборниках библиотек журнала. Предоставление редакции рукописи является подтверждением согласия автора на указанное выше использование его произведения.
14. Авторы статей несут ответственность за полноту и достоверность цитируемой в них литературы, а также за публикацию заимствованного материала без ссылки на источник.
15. За достоверность сведений, изложенных в публикациях, редакция и издатель ответственности не несут.
16. За публикацию материалов, содержащих закрытые сведения, авторы несут персональную ответственность на основании действующих законодательных актов.
17. Итоговое решение об одобрении или отклонении представленного в редакцию материала принимается редакционной коллегией и является окончательным.

Образец оформления литературы

Иванов И.И. Монография / М.: Издательство монографии, 2012. 234с.
Иванов И.И. Название статьи // Издательство журнала. 2012. Т. 1. № 1. С. 1-5.
Smith, I.I. Title of Paper // IEEE. 2012. Vol. 1. No. 1. P. 1-5.

По всем интересующим Вас вопросам можно обращаться по адресу редакции:

117342, Москва, ул. Бутлерова, д. 15, комната 232,
тел.: 8 (495) 334–83–50
E-mail: red-fop@mail.ru
WWW: physbi.ru, jfop.ru

РУБРИКИ ЖУРНАЛА

Памятные даты
Memorable Dates

Обзоры
Reviews

Математическое моделирование физических процессов
Mathematical Modeling of Physical Processes

R-функции, атомарные функции, фракталы и хаос
R-functions, atomic functions, fractals and chaos

Приборы и методы быстропротекающих физических процессов
Devices and Methods of Fast-Proceeding Physical Processes

Приборы и методы оценки погрешности физических величин
Devices and Methods of an Assessment of an Error of Physical Values

Лазерная физика и техника
Laser Physics and Technique

Приборы и методы дистанционного зондирования
Devices and Methods of Remote Sensing

Радиолокационные средства и системы
Radars and Systems

Физические основы приборов и устройств метрологии
Physical Bases of Metrology Instruments and Devices

Проблемы оптического приборостроения на основе метаматериалов
Problems of Optical Instrumentation on the Basis of Metamaterials

Приборы и методы измерений в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах
Devices and Methods of Measurements in Millimeter and Submillimeter Ranges

Приборы и методы физики и техники СВЧ диапазона
Microwave Range Devices and Methods of Physics and Techniques

Методы радиолокационных и радиометрических измерений
Methods of Radar and Radiometric Measurements

Информационно-измерительные системы
Information-Measuring System

Физические основы космического приборостроения
Physical Bases of Space Instrumentation

Физические основы приборостроения для биологии и медицины
Physical Bases of Instrumentation for Biology and Medicine

Методы высокоточных измерений и воспроизведения физических величин
Methods of High-Precision Measurements and Reproduction of Physical Values

Основы приборов и устройств
Bases of Instruments and Devices

Цифровая обработка сигналов и изображений в акустооптике и радиофизике

Digital Signal and Image Processing in Acousto-Optics and Radio Physics

Оптические материалы и технологии
Optical Materials and Technologies

Спектральные методы и устройства
Spectral Methods and Devices

Акустооптические и оптоакустические методы и устройства
Acousto-optic and Opto-Acoustic Methods and Devices

Физика плазмы в приборостроении
Plasma Physics in Instrumentation

Физика и техника плазмы
Physics and Technique of Plasma

Проблемы атомной науки и техники
Problems of Atomic Science and Technology

Новые математические и физические методы
New Mathematical and Physical Methods

Электродинамика искусственных сред и структур
Electrodynamics of Artificial Materials and Structures

Электродинамика низко и высокотемпературных сверхпроводящих структур
Electrodynamics of Low- and High- Temperature Superconducting Structures

Наши юбиляры
Our Hero of the Day

В помощь экспериментатору
To Help the Experimenter

Информация
Information

ARMIMP-2015

Восьмая Международная конференция

«Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации»

РОССИЯ, Суздаль, 2015 г. 20 – 23 сентября

ПРИГЛАШЕНИЕ

Программный комитет объявляет о проведении **8-*й Международной конференции* "Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации" (ARMIMP-2015)** с 20 по 23 сентября 2015 г. Конференция будет работать на базе Туристического Центра в старинном русском городе **Суздале**, входящем в состав «**Золотого кольца России**». Программный комитет приглашает принять в ней участие. На конференции планируется обсудить современные проблемы, связанные с генерированием, излучением, распространением излучения, акустооптическими и радиолокационными методами цифровой обработки сигналов различной физической природы, а также их применение в разных областях науки и техники.

Основные научные направления:

- генерирование и излучение сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов;
- прием, измерение и обработка сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов;
- распространение сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов в природных средах;
- зондирование природных сред сверхширокополосными сигналами и сверхкороткими импульсами;
- миллиметровые и субмиллиметровые волны;
- методы математического моделирования физических процессов в оптике и радиолокации;
- методы решения некоректных задач в радиолокации и оптике;
- R-функции, атомарные функции, вейвлеты, фракталы и хаос;
- информационно-измерительные оптические и радиотехнические системы;
- сверхширокополосные хаотические сигналы в оптических и радиотехнических информационных системах;
- методы вычислительной томографии в оптике и радиолокации;
- лазерная физика и техника;
- сверхкороткие импульсы и методы нелинейной оптики;
- акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки в биологии, медицине;
- физические основы приборостроения.

Рабочие языки конференции: *русский* и *английский*. Авторам следует направить по электронному адресу программного комитета материалы докладов объемом не более 4 стр. Принятые доклады будут опубликованы в Трудах конференции. По решению программного комитета отдельные работы будут опубликованы в специальных англоязычных выпусках международного журнала *«Физические основы приборостроения»*.

Организаторы: Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, РНТОРЭС им. А.С. Попова, Российская секция IEEE, МГТУ им. Н.Э.Баумана, Владимирский государственный университет, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.

Адрес для представления материалов в электронном виде: **doklad-rntores@mail.ru**
Формат файлов: *только* **MS Word.doc** (при сохранении указывать тип файла «Документ Word 97-2003 (*.doc))

Платёжные реквизиты РНТОРЭС им. А.С. Попова:

р/с: № **40703810038090105080** Московский банк Сбербанка России ОАО, г. Москва,
ИНН 7702021967, КПП 770201001,
БИК 044525225, корр. счет № 30101810400000000225

ДОКЛАДЫ ПРИНИМАЮТСЯ ПО ОБЩИМ ПРАВИЛАМ РНТОРЭС, указанным на главной странице сайта **http://www.rntores.ru**	
Предприятия и организации из России и стран СНГ	**4 400**
Представители и сотрудники ВУЗов России (а так же для руководителей аспирантов и студентов)	**3 500**
Если **ВСЕ авторы** доклада аспиранты или студенты (без руководителей) **льготный взнос**	**1800**
Заочное участие (публикация без доклада)	**НЕТ**
Иностранные участники **€ / $**	**250 / 300**

Председатель Международного комитета
академик РАН
Владислав Пустовойт
(НТЦ УП РАН, г.Москва)

Заместитель председателя
Виктор Кравченко,
(ИРЭ РАН, г.Москва).

Национальный Оргкомитет
Геннадий Самсонов,
(Вице-президент, директор Исполнительной дирекции РНТОРЭС им. А.С.Попова, г.Москва)
Людмила Сушкова,
(Заведующая кафедрой ВлГУ, г.Владимир)

Ученый секретарь РНТОРЭС
Геннадий Третьяков
(МИРЭА, г.Москва)

Адрес программного комитета:
107031, г. Москва,.
РНТОРЭС им. А.С. Попова

doklad-rntores@mail.ru

http://www.rntores.ru

http://www.armimp.ru

Т/ф: +7(495) 362-42-75
Тел.: +7(903) 221-79-79

СРОКИ:

- *Представление материалов до* ***25 июня 2015 г.***
- *Извещение о приеме доклада в программу, начиная с* ***16 августа 2015 г.,*** на **http://www.rntores.ru**
- *Оплата целевых взносов производится одновременно с присылкой доклада*

ISSN 2225-4293